

VESTIBULAR 2007

**ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS**  
**PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS**

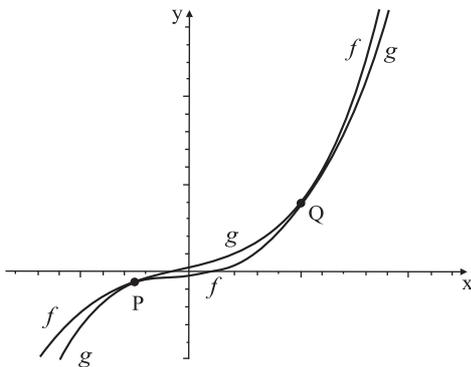
**CADERNO DE QUESTÕES**

**INSTRUÇÕES**

1. CONFERIR SEU NOME E NÚMERO DE INSCRIÇÃO NA CAPA DESTE CADERNO.
2. ASSINAR COM CANETA DE TINTA AZUL OU PRETA A CAPA DO SEU CADERNO DE RESPOSTAS, NO LOCAL INDICADO.
3. ESTA PROVA CONTÉM 25 QUESTÕES E TERÁ DURAÇÃO DE 4 HORAS.
4. O CANDIDATO SOMENTE PODERÁ ENTREGAR O CADERNO DE RESPOSTAS E SAIR DO PRÉDIO DEPOIS DE TRANSCORRIDAS 2 HORAS, CONTADAS A PARTIR DO INÍCIO DA PROVA.
5. AO SAIR, O CANDIDATO LEVARÁ ESTE CADERNO E O CADERNO DE QUESTÕES DA PROVA DE CONHECIMENTOS GERAIS.

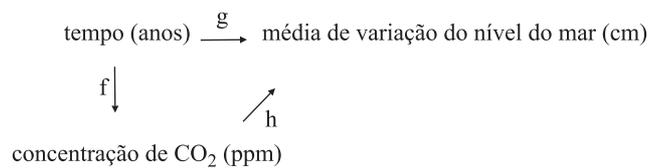
## MATEMÁTICA

01. Uma empresa pretende, no ano de 2006, reduzir em 5% a produção de  $\text{CO}_2$  com a queima de combustível de sua frota de carros, diminuindo a quantidade de quilômetros a serem rodados no ano. O total de quilômetros rodados pelos carros dessa empresa em 2005 foi de 199 200 km. Cada carro faz em média 12 km por litro de gasolina, e a queima de cada 415 litros desse combustível pelos carros da empresa produz aproximadamente *uma* tonelada de  $\text{CO}_2$ . Mantidas as mesmas condições para os carros, em termos de consumo e queima de combustível, determine quantas toneladas *a menos* de  $\text{CO}_2$  os carros da empresa deixariam de emitir em 2006, relativamente ao ano de 2005.
02. Devido ao aquecimento das águas, a ocorrência de furacões das categorias 4 e 5 – os mais intensos da escala Saffir-Simpson – dobrou nos últimos 35 anos (Veja, 21.06.2006). Seja  $x$  o número de furacões dessas categorias, ocorridos no período 1971-2005. Vamos supor que a quantidade de furacões a cada 35 anos continue dobrando em relação aos 35 anos anteriores, isto é, de 2006 a 2040 ocorrerão  $2x$  furacões, de 2041 a 2075 ocorrerão  $4x$  furacões, e assim por diante. Baseado nesta suposição, determine, em função de  $x$ , o número total de furacões que terão ocorrido no período de 1971 a 2320.
03. Considere os números complexos  $w = 4 + 2i$  e  $z = 3a + 4ai$ , onde  $a$  é um número real positivo e  $i$  indica a unidade imaginária. Se, em centímetros, a altura de um triângulo é  $|z|$  e a base é a parte real de  $z \cdot w$ , determine  $a$  de modo que a área do triângulo seja  $90 \text{ cm}^2$ .
04. Considere as funções polinomiais  $f(x) = x^3 + x^2 + 2x - 1$  e  $g(x) = x^3 + 3x + 1$ , cujos gráficos se interceptam em dois pontos como esboçado na figura (não em escala).



Determine para quais valores reais  $f(x) \geq g(x)$ , isto é, determine o conjunto  $S = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \geq g(x)\}$ .

05. Paulo deve enfrentar em um torneio dois outros jogadores, João e Mário. Considere os eventos A: Paulo vence João e B: Paulo vence Mário. Os resultados dos jogos são eventos independentes. Sabendo que a probabilidade de Paulo vencer ambos os jogadores é  $\frac{2}{5}$  e a probabilidade de ele ganhar de João é  $\frac{3}{5}$ , determine a probabilidade de Paulo perder dos dois jogadores, João e Mário.
06. Sejam  $P = (a,b)$ ,  $Q = (1,3)$  e  $R = (-1,-1)$  pontos do plano. Se  $a + b = 7$ , determine  $P$  de modo que  $P, Q$  e  $R$  sejam colineares.
07. Seja  $x$  o número de anos decorridos a partir de 1960 ( $x = 0$ ). A função  $y = f(x) = x + 320$  fornece, aproximadamente, a média de concentração de  $\text{CO}_2$  na atmosfera em ppm (partes por milhão) em função de  $x$ . A média de variação do nível do mar, em cm, em função de  $x$ , é dada aproximadamente pela função  $g(x) = \frac{1}{5}x$ . Seja  $h$  a função que fornece a média de variação do nível do mar em função da concentração de  $\text{CO}_2$ . No diagrama seguinte estão representadas as funções  $f, g$  e  $h$ .



Determine a expressão de  $h$  em função de  $y$  e calcule quantos centímetros o nível do mar terá aumentado quando a concentração de  $\text{CO}_2$  na atmosfera for de 400 ppm.

08. Podemos supor que um atleta, enquanto corre, balança cada um de seus braços ritmicamente (para frente e para trás) segundo a equação

$$y = f(t) = \frac{\pi}{9} \operatorname{sen} \left( \frac{8\pi}{3} \left( t - \frac{3}{4} \right) \right),$$

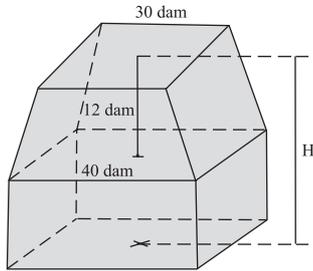
onde  $y$  é o ângulo compreendido entre a posição do braço e o eixo vertical ( $-\frac{\pi}{9} \leq y \leq \frac{\pi}{9}$ ) e  $t$  é o tempo medido em segundos,  $t \geq 0$ . Com base nessa equação, determine quantas oscilações completas (para frente e para trás) o atleta faz com o braço em 6 segundos.

09. A temperatura média da Terra começou a ser medida por volta de 1870 e em 1880 já apareceu uma diferença: estava  $(0,01)^\circ\text{C}$  (graus Celsius) acima daquela registrada em 1870 (10 anos antes). A função

$$t(x) = (0,01) \cdot 2^{(0,05)x},$$

com  $t(x)$  em  $^\circ\text{C}$  e  $x$  em anos, fornece uma estimativa para o aumento da temperatura média da Terra (em relação àquela registrada em 1870) no ano  $(1880 + x)$ ,  $x \geq 0$ . Com base na função, determine em que ano a temperatura média da Terra terá aumentado  $3^\circ\text{C}$ . (Use as aproximações  $\log_2(3) = 1,6$  e  $\log_2(5) = 2,3$ )

10. Para calcularmos o volume aproximado de um *iceberg*, podemos compará-lo com sólidos geométricos conhecidos. O sólido da figura, formado por um tronco de pirâmide regular de base quadrada e um paralelepípedo reto-retângulo, justapostos pela base, representa aproximadamente um *iceberg* no momento em que se desprendeu da calota polar da Terra. As arestas das bases maior e menor do tronco de pirâmide medem, respectivamente, 40 dam e 30 dam, e a altura mede 12 dam.



Passado algum tempo do desprendimento do *iceberg*, o seu volume era de  $23\,100 \text{ dam}^3$ , o que correspondia a  $3/4$  do volume inicial. Determine a altura  $H$ , em dam, do sólido que representa o *iceberg* no momento em que se desprendeu.

## FÍSICA

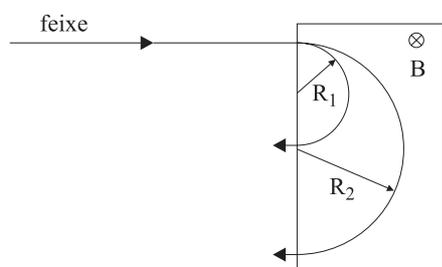
11. Em uma partida de futebol, a bola é chutada a partir do solo descrevendo uma trajetória parabólica cuja altura máxima e o alcance atingido são, respectivamente,  $h$  e  $s$ . Desprezando o efeito do atrito do ar, a rotação da bola e sabendo que o ângulo de lançamento foi de  $45^\circ$  em relação ao solo horizontal, calcule a razão  $s/h$ .
- Dado:  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$ .
12. Uma das modalidades esportivas em que nossos atletas têm sido premiados em competições olímpicas é a de barco a vela. Considere uma situação em que um barco de  $100 \text{ kg}$ , conduzido por um velejador com massa de  $60 \text{ kg}$ , partindo do repouso, se desloca sob a ação do vento em movimento uniformemente acelerado, até atingir a velocidade de  $18 \text{ km/h}$ . A partir desse instante, passa a navegar com velocidade constante. Se o barco navegou  $25 \text{ m}$  em movimento uniformemente acelerado, qual é o valor da força aplicada sobre o barco? Despreze resistências ao movimento do barco.
13. A relação entre calor e outras formas de energia foi objeto de intensos estudos durante a Revolução Industrial, e uma experiência realizada por James P. Joule foi imortalizada. Com ela, ficou demonstrado que o trabalho mecânico e o calor são duas formas diferentes de energia e que o trabalho mecânico poderia ser convertido em energia térmica. A figura apresenta uma versão atualizada da máquina de Joule. Um corpo de massa  $2 \text{ kg}$  é suspenso por um fio cuidadosamente enrolado em um carretel, ligado ao eixo de um gerador.
- 
- O gerador converte a energia mecânica do corpo em elétrica e alimenta um resistor imerso em um recipiente com água. Suponha que, até que o corpo chegue ao solo, depois de abandonado a partir do repouso, sejam transferidos para a água  $24 \text{ J}$  de energia térmica. Sabendo que esse valor corresponde a  $80\%$  da energia mecânica, de qual altura em relação ao solo o corpo foi abandonado? Adote  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .
14. Em países com poucos recursos hídricos ou combustíveis fósseis, a construção de usinas nucleares pode ser uma alternativa para produção de energia. A energia nuclear é obtida pela fissão de núcleos como o de urânio e, dessa fissão, além de calor, são produzidos nêutrons, que por sua vez serão responsáveis pela fissão de outros núcleos de urânio. Dessa reação em cadeia é extraída a energia nuclear. No entanto, para uma fissão controlada, é necessário diminuir a energia dos nêutrons que tiverem energias cinéticas altas. Para isso, elementos moderadores são introduzidos para que os nêutrons, em interações com esses núcleos, tenham sua energia diminuída. A escolha do material moderador depende de quanta energia os nêutrons devem perder. Considere uma colisão elástica frontal entre um nêutron e um átomo moderador, que possua massa quatro vezes maior que a do nêutron e esteja inicialmente em repouso. Calcule a razão entre as energias cinéticas final e inicial do nêutron.
15. Os tripulantes de um navio deparam-se com um grande *iceberg* desprendido das geleiras polares como consequência do aquecimento global. Para avaliar o grau de periculosidade do bloco de gelo para a navegação, eles precisam saber qual é a porção submersa do bloco. Experientes em sua atividade, conseguem estimar a fração submersa do volume utilizando as massas específicas do gelo, igual a  $0,92 \text{ g/cm}^3$ , e da água salgada, igual a  $1,03 \text{ g/cm}^3$ . Qual foi o valor da fração submersa calculada pelos navegantes?

16. É largamente difundida a idéia de que a possível elevação do nível dos oceanos ocorreria devido ao derretimento das grandes geleiras, como conseqüência do aquecimento global. No entanto, deveríamos considerar outra hipótese, que poderia também contribuir para a elevação do nível dos oceanos. Trata-se da expansão térmica da água devido ao aumento da temperatura. Para se obter uma estimativa desse efeito, considere que o coeficiente de expansão volumétrica da água salgada à temperatura de 20 °C seja  $2,0 \times 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Colocando água do mar em um tanque cilíndrico, com a parte superior aberta, e considerando que a variação de temperatura seja 4 °C, qual seria a elevação do nível da água se o nível inicial no tanque era de 20 m? Considere que o tanque não tenha sofrido qualquer tipo de expansão.

17. Um mol de gás monoatômico, classificado como ideal, inicialmente à temperatura de 60 °C, sofre uma expansão adiabática, com realização de trabalho de 249 J. Se o valor da constante dos gases R é 8,3 J/(mol K) e a energia interna de um mol desse gás é  $(3/2)RT$ , calcule o valor da temperatura ao final da expansão.

18. Células fotovoltaicas foram idealizadas e desenvolvidas para coletar a energia solar, uma forma de energia abundante, e convertê-la em energia elétrica. Estes dispositivos são confeccionados com materiais semicondutores que, quando iluminados, dão origem a uma corrente elétrica que passa a alimentar um circuito elétrico. Considere uma célula de 100 cm<sup>2</sup> que, ao ser iluminada, possa converter 12% da energia solar incidente em energia elétrica. Quando um resistor é acoplado à célula, verifica-se que a tensão entre os terminais do resistor é 1,6 V. Considerando que, num dia ensolarado, a célula recebe uma potência de 1 kW por metro quadrado, calcule a corrente que passa pelo resistor.

19. Um feixe é constituído de dois tipos de partículas com cargas elétricas iguais, mas massas  $m_1$  e  $m_2$  ( $m_1 \neq m_2$ ). Ao adentrarem, com velocidades iguais, uma região onde existe um campo magnético uniforme, as partículas de massa  $m_1$  e  $m_2$  descrevem, num mesmo plano, trajetórias semi-circulares diferentes, com raios  $R_1$  e  $R_2$ , respectivamente, como ilustradas na figura.



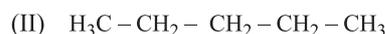
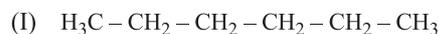
Expresse a razão entre as massas  $m_1$  e  $m_2$ , em termos de  $R_1$  e  $R_2$ .

20. Como o dióxido de carbono, o metano exerce também um efeito estufa na atmosfera. Uma das principais fontes desse gás provém do cultivo de arroz irrigado por inundação. Segundo a Embrapa, estima-se que esse tipo de cultura, no Brasil, seja responsável pela emissão de cerca de 288 Gg (1Gg =  $1 \times 10^9$  gramas) de metano por ano. Calcule o número de moléculas de metano correspondente.

Massas molares,  $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ : H=1 e C=12. Constante de Avogadro =  $6,0 \times 10^{23}$ .

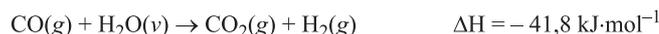
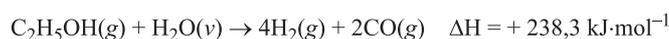
21. Um dos métodos que tem sido sugerido para a redução do teor de dióxido de carbono na atmosfera terrestre, um dos gases responsáveis pelo efeito estufa, consiste em injetá-lo em estado líquido no fundo do oceano. Um dos inconvenientes deste método seria a acidificação da água do mar, o que poderia provocar desequilíbrios ecológicos consideráveis. Explique, através de equações químicas balanceadas, por que isto ocorreria e qual o seu efeito sobre os esqueletos de corais, constituídos por carbonato de cálcio.

22. Uma das principais frações obtidas nas colunas de destilação de uma refinaria de petróleo é aquela correspondente à gasolina. Essa fração é uma mistura composta de hidrocarbonetos  $\text{C}_5 - \text{C}_{10}$  com faixa de ebulição de 38 a 177 °C. Para assegurar o funcionamento correto do motor de combustão interna, a gasolina tem que ter volatilidade (facilidade de vaporização) adequada, o que é obtido pela mistura de hidrocarbonetos convenientes. Sabe-se que um dos fatores que influi nos pontos de ebulição dos hidrocarbonetos é a massa molar. Considere dois componentes da gasolina, hidrocarbonetos (I) e (II), cujas fórmulas estruturais estão representadas a seguir.



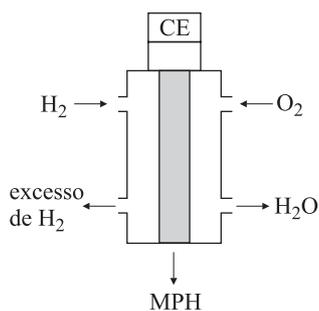
Identifique o hidrocarboneto que contribui para tornar mais volátil a gasolina, justificando sua resposta, e represente a fórmula estrutural de um isômero de cadeia do hidrocarboneto (II).

23. No processo de obtenção de hidrogênio molecular a partir da reforma a vapor do etanol, estão envolvidas duas etapas, representadas pelas equações químicas parciais que se seguem.



Considerando 100% de eficiência no processo, escreva a equação global e calcule a variação de entalpia total envolvida na reforma de um mol de etanol, usando a Lei de Hess. Mostre os cálculos necessários.

24. O hidrogênio molecular obtido na reforma a vapor do etanol pode ser usado como fonte de energia limpa em uma célula de combustível, esquematizada a seguir.

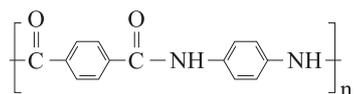


MPH: membrana permeável a  $H^+$

CE: circuito elétrico externo

Neste tipo de dispositivo, ocorre a reação de hidrogênio com oxigênio do ar, formando água como único produto. Escreva a semi-reação que acontece no compartimento onde ocorre a oxidação (anodo) da célula de combustível. Qual o sentido da corrente de elétrons pelo circuito elétrico externo?

25. O Kevlar, um polímero de excepcional resistência física e química, tem a unidade básica de repetição representada a seguir.



Na reação de condensação entre os reagentes precursores, ocorre a formação do polímero e a eliminação de água como subproduto. Identifique as funções orgânicas dos dois reagentes precursores.

