

**FUVEST**  
**2004**  
Segunda Fase

Prova de Matemática

08/01/2004

**Q.01**

O número de gols marcados nos 6 jogos da primeira rodada de um campeonato de futebol foi 5, 3, 1, 4, 0 e 2.

Na segunda rodada, serão realizados mais 5 jogos. Qual deve ser o número total de gols marcados nessa rodada para que a média de gols, nas duas rodadas, seja 20% superior à média obtida na primeira rodada?

---

**Q.02**

Três cidades A, B e C situam-se ao longo de uma estrada reta; B situa-se entre A e C e a distância de B a C é igual a dois terços da distância de A a B. Um encontro foi marcado por 3 moradores, um de cada cidade, em um ponto P da estrada, localizado entre as cidades B e C e à distância de 210 km de A. Sabendo-se que P está 20 km mais próximo de C do que de B, determinar a distância que o morador de B deverá percorrer até o ponto de encontro.

**Q.03**

Um triângulo ABC tem lados de comprimentos  $AB = 5$ ,  $BC = 4$  e  $AC = 2$ . Sejam M e N os pontos de  $\overline{AB}$  tais que  $\overline{CM}$  é a bissetriz relativa ao ângulo  $\hat{A}CB$  e  $\overline{CN}$  é a altura relativa ao lado  $\overline{AB}$ . Determinar o comprimento de  $\overline{MN}$ .

---

**Q.04**

Considere a equação  $z^2 = \alpha z + (\alpha - 1)\bar{z}$ , onde  $\alpha$  é um número real e  $\bar{z}$  indica o conjugado do número complexo  $z$ .

- Determinar os valores de  $\alpha$  para os quais a equação tem quatro raízes distintas.
- Representar, no plano complexo, as raízes dessa equação quando  $\alpha = 0$ .

**Q.05**

O produto de duas das raízes do polinômio  $p(x) = 2x^3 - mx^2 + 4x + 3$  é igual a  $-1$ . Determinar

- a) o valor de  $m$ .
- b) as raízes de  $p$ .

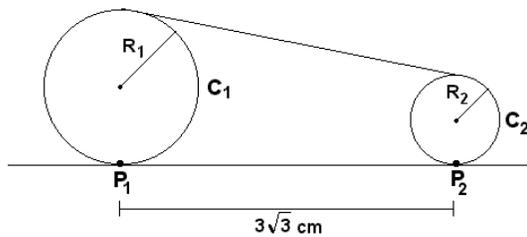
---

**Q.06**

A figura abaixo representa duas polias circulares  $C_1$  e  $C_2$  de raios  $R_1 = 4\text{ cm}$  e  $R_2 = 1\text{ cm}$ , apoiadas em uma superfície plana em  $P_1$  e  $P_2$ , respectivamente. Uma correia envolve as polias,

sem folga. Sabendo-se que a distância entre os pontos  $P_1$  e  $P_2$  é

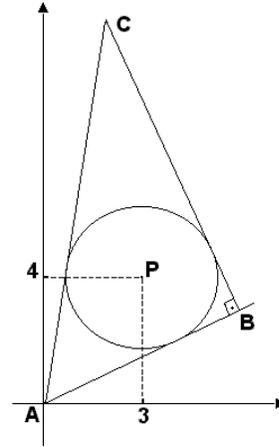
$3\sqrt{3}\text{ cm}$ , determinar o comprimento da correia.



**Q.07**

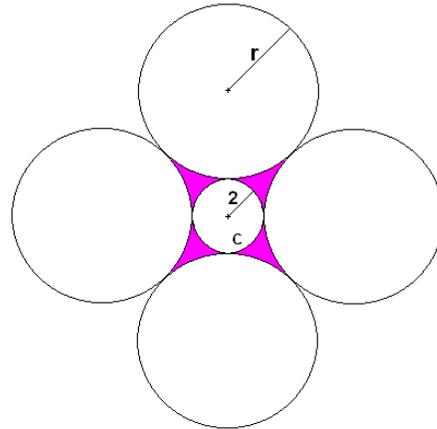
Na figura ao lado, os pontos A, B e C são vértices de um triângulo retângulo, sendo  $\hat{B}$  o ângulo reto. Sabendo-se que  $A = (0,0)$ , B pertence à reta  $x - 2y = 0$  e  $P = (3,4)$  é o centro da circunferência inscrita no triângulo ABC, determinar as coordenadas

- do vértice B.
- do vértice C.

**Q.08**

Na figura ao lado, cada uma das quatro circunferências externas tem mesmo raio  $r$  e cada uma delas é tangente a outras duas e à circunferência interna C. Se o raio de C é igual a 2, determinar

- o valor de  $r$ .
- a área da região hachurada.



**Q.09**

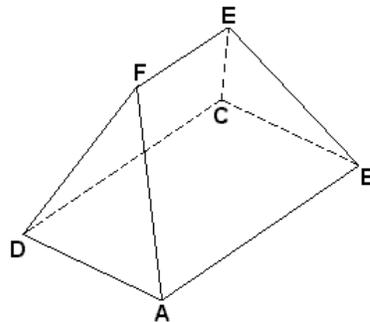
Seja  $m \geq 0$  um número real e sejam  $f$  e  $g$  funções reais definidas por  $f(x) = x^2 - 2|x| + 1$  e  $g(x) = mx + 2m$ .

- Esboçar, no plano cartesiano representado ao lado, os gráficos de  $f$  e de  $g$  quando  $m = \frac{1}{4}$  e  $m = 1$ .
- Determinar as raízes de  $f(x) = g(x)$  quando  $m = \frac{1}{2}$ .
- Determinar, em função de  $m$ , o número de raízes da equação  $f(x) = g(x)$ .

**Q.10**

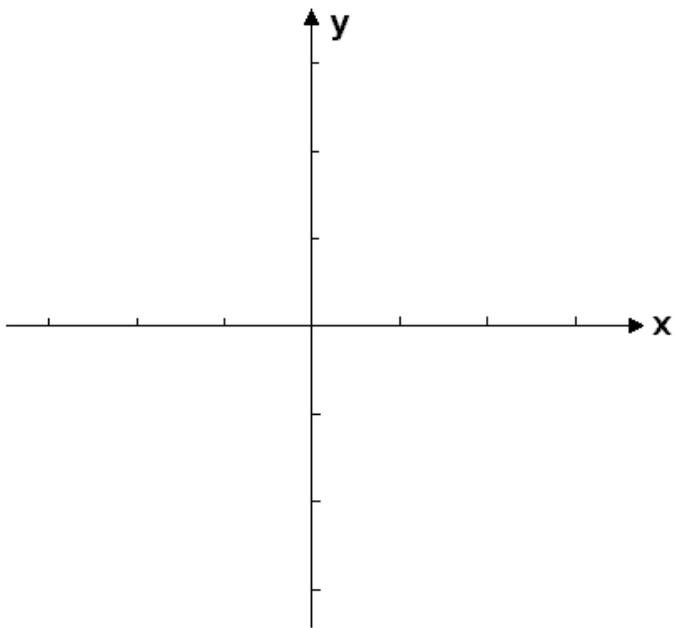
No sólido  $S$  representado na figura ao lado, a base  $ABCD$  é um retângulo de lados  $AB = 2\lambda$  e  $AD = \lambda$ ; as faces  $ABEF$  e  $DCEF$  são trapézios; as faces  $ADF$  e  $BCE$  são triângulos equiláteros e o segmento  $\overline{EF}$  tem comprimento  $\lambda$ .

Determinar, em função de  $\lambda$ , o volume de  $S$ .



Folha de resposta das questões Q.09 e Q.10

**Q.09**



---

**Q.10**