

Matemática

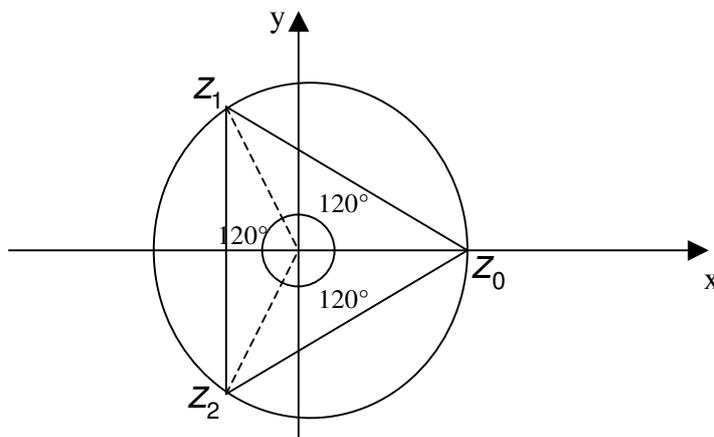
Gabarito Final com Distribuição de Pontos

Primeira Questão

- $p(z)$ tem grau 3 e coeficientes reais, uma de suas raízes é um número real..... 2 pts.
- Como as três raízes z_0 , z_1 e z_2 de $p(z)$ são vértices de um triângulo equilátero inscrito na circunferência de raio 2 centrada na origem, as únicas possibilidades para a raiz real z_0 são 2 ou -2 4 pts.

Caso I: $z_0 = 2$

Nesse caso, teremos a seguinte situação:



Logo,

$$z_1 = 2(\cos 120^\circ + i \operatorname{sen} 120^\circ) = 2\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -1 + i\sqrt{3} \text{ e } \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

$$z_2 = -1 - i\sqrt{3} \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

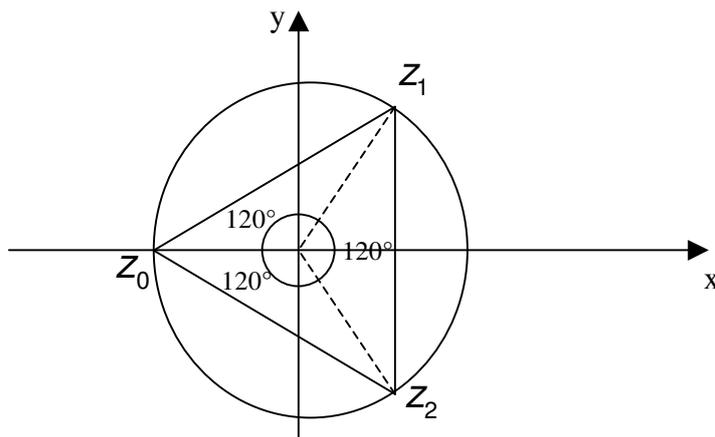
Portanto,

$$p(z) = (z - 2)(z^2 - (z_1 + z_2)z + (z_1 z_2)) = (z - 2)(z^2 + 2z + 4) = z^3 - 8 \dots\dots\dots 3 \text{ pts.}$$

Matemática

Gabarito Final com Distribuição de Pontos

Caso II: $z_0 = -2$



Logo,

$z_1 = 2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) = 2\left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 1 + i\sqrt{3}$ e 2 pts.

$z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ 2 pts.

Portanto,

$p(z) = (z+2)(z^2 - (z_1 + z_2)z + (z_1 z_2)) = (z-2)(z^2 - 2z + 4) = z^3 + 8$ 3 pts.

Matemática

Gabarito Final com Distribuição de Pontos

Segunda Questão

(i) Resolvendo a equação $f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = x^2 - 6x + 5$, segue que $x =$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} = \text{ou seja } x = 1 \text{ ou } x = 5 \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

(ii) Dado que $(g \circ f)(x) = 0$, segue que $f(x) = -3$ (*)..... 3 pts.
 ou $f(x) = 5$ (**) 3 pts.

(iii) De (*) encontramos a equação $x^2 - 6x + 8 = 0$ 1 pt.

Resolvendo a mesma segue que: $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (8)}}{2 \cdot (1)} = \frac{6 \pm 2}{2}$ 1 pt.

desta forma $x_1 = 4$ 2 pts.

ou $x_2 = 2$ 2 pts.

(iv) De (**) encontramos a equação $x^2 - 6x = 0$ 1 pt.

Resolvendo a mesma segue que $x = \frac{6 \pm \sqrt{36}}{2}$ 1 pt.

desta forma $x_1 = 0$ 2 pts.

ou $x_2 = 6$ 2 pts.



Universidade Federal de Uberlândia



UFU, um bem público a serviço do Brasil

Compromisso com o ensino público, gratuito e de qualidade

COPEV – Comissão Permanente de Vestibular

Matemática

Gabarito Final com Distribuição de Pontos

Terceira Questão – Valor: 20 pontos

- Fórmula do volume da pirâmide:

$$V_{\text{pirâmide}} = 1/3 \cdot (\text{área da base}) \cdot (\text{altura da pirâmide}) \dots\dots\dots 2 \text{ pts.}$$

- Cálculo do lado do hexágono regular 2 pts.

$$l^2 = 3^2 + 3^2$$

$$l = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

- Área do hexágono regular = 6.(área do triângulo equilátero)..... 3 pts.

- Altura da pirâmide = $1/2$.(diagonal do cubo)..... 4 pts.

- Cálculo da diagonal do cubo..... 4 pts.

- Substituição dos valores numéricos na fórmula do volume da pirâmide 2 pts.

Matemática

Gabarito Final com Distribuição de Pontos

Quarta Questão

x: comprimento da vela de Joana
y: comprimento da vela de Maria

$x + y = 22$ cm 4 pts.

$x - \frac{10}{100}x = \frac{9}{10}x$: o que restou da vela de Joana 3 pts.

$y - \frac{25}{100}y = \frac{3}{4}y$: o que restou da vela de Maria 3 pts.

Portanto, $\frac{9}{10}x = \frac{3}{4}y$ 4 pts.

$\begin{cases} x + y = 22 \\ \frac{9}{10}x = \frac{3}{4}y \end{cases}$ 2 pts.

$x = 10$ e $y = 12$

Pedaço da vela de Joana: 10 cm 4 pts.
Pedaço da vela de Maria: 12 cm