

Ministério da Educação
Universidade Federal de Itajubá
Vestibular 2006 – Prova 3 – Matemática – 22/01/2006

1) No Colégio Einstein, a média final de cada matéria é calculada atribuindo-se às notas bimestrais e à nota do exame final pesos de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1

Bimestre	1º	2º	3º	4º	Exame
Peso	2	1	1	3	3

André obteve, naquele ano, as notas mostradas na Tabela 2.

Tabela 2

Matéria	1º B	2º B	3º B	4º B	Exame
Português	4	4	5	5	6
Matemática	10	8	9	10	10
Física	10	9	8	10	10
Química	5	4	5	3	3

A Tabela 2 pode ser representada por uma matriz A (4x5) e a Tabela 1 pode ser indicada por uma matriz X (5x1). Usando apenas operações com matrizes, calcule o total de pontos que André obteve em cada matéria.

$$A_{(4 \times 5)} \cdot X_{(5 \times 1)} = A \cdot X_{(4 \times 1)}$$

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} 5,0 \\ 9,7 \\ 9,7 \\ 3,7 \end{pmatrix}$$

2) No filme "À Procura do Tesouro Perdido", o personagem principal tinha que decifrar um enigma para abrir as fechaduras de três portas consecutivas, que conduziam à sala do tesouro. O enigma era o seguinte:

"O ano em que foi construída essa passagem é um cubo perfeito. O ano em que ela foi violada pela primeira vez é um quadrado perfeito. O número de vezes que esse enigma foi reescrito é a diferença dos dois anos anteriores".

A época em que se passa o filme é o século XIV e os anos do enigma estão diretamente relacionados com essa época. Pergunta-se: quais são os segredos das três portas?

Século XIV $\Rightarrow$ 1301 a 1400

Ano da Construção: $11^3 = 1331 \Rightarrow 1331$

Ano da 1ª Violação: $37^2 = 1369 \Rightarrow 1369$

Número de vezes: $1369 - 1331 = 38 \Rightarrow 38$

3) O polinômio $P(x) = Ax^2 + Bx + C$ é divisível por $(x - 7)$ e por $(x - 2)$. Sabe-se também que o resto da divisão de $P(x)$ por (x) é 42. Calcule o valor de $(A - B)$.

$$P(x) = Ax^2 + Bx + C$$

$$P(7) = 0 \Rightarrow 49A + 7B + C = 0$$

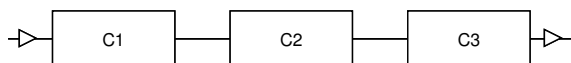
$$P(2) = 0 \Rightarrow 4A + 2B + C = 0$$

$$P(0) = 42 \Rightarrow C = 42$$

Resolvendo o sistema de equações: $A = 3$ e $B = -27$

Logo: $A - B = 30$

4) O esquema da figura abaixo mostra três componentes elétricos C1, C2 e C3, ligados em série. Observou-se que um ou mais elementos podiam falhar aleatoriamente e ao mesmo tempo.



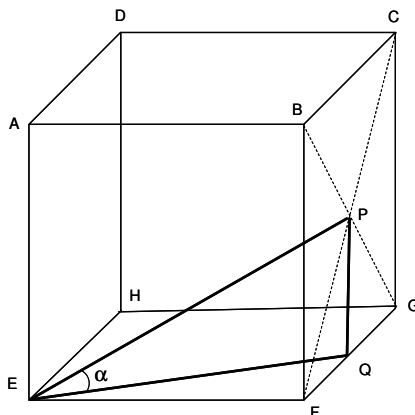
Testes mostraram que a probabilidade de falha em cada um deles é $P_{C1} = 0,1$; $P_{C2} = 0,2$ e $P_{C3} = 0,3$, respectivamente. Qual é a probabilidade de falha do sistema elétrico?

$$P = P_{C1} + P_{C2} + P_{C3} - P_{(C1 \cap C2)} - P_{(C1 \cap C3)} - P_{(C2 \cap C3)} + P_{(C1 \cap C2 \cap C3)}$$

Ministério da Educação
Universidade Federal de Itajubá
Vestibular 2006 – Prova 3 – Matemática – 22/01/2006

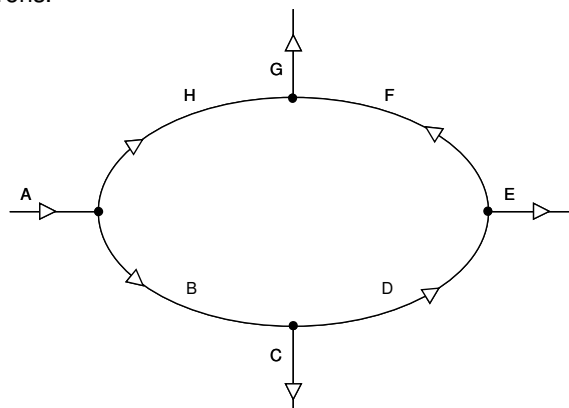
$$P = 0,6 - 0,11 + 0,006 \Rightarrow \boxed{P = 0,496 \text{ ou } 49,6\%}$$

5) No cubo da figura abaixo, P é o ponto de encontro das diagonais da face BCGF e o segmento PQ é perpendicular ao segmento FG. Calcule o valor de y da expressão: $y = \sec^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha$.



$$\begin{aligned} L &= EF \\ EQ &= \frac{L\sqrt{5}}{2}, EP = \frac{L\sqrt{6}}{2}, \sec \alpha = \frac{\sqrt{30}}{5}, \operatorname{cosec} \alpha = \sqrt{6} \\ y &= 7,2 \end{aligned}$$

6) Um tráfego de trens flui pelas estradas A, B, C, D, E, F, G e H, de acordo com a figura abaixo (os cruzamentos são indicados pelos pontos em destaque). Todos os trens partem de A e as setas indicam o sentido do tráfego dos trens.



Tem-se que:

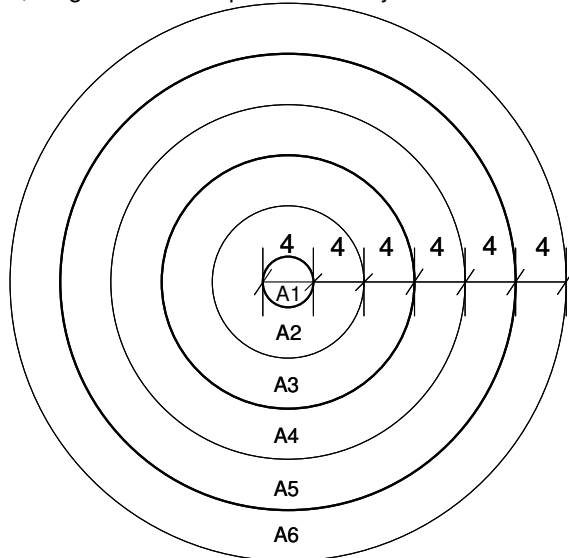
- 6/8 dos trens trafegam da estrada A para a estrada B;
- 1/5 dos trens que trafegam na estrada B chegam à estrada C;
- 7/20 dos trens trafegam pela estrada G.

- a) Qual é a porcentagem de trens que trafega pela estrada D?
- b) Qual é a porcentagem de trens que trafega pela estrada E?

Estrada A = 100%
 Estrada B = 75%
 Estrada C = 15%
 Estrada D = 60%
 Estrada E = 50%
 Estrada F = 10%
 Estrada G = 35%
 Estrada H = 25%

Ministério da Educação
Universidade Federal de Itajubá
Vestibular 2006 – Prova 3 – Matemática – 22/01/2006

7) Na prática do tiro ao alvo, a figura abaixo representa o objetivo de tiro:



A1, A2, A3, A4, A5 e A6 são as áreas das respectivas faixas. As unidades são em centímetros.

Calcule: $S = \frac{A_2}{A_1} + \frac{A_3}{A_2} + \frac{A_4}{A_3} + \frac{A_5}{A_4} + \frac{A_6}{A_5}$.

$A_1 = 4\pi \text{ cm}^2$, $A_2 = 32\pi \text{ cm}^2$, $A_3 = 64\pi \text{ cm}^2$, $A_4 = 96\pi \text{ cm}^2$, $A_5 = 128\pi \text{ cm}^2$, $A_6 = 160\pi \text{ cm}^2$

Logo: $S = 169/12$

8) Encontre a equação geral da circunferência cujo diâmetro é o segmento de reta que une os baricentros dos triângulos ABC e DEF, sendo A(1,0), B(2,4), C(6,-1), D(3,5), E(8,4) e F(-5,0).

Qual é a posição relativa da reta $y = x - 2$ em relação a essa circunferência?

Baricentro do triângulo ABC: $G_1 = (3, 1)$

Baricentro do triângulo DEF: $G_2 = (2, 3)$

Centro da circunferência: $M = (5/2, 2)$

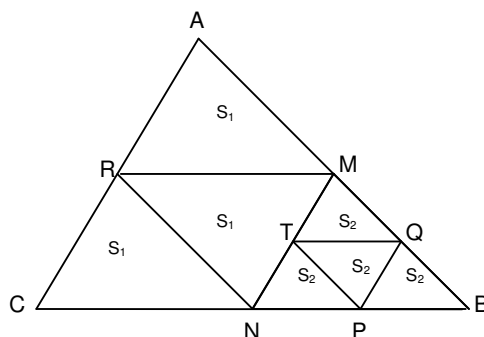
Raio da circunferência: $R = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Equação da circunferência: $X^2 + Y^2 - 5X - 4Y + 9 = 0$

A reta é secante à circunferência.

9) Considere um triângulo de vértices A, B e C. Sejam M, N, P e Q os pontos médios dos segmentos AB, BC, BN e BM, respectivamente.

Que porcentagem da área do triângulo ABC representa a área do quadrilátero MNPQ?



$S = \text{Área do triângulo ABC}$

$S_1 = \frac{1}{4} S$; $S_2 = \frac{1}{4} S_1 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{16} S$

$S_{MNPQ} = 3S_2 = \frac{3}{16} S$

$S_{MNPQ}/S = 3/16 = 0,1875 = 18,75\%$

