ESCOLA DE ECONOMIA DE SÃO PAULO
FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS

Processo Seletivo 2007/1.º Semestre

CADERNO 1

Respostas da 2.ª Fase

Raciocínio Matemático

RESOLUÇÃO

FUNDAÇÃO vunesp
17.12.2006

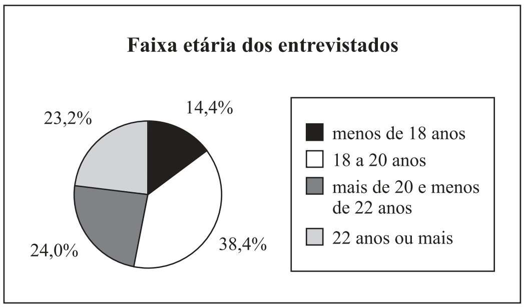
01. Em uma pesquisa de mercado feita com 250 entrevistados, todos responderam o seguinte questionário:

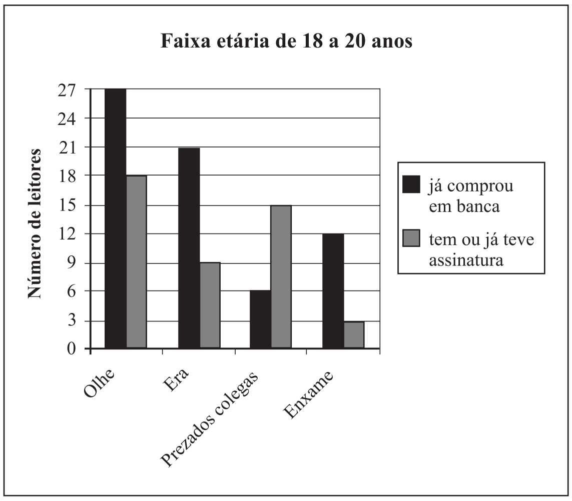
I. Assinale sua faixa etária:
( ) menos de 18 anos.
( ) 18 a 20 anos.
( ) mais de 20 e menos de 22 anos.
( ) 22 anos ou mais.

II. Assinale a(s) revista(s) que você já comprou em banca de revistas.
( ) Revista Olhe.
( ) Revista Era.
( ) Revista Prezados Colegas.
( ) Revista Enxame.

III. Assinale a(s) revista(s) que você tem ou já teve assinatura em seu nome.
( ) Revista Olhe.
( ) Revista Era.
( ) Revista Prezados Colegas.
( ) Revista Enxame.

Sabendo-se que todos os entrevistados assinalaram apenas uma opção na pergunta I, os gráficos a seguir mostram alguns dos resultados obtidos por essa pesquisa:





a) Dentre os entrevistados de 18 a 20 anos, calcule a porcentagem máxima de pessoas que poderiam ter respondido às perguntas II e III da seguinte forma:

Pergunta II	Pergunta III
(x) Revista Olhe	(x) Revista Olhe
(x) Revista Era	(x) Revista Era
( ) Revista Prezados Colegas	(x) Revista Prezados Colegas
(x) Revista Enxame	( ) Revista Enxame

RESPOSTA:

a) 0.384.250 = 96 entrevistados entre 18 e 20 anos

O número máximo de respostas como a da pergunta II é 12, e o número máximo de resposta como a da pergunta III é 9. Portanto, no máximo, 9 pessoas podem ter respondido as perguntas II e III, conforme indicado.

Como essas 9 pessoas têm entre 18 e 20 anos, então:

$$P = \frac{9}{96} = 9{,}375\%$$

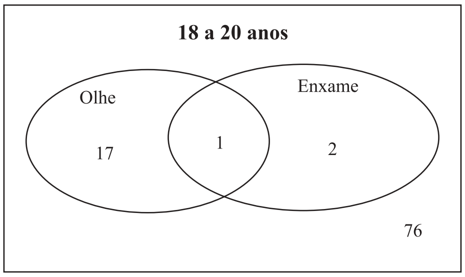
b) Para este item, admita que apenas 1 entrevistado de 18 a 20 anos tenha marcado tanto a revista Olhe quanto a Enxame na pergunta III.

O organizador da pesquisa pretende sortear dois dos entrevistados na faixa etária de 18 a 20 anos para dar um brinde. Um deles irá receber uma assinatura da revista Olhe, e o outro, uma assinatura da revista Enxame.

Calcule a probabilidade de que nenhum dos dois sorteados receba uma assinatura de revista que assine ou já tenha sido assinante (o cálculo pode ser deixado na forma de fração).

RESPOSTA:

b)



Casos possíveis = $A_{96,2} = \dfrac{96!}{94!} = 9120$

Casos favoráveis = $A_{76,2} + 76.17 + 2.76 + 2.17 = 7\,178$

$P = \dfrac{7178}{9120} = \dfrac{3589}{4560} \approx 78{,}7\%$

02. Observe atentamente o padrão indicado na tabela a seguir.

COLUNAS

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	⋯
L	1	↑	↗	→	↘	↓	↙	←	↖	↑	↗	→	↘	⋯
I	2	→	↘	↓	↙	←	↖	↑	↗	→	↘	↓	↙	⋯
N	3	↓	↙	←	↖	↑	↗	→	↘	↓	↙	←	↖	⋯
H	4	←	↖	↑	↗	→	↘	↓	↙	←	↖	↑	↗	⋯
A	5	↑	↗	→	↘	↓	↙	←	↖	↑	↗	→	↘	⋯
S	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

a) Desenhe qual será a seta localizada no cruzamento da linha 975 com a coluna 1238, justificando o raciocínio usado.

RESPOSTA:

a)
De acordo com a numeração das colunas, temos:

↑ = {1, 9, 17,...} → resto 1 na divisão por 8
↗ = {2, 10, 18,...} → resto 2 na divisão por 8
→ = {3, 11, 19,...} → resto 3 na divisão por 8
↘ = {4, 12, 20,...} → resto 4 na divisão por 8
↓ = {5, 13, 21,...} → resto 5 na divisão por 8
↙ = {6, 14, 22,...} → resto 6 na divisão por 8
← = {7, 15, 23,...} → resto 7 na divisão por 8
↖ = {8, 16, 24,...} → resto 0 na divisão por 8

Como 1 238 dividido por 8 deixa resto 6, a coluna inicia com ↙ na primeira linha. Dessa forma, analisando as linhas dessa coluna, teremos:

↙ = {1, 5, 9,...} → resto 1 na divisão por 4
↖ = {2, 6, 10,...} → resto 2 na divisão por 4
↗ = {3, 7, 11,...} → resto 3 na divisão por 4
↘ = {4, 8, 12,...} → resto 0 na divisão por 4

Como o resto da divisão de 975 por 4 é 3, então, a figura procurada é ↗

b) Admitindo-se que a tabela tenha 23 linhas por 500 colunas, calcule o total de símbolos iguais a ↑ nas três últimas linhas dessa tabela.

RESPOSTA:

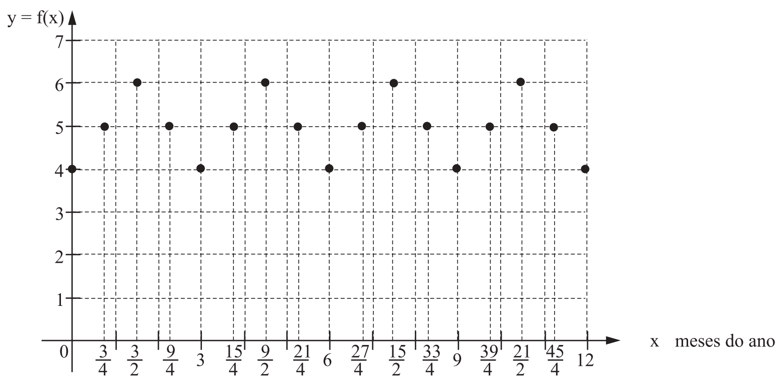
b)
Na linha 21, a seta ↑ aparece nas seguintes colunas:
↑ = {1, 9, 17,..., 497} → P.A. com r = 8
497 = 1 + (n – 1).8 → n = 63. Portanto, temos 63 setas ↑ na primeira linha.

Na linha 22, o símbolo ↑ aparece nas seguintes colunas:
↑ = {7, 15, 23,..., 495} → P.A. com r = 8
495 = 7 + (n – 1).8 → n = 62. Portanto, temos 62 setas ↑ nessa linha.

Na linha 23, o símbolo ↑ aparece nas seguintes colunas:
↑ = {5, 13, 23,..., 495} → P.A. com r = 8
493 = 5 + (n – 1).8 → n = 62. Portanto, temos 62 setas ↑ nessa linha.

Total de símbolos ↑ = 63 + 62 + 62 = 187

03. O gráfico indica a relação entre y e x, ao longo de 12 meses de um ano:



a) Admita que a função $f(x) = 5 + \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}x - \frac{\pi}{2}\right)$ modele a relação de dependência entre y e x indicada com os pontos do gráfico.

Determine, através dessa função, o valor de f(x) ao final do primeiro quarto do mês de abril.

RESPOSTA:

Ao final do primeiro quarto de mês de abril temos $x = 3 + \frac{1}{4}$, ou seja, $x = \frac{13}{4}$.

Portanto, temos: $f\left(\frac{13}{4}\right) = 5 + \text{sen}\left(\frac{2p}{3} . \frac{13}{4} - \frac{p}{2}\right)$

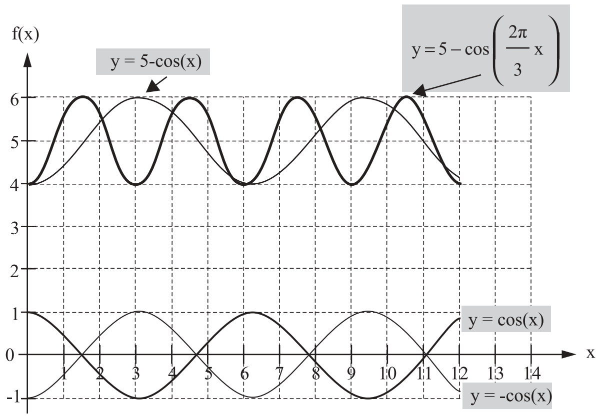
$$f\left(\frac{13}{4}\right) = 5 + \text{sen}\left(\frac{5p}{3}\right)$$

$$f\left(\frac{13}{4}\right) = 5 - \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad f\left(\frac{13}{4}\right) = \frac{10 - \sqrt{3}}{2}$$

b) Determine possíveis valores dos parâmetros reais a, b e c de forma que a representação gráfica da função g(x) = a + b.cos(c.x) passe por todos os pontos indicados.

RESPOSTA:

b)



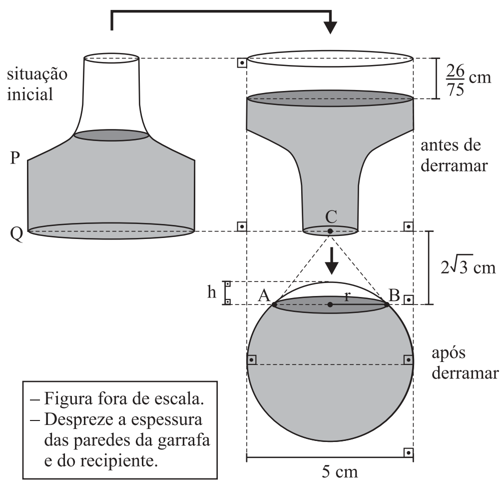
Para determinar o período da função procurada, temos:

$$p = \frac{2\pi}{|k|} \rightarrow 3 = \frac{2\pi}{|k|} \rightarrow k = \pm\frac{2\pi}{3}$$

Portanto, a função procurada é $f(x) = 5 - \cos\left(\frac{2\pi}{3}x\right)$ ou $f(x) = 5 - \cos\left(-\frac{2\pi}{3}x\right)$

04. Uma garrafa de base e boca circulares está parcialmente cheia de água.

Com a boca tampada, a garrafa foi virada para baixo e, em seguida, a água foi derramada, sem desperdício, no interior de um recipiente esférico de volume igual ao da garrafa, como mostra a seqüência de figuras:



a) Sendo PQ a geratriz de um cilindro circular reto, calcule o volume de água contida na garrafa na situação inicial, em cm³.

RESPOSTA:

a)

$$V_{ar} = \pi \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 \cdot \frac{26}{75}$$

$$V_{ar} = \frac{13\pi}{6} \text{ cm}^3$$

$$V_{líquido} = V_{esfera} - V_{ar}$$

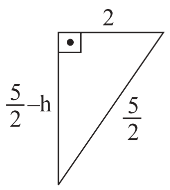
$$V_{líquido} = \frac{4}{3} \cdot \pi \left(\frac{5}{2}\right)^3 - \frac{13\pi}{6} \quad \rightarrow \quad V_{líquido} = \frac{56\pi}{3} \text{ cm}^3$$

b) Sendo C o centro da circunferência da boca da garrafa, AB o diâmetro do círculo determinado pelo nível de água na esfera, e ABC um triângulo equilátero, calcule a altura h da calota de ar na esfera, em cm.

RESPOSTA:

b)

$$2\sqrt{3} = \frac{L_{\Delta ABC} \cdot \sqrt{3}}{2} \quad \rightarrow \quad L_{\Delta ABC} = 4 \text{ cm}$$



$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2} - h\right)^2 + 2^2 \quad \rightarrow \quad h^2 - 5h + 4 = 0, \text{ com } h < \frac{5}{2} \rightarrow \quad h = 1 \text{ cm}$$