

VESTIBULAR MEIO DE ANO 2007

ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS
PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

CADERNO DE QUESTÕES

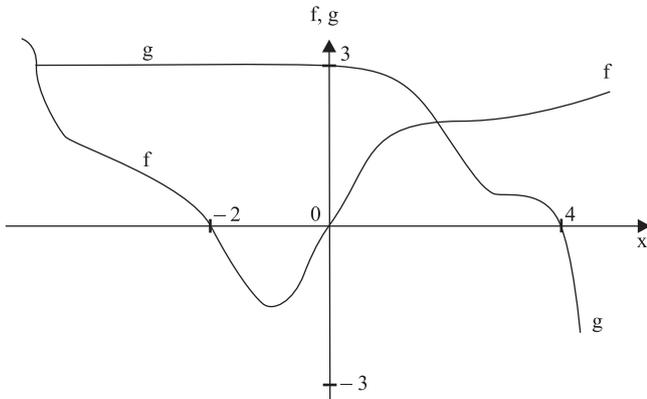
INSTRUÇÕES

1. CONFERIR SEU NOME E NÚMERO DE INSCRIÇÃO NA CAPA DESTE CADERNO.
2. ASSINAR COM CANETA DE TINTA AZUL OU PRETA A CAPA DO SEU CADERNO DE RESPOSTAS, NO LOCAL INDICADO.
3. ESTA PROVA CONTÉM 25 QUESTÕES E TERÁ DURAÇÃO DE 4 HORAS.
4. O CANDIDATO SOMENTE PODERÁ ENTREGAR O CADERNO DE RESPOSTAS E SAIR DO PRÉDIO DEPOIS DE TRANSCORRIDAS 2 HORAS, CONTADAS A PARTIR DO INÍCIO DA PROVA.
5. AO SAIR, O CANDIDATO LEVARÁ ESTE CADERNO E O CADERNO DE QUESTÕES DA PROVA DE CONHECIMENTOS GERAIS.

MATEMÁTICA

01. Dada a expressão $A = \frac{(5-i)x}{(5x-i)9}$, em que $x \in \mathbb{R}$ e i é a unidade imaginária, quais são os valores de x que tornam A real? Para esses valores de x , quais são os resultados de A ?

02. Sejam duas funções reais e contínuas $f(x)$ e $g(x)$ dadas pela figura. Obtenha o resultado da expressão, $f \circ g(4) + g \circ f(-1)$.



03. Para quais valores de $k \in \mathbb{R}$ o sistema linear homogêneo:

$$\begin{cases} kx + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \\ 3x + y + kz = 0 \end{cases}$$

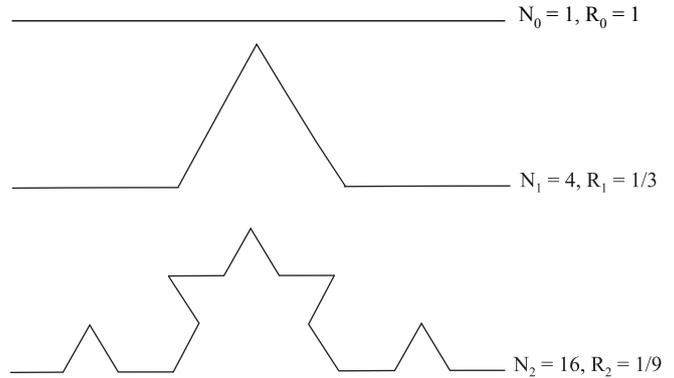
será possível e determinado, será possível e indeterminado, será impossível?

04. Três tubos de ensaio são retirados aleatoriamente, um de cada vez, de um lote de 15 tubos de ensaio, dentre os quais 5 são defeituosos. Encontre a probabilidade de que pelo menos um seja defeituoso.

05. Em algumas situações, é conveniente representar de maneira aproximada a função $\sin(\pi x)$, com $x \in [0, 1]$, pela função quadrática $f(x) = 4x - 4x^2$, a qual fornece os valores corretos apenas em $x = 0$, $x = 0,5$ e $x = 1$. Isto é, $\sin(\pi x) \approx 4x - 4x^2$.

Use essa aproximação para obter o valor de $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ e estime a diferença, em módulo, entre esse valor e o valor conhecido de $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$, considerando $\sqrt{2} \approx 1,41$.

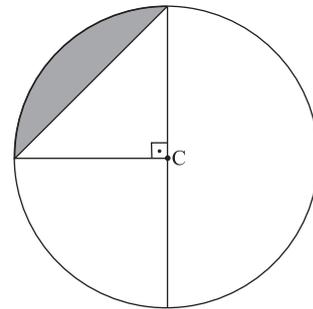
06. Considera-se um segmento de reta, N_0 , de tamanho $R_0 = 1$. Ele é dividido em três partes iguais, e a parte do meio é substituída por dois segmentos de tamanho $R_1 = 1/3$, na forma de um triângulo equilátero, resultando em $N_1 = 4$ segmentos de reta. Repetindo-se este procedimento para todos os segmentos de reta, obtêm-se $N_2 = 16$ e $R_2 = 1/9$, tal como apresentado nas figuras.



Quais são os valores que se obtêm para N_3 e R_3 ? Após n repetições desse processo, qual será o comprimento R_n dos segmentos de reta e quantos segmentos de reta N_n existirão?

07. Dada a expressão trigonométrica $\cos(5x) - \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = 0$, resolva-a em \mathbb{R} para $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

08. Considere uma circunferência de diâmetro L e centro C , conforme figura.



Calcule a razão entre a área do círculo e a área da região sombreada.

09. Determine a equação da reta que é paralela à reta $3x + 2y + 6 = 0$ e que passa pelos pontos $(x_1, y_1) = (0, b)$ e $(x_2, y_2) = (-2, 4b)$ com $b \in \mathbb{R}$.

10. Um cubo inscrito em uma esfera de raio R tem o seu lado dado por $L = \frac{2R}{\sqrt{3}}$. Considere $R = 2$ cm e calcule o volume da região interior à esfera e que é exterior ao cubo.

FÍSICA

11. Acredita-se que desde o século XIV acrobatas chineses já usavam uma versão primitiva do pára-quedas. É certo que, no ocidente, Leonardo da Vinci (1452-1519) já o havia imaginado.

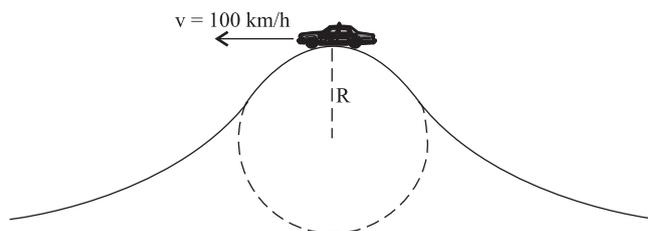


Esboço de um pára-quedas, feito por Leonardo da Vinci.

Essa bela invenção utiliza um princípio físico muito simples: a força de resistência do ar ao movimento de um corpo aumenta com o módulo de sua velocidade, bem como com a área transversal à direção de movimento do pára-quedas. Assim, após algum tempo, essa força se iguala à força-peso do conjunto (pára-quedista e pára-quedas), de tal forma que, a partir desse momento, sua velocidade se torna constante, a chamada velocidade limite. No caso de um salto livre, com o pára-quedas fechado, atinge-se a velocidade limite de, aproximadamente, 40 m/s depois de uma queda de cerca de 400 m. Já com ele aberto, esses valores são, respectivamente, 5 m/s e 3 m. Calcule a aceleração média no primeiro caso (pára-quedas fechado), supondo que a velocidade inicial do corpo em queda seja nula. Supondo que a altura inicial do salto seja de 800 m, calcule qual seria o tempo de queda até chegar ao solo após atingir a velocidade limite no segundo caso (pára-quedas aberto).

12. O *bungee jump* é um esporte radical bastante praticado no mundo inteiro e também conhecido como “iô-iô humano”. A altura de um certo *bungee jump* é de 40 metros, e o praticante desce por cerca de 11 m em queda livre. Supondo que a massa da corda elástica utilizada nestes saltos seja desprezível e considerando que um atleta, com 60 kg, tenha partido do repouso, determine o tempo de queda livre, desprezando-se a resistência do ar. Calcule a variação das energias potencial gravitacional e cinética, sofridas pelo esportista, durante esse intervalo de tempo. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

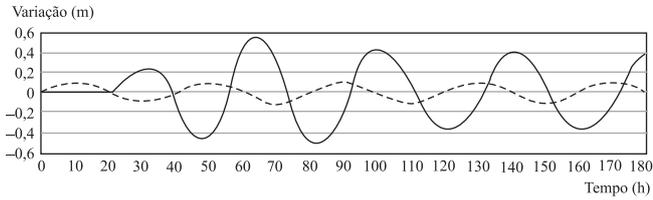
13. Um motorista, percorrendo uma estrada horizontal com velocidade $v = 100 \text{ km/h}$, pisa no acelerador do automóvel ao iniciar a subida de um morro, para conseguir chegar ao topo da elevação com essa mesma velocidade escalar. O trecho elevado da estrada possui um raio de curvatura $R = 70 \text{ m}$. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$.



Desenhe o diagrama das forças que atuam no automóvel no topo da elevação e determine se no ponto mais alto ele “decolar”, descolando momentaneamente da estrada.

14. Crianças do norte da Europa, ao saírem de uma festa na casa de um dos amiguinhos durante um inverno rigoroso, entristeceram-se ao ver que as “bexigas” que levavam murcharam. Ao chegarem em suas casas, notaram que as bexigas voltaram ao normal. Supondo que seja válida a aplicação da lei dos gases perfeitos a essa situação e considerando que a temperatura dentro das casas era de $25 \text{ }^\circ\text{C}$ e fora delas, $-15 \text{ }^\circ\text{C}$, faça uma estimativa da variação percentual do volume da bexiga ao sair das casas. Supondo, agora, que a bexiga foi cheia ao ar livre e, depois, levada para o interior da casa do aniversariante, a fim de evitar tamanha decepção, calcule novamente a variação percentual do volume e diga se o processo é simétrico. Considere $0 \text{ }^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$.
15. Segundo a ONU, a temperatura média do planeta subirá entre $1,8 \text{ }^\circ\text{C}$ e $4 \text{ }^\circ\text{C}$ até 2100, provocando um aumento do nível dos oceanos de 18 a 59 cm, devendo ocorrer inundações e ondas de calor mais freqüentes, além de ciclones mais violentos durante mais de um milênio. Tomando como hipótese uma variação média do nível dos oceanos de 40 cm, o volume de água acrescido é cerca de $1,5 \times 10^{14} \text{ m}^3$. Com esses dados e sabendo ainda que a densidade da água é 1000 kg/m^3 e o calor de fusão do gelo é 333 kJ/kg , calcule a quantidade de calor capaz de derreter uma massa de gelo, à $0 \text{ }^\circ\text{C}$, que corresponda àquele volume de água. Em seguida, estime a quantidade de calor necessária a fim de provocar uma variação de $17 \text{ }^\circ\text{C}$ na massa de água derretida ($c_{\text{água}} = 4,0 \times 10^3 \text{ J/(kg}\cdot\text{ }^\circ\text{C)}$). Suponha desprezível a dilatação térmica na água líquida inicialmente presente nos oceanos.

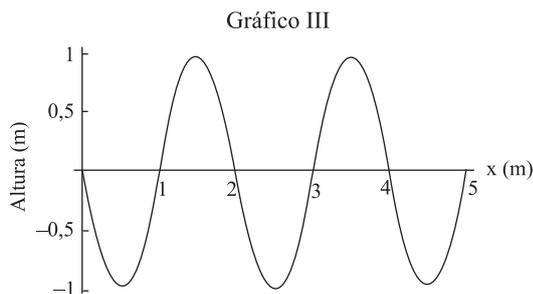
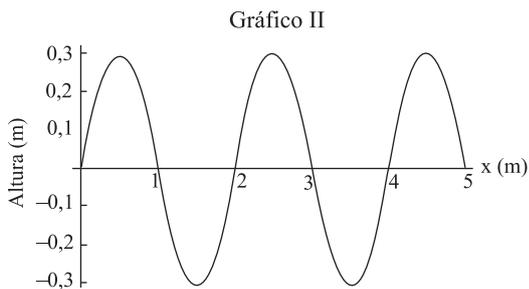
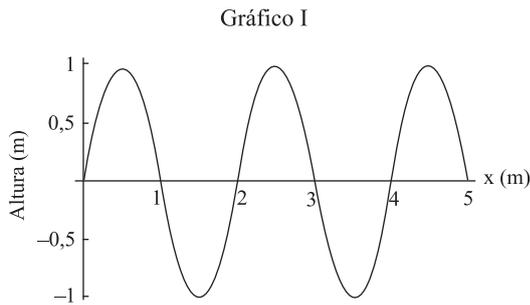
16. Em dezembro de 2004, um grande *tsunami* (onda gigante do mar, causada por terremoto) varreu a costa de alguns países asiáticos, deixando um rastro de destruição e morte. Seus efeitos puderam ser medidos mesmo aqui no Brasil, cerca de 20 horas depois. Segundo uma matéria divulgada pela COPPE-UFRJ, como consequência do fenômeno de interferência, as ondas chegaram a subir cerca de 1 m em alguns pontos da Baía de Guanabara, sendo que sua altura em alto mar não passou de alguns poucos centímetros.



Variação da elevação do nível da água na Baía de Guanabara, devido ao *tsunami*. A linha tracejada refere-se à interferência no mar aberto, e a linha contínua mostra a altura da onda na Enseada de Botafogo.

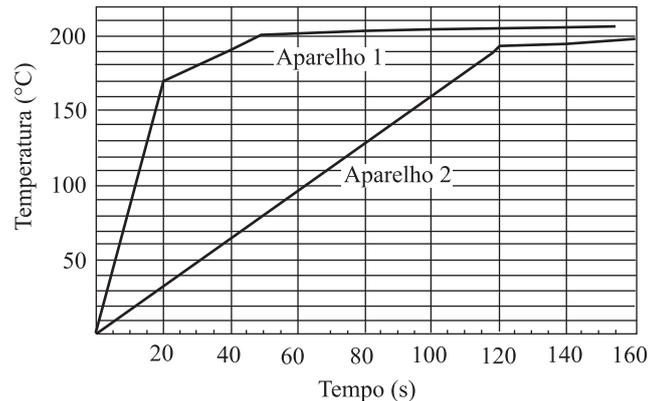
(www.planeta.coppe.ufrj.br)

Observando os gráficos seguintes, esboce no caderno de respostas dois gráficos, o da amplitude resultante da interferência das ondas I e II e o da amplitude resultante da interferência das ondas I e III. Indique que tipo de interferência ocorre em cada caso e qual delas seria a responsável pelas referidas ondas de 1 m.



17. Um método de cobertura de superfícies metálicas, usado para reduzir efeitos de corrosão, e que é importante do ponto de vista industrial, é a chamada galvanização, que consiste em passar uma corrente elétrica através de uma solução líquida entre dois eletrodos de metais diferentes. Durante o processo, átomos são retirados de um dos eletrodos e depositados no outro, revestindo-o com uma camada protetora do outro metal. Considere um caso simples em que se usam eletrodos de ouro e alumínio e uma solução aquosa de nitrato de ouro III $[\text{Au}(\text{NO}_3)_3]$, gerando íons Au^{+++} que são atraídos para o eletrodo de alumínio (polo negativo), nele sendo depositados. Considerando que uma corrente de 2,0 A percorra a solução durante 800 s, qual é a quantidade de carga que atravessa a solução nesse tempo? Lembrando que a carga de um elétron é igual a $1,6 \times 10^{-19}$ C, a massa de um átomo de ouro é aproximadamente $3,0 \times 10^{-25}$ kg e que para cada três elétrons um átomo de ouro é depositado no eletrodo de alumínio, calcule a massa total de ouro depositada durante esse tempo.

18. Hoje em dia, está “na moda” o uso, às vezes perigoso, das chamadas “chapinhas”, que são aparelhos destinados a alisar os cabelos ao serem passados através de duas placas aquecidas pela conversão de energia elétrica em térmica. Veja no gráfico a comparação da performance de dois determinados aparelhos. Note que a vantagem do aparelho 1 é a de atingir a temperatura de funcionamento mais rapidamente.

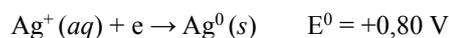
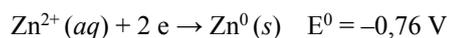


Determine, a partir do gráfico, a taxa com que a temperatura varia no primeiro trecho reto da figura de cada aparelho (1 e 2), utilizando esse resultado para calcular a quantidade de calor fornecida para aquecer cada aparelho nesta primeira etapa, desprezadas as perdas de calor. Em seguida, suponha que o aparelho 1 tenha uma potência de 1 100 W e que trabalhe em uma tensão de 110 V. Determine o valor da resistência elétrica responsável pelo aquecimento do aparelho.

19. Uma estudante, tendo recebido a tarefa de determinar o índice de refração relativo da luz entre um líquido e o ar, teve a idéia de usar uma vareta, colocada em posição vertical, e uma régua, formando um ângulo reto com a vareta. A medição foi feita em duas etapas: primeiro ela mediu o tamanho da sombra da vareta na régua ao ar livre e, em seguida, fez o mesmo com o “aparelho” imerso no líquido. Sabendo que o comprimento da vareta era $L = 40$ cm e o resultado das medições das sombras foram $S_{\text{ar}} = 30$ cm e $S_{\text{liquido}} = 40/(3)^{1/2}$ cm, determine o índice encontrado pela estudante, utilizando a lei de Snell.

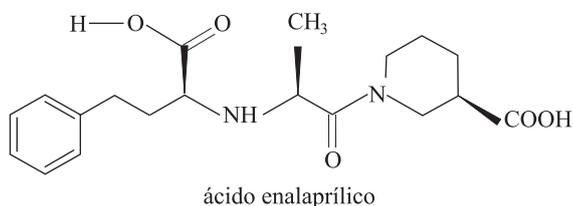
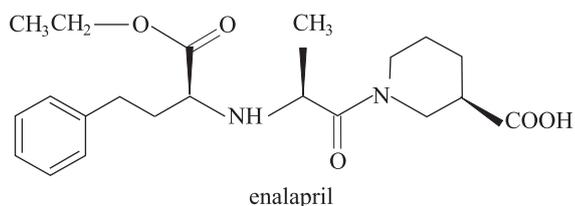
QUÍMICA

20. Dispondo de duas placas de prata, duas de níquel e duas de cobre, um pesquisador construiu três diferentes pilhas, que foram empregadas na montagem de uma bateria. Utilizando os potenciais de redução apresentados,



determine a ddp da bateria construída com essas pilhas conectadas em série.

21. O ácido enalaprílico apresenta uma importante atividade como anti-hipertensivo. No entanto, quando ministrado por via oral, sua absorção pelo organismo é de aproximadamente 10%, ou seja, muito baixa, o que se deve à presença dos dois grupos carboxílicos na molécula. Pesquisadores descobriram que a conversão de um destes grupos carboxílicos em seu derivado éster de etila, mais lipofílico, resultava em absorções pelo organismo da ordem de 70%. O éster enalapril, uma vez absorvido, é convertido no ácido enalaprílico, o que garante o efeito farmacológico esperado.



Com base na estrutura das duas substâncias, indique qual deve ser a substância utilizada na reação de esterificação do ácido enalaprílico.

22. O magnésio tem sido utilizado, na indústria, para as mais diversas aplicações. Por ter densidade menor que outros metais, quando presente em ligas metálicas utilizadas em automóveis, o magnésio contribui para a redução de peso, o que torna o automóvel mais econômico. Sabendo-se que de 1 m^3 de água do mar é possível retirar $6,75\text{ kg}$ de MgCl_2 e que as massas molares de Mg e Cl são, respectivamente, $24,3\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ e $35,5\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, calcule a massa de magnésio metálico que pode ser obtida a partir de 10 m^3 de água do mar.
23. Substâncias como $\text{Al}(\text{OH})_3$ e $\text{Mg}(\text{OH})_2$ são bases fracas utilizadas na composição de antiácidos estomacais, por reagirem com o ácido clorídrico (HCl) presente no estômago. Equacione, na forma iônica completa, e balanceie as reações químicas dessas bases com o ácido clorídrico.

24. Radioisótopos podem ser utilizados em diversas pesquisas e na solução de diversos problemas, como na medicina, na realização de diagnósticos ou mesmo no combate a enfermidades. Na agricultura, podem ser utilizados na esterilização de agentes que atuam sobre os alimentos e, na indústria, para a aferição da qualidade de soldas, por exemplo. Suponha que em uma pesquisa agrícola se utilize um radioisótopo com meia vida de 10 dias no preparo de um fertilizante que deva ter em sua composição, no mínimo, $0,3\text{ g}$ do mesmo. O pesquisador adquire o radioisótopo em embalagens com $4,8\text{ g}$ e necessita saber o tempo máximo que tem para utilizar o produto. Com base nas informações fornecidas, calcule o tempo máximo de estoque antes que o produto não possa mais ser utilizado.

25. O iodeto de potássio pode ser utilizado para separar íons prata de uma solução aquosa, pois o iodeto de prata formado é muito pouco solúvel. Este sal pode ser utilizado para bombardear nuvens em épocas de seca e, assim, induzir chuvas. Suponha que o responsável por um laboratório receba uma encomenda de iodeto de prata e utilize soluções concentradas de nitrato de prata e de iodeto de potássio, a $25\text{ }^\circ\text{C}$, como reagentes para preparar o produto. Após o surgimento do precipitado de interesse, qual deve ser a concentração de íons prata na solução resultante? Considere K_s do $\text{AgI} = 8,1 \times 10^{-17}$.