

QUESTÃO 1.

Numa cidade do interior do estado de São Paulo, uma prévia eleitoral entre 2.000 filiados revelou as seguintes informações a respeito de três candidatos A, B, e C, do Partido da Esperança (**PE**) que concorrem a 3 cargos diferentes:

- I. todos os filiados votaram e não houve registro de voto em branco, tampouco de voto nulo;
- II. 280 filiados votaram a favor de A e de B;
- III. 980 filiados votaram a favor de A ou de B, mas não de C;
- IV. 420 filiados votaram a favor de B, mas não de A ou de C;
- V. 1.220 filiados votaram a favor de B ou de C, mas não de A;
- VI. 640 filiados votaram a favor de C, mas não de A ou de B;
- VII. 140 filiados votaram a favor de A e de C, mas não de B.

Determine o número de filiados ao **PE** que:

- a) votaram a favor dos 3 candidatos.
- b) votaram a favor de apenas um dos candidatos.

QUESTÃO 2.

O “*Magazine Lucia*” e a rede “*Corcovado*” de hipermercados vendem uma determinada marca de aparelho de som do tipo *Home Cinema*, pelo mesmo preço à vista. Na venda a prazo, ambas as lojas cobram a taxa de juros compostos de 10% ao mês, com planos de pagamentos distintos.

Comprando a prazo no “*Magazine Lucia*”, um consumidor deve pagar R\$2.000,00 no ato da compra e R\$3.025,00 depois de 2 meses, enquanto que na rede “*Corcovado*” ele pode levar o aparelho sem desembolsar dinheiro algum, pagando uma parcela de R\$1.980,00, 1 mês após a compra e o saldo em 2 meses após a compra.

- a) Qual o valor à vista do aparelho de som?
- b) Se um consumidor comprar o aparelho de som a prazo na rede “*Corcovado*”, qual o valor da parcela final, vencível 2 meses após a compra?

QUESTÃO 3.

- a) Os enxadristas Dráuzio e João jogam 12 partidas de xadrez, das quais 6 são vencidas por Dráuzio, 4 por João e 2 terminam empatadas. Os jogadores combinam a disputa de um torneio com 3 partidas.

Determine a probabilidade de 2 das 3 partidas do torneio terminarem empatadas.

-
- b) O Conselho Diretor de uma empresa é composto por n diretores, além do Presidente. Com os membros do Conselho Diretor podem ser formadas C comissões de 4 elementos, todas contando com a participação do Presidente. Se, no entanto, a presença do Presidente não for obrigatória, podendo participar ou não, $2C$ comissões poderão ser formadas.

Determine o número de membros do Conselho Diretor.

QUESTÃO 4.

- a) Determine os valores de \underline{a} para os quais o sistema linear abaixo admita solução não trivial.

$$\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ (\operatorname{sen} a)x + (\operatorname{cos} a)y = 0 \\ (\operatorname{cos} a)x + (\operatorname{sen} a)z = 0 \end{cases}$$

-
- b) Resolva a equação $x^5 + x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 3x + 3 = 0$ no conjunto dos números complexos.

QUESTÃO 5.

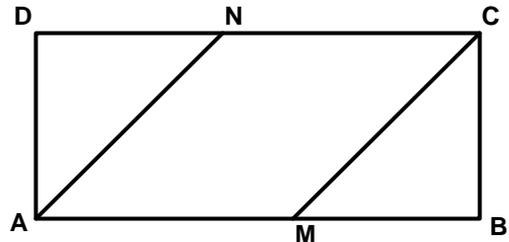
Considere as funções: $f(x) = 3^x - 3$ e $g(x) = \log_3(x+1)$, sendo $\log_a(b)$ o logaritmo de b na base a .

- a) Esboce a representação gráfica das funções $f(x)$ e $g(x)$ num mesmo sistema cartesiano de eixos.
- b) Escreva a equação das retas r e s , assíntotas das funções $f(x)$ e $g(x)$, respectivamente.
- c) Determine as coordenadas dos pontos P e R , intersecções das funções $f(x)$ e $g(x)$, respectivamente, com o eixo Ox e as coordenadas dos pontos Q e S , intersecções das funções $f(x)$ e $g(x)$, respectivamente, com o eixo Oy .
- d) Determine graficamente o número de soluções da equação $f(x) = g(x)$.

QUESTÃO 6.

- a) Na figura ao lado, $ABCD$ é um retângulo e $AMCN$ é um losango.

Determine a medida do segmento NB , sabendo que $AB = 2AD = 20\text{cm}$.



-
- b) Considere dois polinômios, $f(x)$ e $g(x)$, tais que o grau de $f(x)$ é $n + 2$ e o grau de $g(x)$ é $n - 1$.

Sejam $q(x)$ e $r(x)$ ($r(x) \neq 0$), respectivamente, o quociente e o resto da divisão de $f(x)$ por $g(x)$.

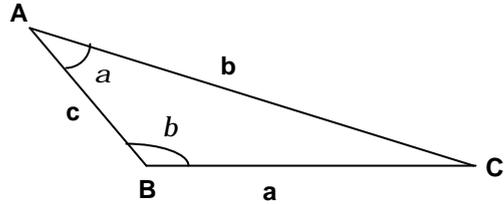
O que se pode afirmar a respeito dos graus dos polinômios $q(x)$ e $r(x)$?

QUESTÃO 7.

- a) No triângulo ABC da figura ao lado, sabe-se que:

$$a = \frac{7}{3}c; \quad \text{sen } b = \frac{4\sqrt{3}}{7}; \quad 90^\circ < b < 180^\circ.$$

Determine o valor do ângulo a .



-
- b) Escreva a equação da bissetriz do maior ângulo formado pelas retas $y = 3$ e $y = 2 - x\sqrt{3}$.

QUESTÃO 8.

Benedito, um motorista de táxi que percorre 5.040 km por mês, analisa a hipótese de adquirir um veículo equipado com tecnologia *flex fuel*, bicomcombustível.

No folheto de propaganda a montadora explica que o veículo bicomcombustível tanto pode usar álcool como gasolina, em qualquer proporção, apresentando a seguinte tabela de consumo, de acordo com as proporções de combustíveis utilizadas:

Combustível		Consumo (Km por litro)
Alcool	Gasolina	
–	100%	18
40%	60%	16
60%	40%	15
70%	30%	14
100%	–	10

- a) Considerando que atualmente a gasolina custa R\$2,00 por litro e que o preço do litro de álcool é 45% do preço do litro de gasolina, que proporção de combustíveis Benedito deveria utilizar no veículo equipado com tecnologia *flex fuel*, para que tivesse o menor gasto mensal possível?
- b) Para comprar o carro bicomcombustível, Benedito despenderá R\$3.000,00 a mais do que gastaria se adquirisse o mesmo modelo com motor movido a gasolina, que faz 18 km por litro. Nas duas hipóteses, o seu carro atual entrará como parte do pagamento. O nosso motorista está em dúvida, pois se comprar o carro a gasolina poderá aplicar os R\$3.000,00 em um fundo de investimento que garante um rendimento de 30% de juros no período de 3 anos. Supondo que os preços dos combustíveis mantenham-se nos níveis atuais nos próximos 3 anos, qual a aquisição que proporcionará maior ganho a Benedito?

QUESTÃO 9.

A e B são subconjuntos do conjunto dos números reais (\mathbf{R}), definidos por:

$$A = \{x \in \mathbf{R} \mid 2x + 1 = |x + 1| - |x|\} ; B = \{x \in \mathbf{R} \mid 2 \leq ||x + 1| - 2|\}$$

Determine o intervalo real que representa $\bar{A} \cap \bar{B}$, sendo \bar{A} e \bar{B} os complementares de A e B , respectivamente, em relação a \mathbf{R} .

QUESTÃO 10.

Uma certa mercadoria foi promovida por uma substancial campanha de propaganda e, pouco antes de encerrar a promoção, a quantidade diária de vendas era 10.000 unidades. Imediatamente após, as vendas diárias decresceram a uma taxa proporcional às vendas diárias, tal que: $V(t) = B \cdot e^{k \cdot t}$, sendo B o número de unidades vendidas em um determinado dia; $V(t)$ a quantidade de vendas por dia, após t dias; $e = 2,72$ e k um número real.

Sabe-se que 10 dias após encerrar a promoção o volume diário de vendas era 8.000 unidades.

- a) Qual o volume diário de vendas 30 dias após o encerramento da promoção?
- b) Quando se espera que a venda diária seja reduzida a 6.400 unidades?

Considere que $\log 2 = \frac{3}{10}$, sendo $\log 2$ o logaritmo de 2 na base 10.

| FGV-EAESP | PROVA DE RACIOCÍNIO MATEMÁTICO | CURSO DE GRADUAÇÃO |
AGOSTO/2004
FIM DA PROVA