

VESTIBULAR 2004

Nome do candidato

Número da carteira

**ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS**  
**PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS**

**CADERNO DE QUESTÕES**

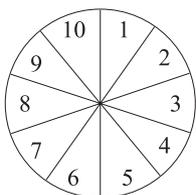
**INSTRUÇÕES**

1. Dobrar este caderno ao meio e cortá-lo na parte superior.
2. Preencher com seu nome e número da carteira os espaços indicados nesta página.
3. Assinar com caneta de tinta azul ou preta a capa do seu Caderno de Respostas, no local indicado.
4. Esta prova contém 25 questões e terá duração de 4 horas.
5. O candidato somente poderá entregar o Caderno de Respostas e sair do prédio depois de transcorridas 2 horas, contadas a partir do início da prova.
6. Ao sair, o candidato levará este caderno e o caderno de questões da Prova de Conhecimentos Gerais.



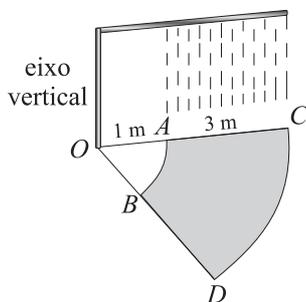
## MATEMÁTICA

01. Um jogo consiste num dispositivo eletrônico na forma de um círculo dividido em 10 setores iguais numerados, como mostra a figura.



Em cada jogada, um único setor do círculo se ilumina. Todos os setores com números pares têm a mesma probabilidade de ocorrer, o mesmo acontecendo com os setores com números ímpares. Além disso, a probabilidade de ocorrer o número 3 é o dobro da probabilidade de ocorrer o número 4. Denotando por  $p(i)$  a probabilidade de, numa jogada, ocorrer o número  $i$ , determine:

- $p(3)$  e  $p(4)$ .
  - a probabilidade de, numa jogada, ocorrer um número primo maior ou igual a 2.
02. A figura mostra um sistema rotativo de irrigação sobre uma região plana, que gira em torno de um eixo vertical perpendicular à região. Se denotarmos a medida em radianos do ângulo  $A\hat{O}B$  por  $\theta$ , a área irrigada, representada pela parte cinza do setor circular, será uma função  $A$ , que dependerá do valor de  $\theta$ , com  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .



Se  $OA = 1$  m e  $AC = 3$  m, determine:

- a expressão matemática para a função  $A(\theta)$ .
  - o valor de  $\theta$ , em graus, se a área irrigada for de  $8 \text{ m}^2$ . (Para facilitar os cálculos, use a aproximação  $\pi = 3$ .)
03. Considere os números complexos  $w = 2i$  e  $z = (1 + i)$ . Determine:
- $z^2$  e  $(w^2 \cdot \bar{z} + w)$ , onde  $\bar{z}$  indica o conjugado de  $z$ .
  - $|z|$  e  $|w|$ . Mostre que a seqüência  $(1, |z|, |w|, |zw|, |w^2|)$  é uma progressão geométrica, determinando todos os seus termos e a sua razão.

04. Considere a matriz

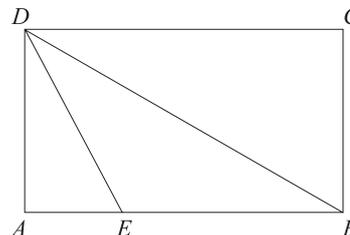
$$A = \begin{bmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

- Determine todos os números reais  $\lambda$  para os quais se tem  $\det(A - \lambda I) = 0$ , onde  $I$  é a matriz identidade de ordem 3.
  - Tomando  $\lambda = -2$ , dê todas as soluções do sistema
 
$$\begin{cases} (6 - \lambda)x - 3y = 0 \\ -3x + (6 - \lambda)y = 0 \\ x - y + (2 - \lambda)z = 0 \end{cases}$$
05. Considere função dada por  $f(x) = 3^{2x+1} + m \cdot 3^x + 1$ .
- Quando  $m = -4$ , determine os valores de  $x$  para os quais  $f(x) = 0$ .
  - Determine todos os valores reais de  $m$  para os quais a equação  $f(x) = m + 1$  não tem solução real  $x$ .

06. Considere as funções  $f(x) = \frac{x}{2}$  e  $g(x) = \log_2 x$ , para  $x > 0$ .

- Represente, num mesmo sistema de coordenadas retangulares, os gráficos das duas funções, colocando os pontos cujas abscissas são  $x = 1$ ,  $x = 2$ ,  $x = 4$  e  $x = 8$ .
- Baseado na representação gráfica, dê o conjunto solução da inequação  $\frac{x}{2} < \log_2 x$ , e justifique por que  $\frac{\pi}{2} < \log_2 \pi$ .

07. Na figura,  $ABCD$  é um retângulo,  $BD = 6$  cm, a medida do ângulo  $A\hat{B}D$  é  $\alpha = 30^\circ$ , a medida do ângulo  $A\hat{E}D$  é  $\beta$  e  $x = BE$ .



Determine:

- a área do triângulo  $BDE$ , em função de  $x$ .
- o valor de  $x$ , quando  $\beta = 75^\circ$ .

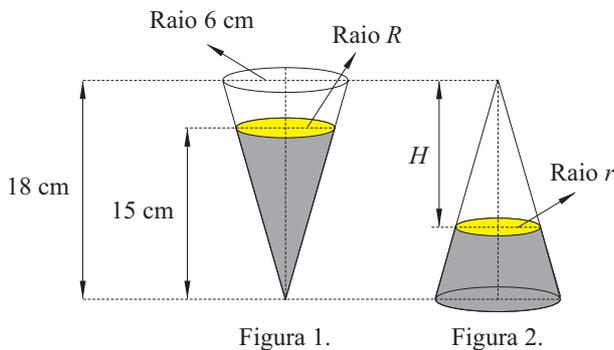
08. Considere a circunferência  $x^2 + (y - 2)^2 = 4$  e o ponto  $P(0, -3)$ .

- Encontre uma equação da reta que passe por  $P$  e tangencie a circunferência num ponto  $Q$  de abscissa positiva.
- Determine as coordenadas do ponto  $Q$ .

09. Do solo, você observa um amigo numa roda gigante. A altura  $h$  em metros de seu amigo em relação ao solo é dada pela expressão  $h(t) = 11,5 + 10 \sin \left[ \frac{\pi}{12} (t - 26) \right]$ , onde o tempo  $t$  é dado em segundos e a medida angular em radianos.

- Determine a altura em que seu amigo estava quando a roda começou a girar ( $t = 0$ ).
- Determine as alturas mínima e máxima que seu amigo alcança e o tempo gasto em uma volta completa (período).

10. Um recipiente tampado, na forma de um cone circular reto de altura 18 cm e raio 6 cm, contém um líquido até a altura de 15 cm (figura 1). A seguir, a posição do recipiente é invertida (figura 2).



Sendo  $R$  e  $r$  os raios mostrados nas figuras,

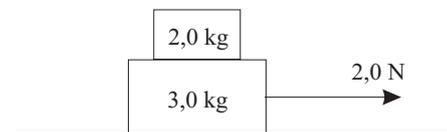
- determine  $R$  e o volume do líquido no cone em  $\text{cm}^3$  (figura 1), como múltiplo de  $\pi$ .
- dado que  $r = \sqrt[3]{91}$ , determine a altura  $H$  da parte sem líquido do cone na figura 2. (Use a aproximação  $\sqrt[3]{91} \cong 9/2$ .)

## FÍSICA

11. Um veículo está rodando à velocidade de 36 km/h numa estrada reta e horizontal, quando o motorista aciona o freio. Supondo que a velocidade do veículo se reduz uniformemente à razão de 4 m/s em cada segundo a partir do momento em que o freio foi acionado, determine

- o tempo decorrido entre o instante do acionamento do freio e o instante em que o veículo pára.
- a distância percorrida pelo veículo nesse intervalo de tempo.

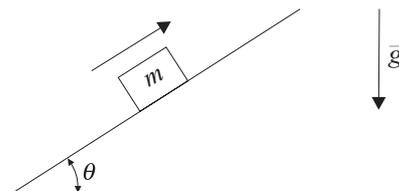
12. Um bloco de massa 2,0 kg repousa sobre outro de massa 3,0 kg, que pode deslizar sem atrito sobre uma superfície plana e horizontal. Quando uma força de intensidade 2,0 N, agindo na direção horizontal, é aplicada ao bloco inferior, como mostra a figura, o conjunto passa a se movimentar sem que o bloco superior escorregue sobre o inferior.



Nessas condições, determine

- a aceleração do conjunto.
- a intensidade da força de atrito entre os dois blocos.

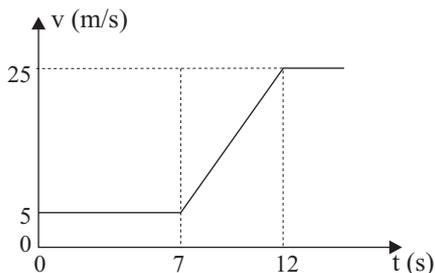
13. A figura mostra um bloco de massa  $m$  subindo uma rampa sem atrito, inclinada de um ângulo  $\theta$ , depois de ter sido lançado com uma certa velocidade inicial.



Desprezando a resistência do ar,

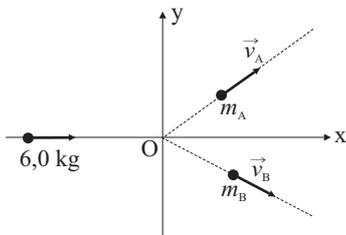
- faça um diagrama vetorial das forças que atuam no bloco e especifique a natureza de cada uma delas.
- determine o módulo da força resultante no bloco, em termos da massa  $m$ , da aceleração  $g$  da gravidade e do ângulo  $\theta$ . Dê a direção e o sentido dessa força.

14. O gráfico da figura representa a velocidade em função do tempo de um veículo de massa  $1,2 \times 10^3$  kg, ao se afastar de uma zona urbana.



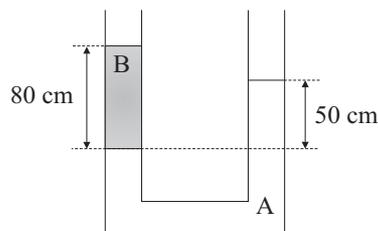
- a) Determine a variação da energia cinética do veículo no intervalo de 0 a 12 segundos.
- b) Determine o trabalho da força resultante atuando no veículo em cada um dos seguintes intervalos: de 0 a 7 segundos e de 7 a 12 segundos.
15. Duas peças metálicas de massas iguais, uma de ferro e a outra de chumbo, inicialmente a  $100^\circ\text{C}$ , são colocadas em contacto térmico com um grande bloco de gelo a  $0^\circ\text{C}$ . Após o equilíbrio térmico das peças com o gelo, o calor fornecido pela peça de ferro deixa  $m_F$  gramas de gelo fundido, enquanto que o calor fornecido pela peça de chumbo deixa  $m_C$  gramas de gelo fundido. O calor específico do ferro vale aproximadamente  $0,45 \text{ J/g}\cdot^\circ\text{C}$  e o do chumbo,  $0,15 \text{ J/g}\cdot^\circ\text{C}$ .
- a) Qual o valor da razão  $m_F/m_C$ ?
- b) Sabendo que  $m_F = 90 \text{ g}$  e que o calor latente de fusão do gelo vale  $320 \text{ J/g}$ , qual o valor da massa  $M$  de cada peça metálica?

16. Um corpo de  $6,0 \text{ kg}$ , deslocando-se com velocidade  $\vec{v}$  na direção e sentido de um eixo  $x$  e livre de forças externas, explode, separando-se em dois pedaços, A e B, de massas  $m_A$  e  $m_B$ , respectivamente. Após a explosão, A e B passam a se deslocar no plano  $xOy$ , afastando-se do ponto O com velocidades  $\vec{v}_A$  e  $\vec{v}_B$ , respectivamente, segundo as direções representadas esquematicamente por linhas pontilhadas na figura.



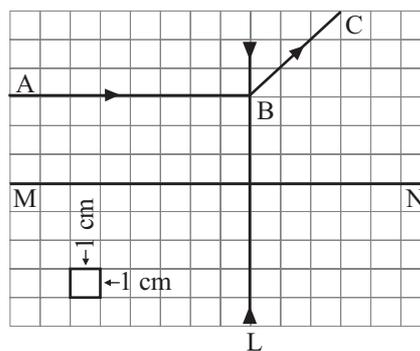
- a) Sendo  $v$  o módulo de  $\vec{v}$  e sabendo que os módulos das componentes vetoriais de  $\vec{v}_A$  e  $\vec{v}_B$  na direção de  $x$  valem, respectivamente,  $v/2$  e  $2v$ , determine as massas  $m_A$  e  $m_B$ .
- b) Sendo  $v_{AY}$  e  $v_{BY}$ , respectivamente, os módulos das componentes de  $\vec{v}_A$  e  $\vec{v}_B$  na direção de  $y$ , determine a razão  $v_{AY}/v_{BY}$ .

17. O tubo aberto em forma de U da figura contém dois líquidos não miscíveis, A e B, em equilíbrio. As alturas das colunas de A e B, medidas em relação à linha de separação dos dois líquidos, valem  $50 \text{ cm}$  e  $80 \text{ cm}$ , respectivamente.



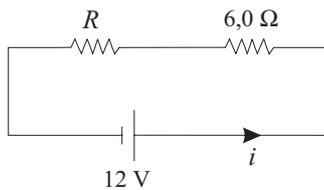
- a) Sabendo que a massa específica de A é  $2,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , determine a massa específica do líquido B.
- b) Considerando  $g = 10 \text{ m/s}^2$  e a pressão atmosférica igual a  $1,0 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ , determine a pressão no interior do tubo na altura da linha de separação dos dois líquidos.

18. Na figura, MN representa o eixo principal de uma lente divergente L, AB o trajeto de um raio luminoso incidindo na lente, paralelamente ao seu eixo, e BC o correspondente raio refratado.



- a) A partir da figura, determine a distância focal da lente.
- b) Determine o tamanho e a posição da imagem de um objeto real de  $3,0 \text{ cm}$  de altura, colocado a  $6,0 \text{ cm}$  da lente, perpendicularmente ao seu eixo principal.

19. Dois resistores, um de resistência  $6,0 \Omega$  e outro de resistência  $R$ , estão ligados a uma bateria de  $12 \text{ V}$  e resistência interna desprezível, como mostra a figura.



Sabendo que a potência total dissipada no circuito é  $6,0 \text{ W}$ , determine

- a corrente  $i$  que percorre o circuito.
- o valor da resistência  $R$ .

## QUÍMICA

20. O sulfato de bário ( $\text{BaSO}_4$ ) é um sal muito pouco solúvel. Suspensões desse sal são comumente utilizadas como contraste em exames radiológicos do sistema digestivo. É importantíssimo que não ocorra dissolução de íons bário,  $\text{Ba}^{2+}$ , no estômago. Estes íons são extremamente tóxicos, podendo levar à morte. No primeiro semestre de 2003, vários pacientes brasileiros morreram após a ingestão de um produto que estava contaminado por carbonato de bário ( $\text{BaCO}_3$ ), em uma proporção de  $13,1\%$  em massa. O carbonato de bário reage com o ácido clorídrico ( $\text{HCl}$ ) presente no estômago humano, produzindo cloreto de bário ( $\text{BaCl}_2$ ) que, sendo solúvel, libera íons  $\text{Ba}^{2+}$  que podem passar para a corrente sanguínea, intoxicando o paciente.

- Escreva a equação química que representa a reação que ocorre no estômago quando o carbonato de bário é ingerido.
- Sabendo que o preparado é uma suspensão  $100\%$  em massa do sólido por volume da mesma e que cada dose é de  $150 \text{ mL}$ , calcule a massa de íons  $\text{Ba}^{2+}$  resultante da dissolução do carbonato de bário na ingestão de uma dose do preparado contaminado.  
Massas molares, em  $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ : bário =  $137,3$ ; carbono =  $12,0$ ; oxigênio =  $16,0$ .

21. Uma das substâncias responsáveis pelo odor desagradável em banheiros muito utilizados é o gás amônia ( $\text{NH}_3$ ), resultante da decomposição da uréia presente na urina. Este gás é dissolvido na água e reage com ela, produzindo íons amônio ( $\text{NH}_4^+$ ) em solução.

- Escreva a equação química para a reação da amônia com a água e informe qual o efeito dessa reação sobre o pH da solução resultante.
- Estando disponíveis soluções aquosas de ácido clorídrico ( $\text{HCl}$ ), hidróxido de sódio ( $\text{NaOH}$ ) e cloreto de sódio ( $\text{NaCl}$ ), qual delas deveria ser utilizada para a diminuição imediata do odor da amônia? Utilize o Princípio de Le Chatelier para justificar sua resposta.

22. Os fornos de microondas são aparelhos que emitem radiações eletromagnéticas (as microondas) que aquecem a água e, conseqüentemente, os alimentos que a contêm. Isso ocorre porque as moléculas de água são polares, condição necessária para que a interação com esse tipo de radiação seja significativa. As eletronegatividades para alguns elementos são apresentadas na tabela a seguir.

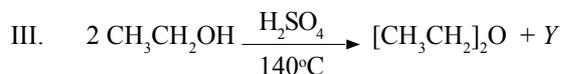
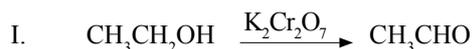
elemento químico	eletronegatividade ( $\chi$ )
hidrogênio (H)	2,2
carbono (C)	2,6
oxigênio (O)	3,4

- Com base nessas informações, forneça a fórmula estrutural e indique o momento dipolar resultante para a molécula de água.
  - Sabendo que praticamente não se observam variações na temperatura do dióxido de carbono quando este é exposto à ação das radiações denominadas microondas, forneça a estrutura da molécula de  $\text{CO}_2$ . Justifique sua resposta, considerando as diferenças nas eletronegatividades do carbono e do oxigênio.
23. Uma solução pode ser caracterizada como ácida pela observação de sua reação com o calcário ( $\text{CaCO}_3$ ) ou com o zinco metálico ( $\text{Zn}^0$ ). Em ambas as situações observa-se, nas condições normais de temperatura e pressão, o desprendimento de gases.
- Forneça o nome do gás formado pela reação de soluções ácidas com o calcário e o nome do outro gás formado pela reação dessas soluções com o zinco metálico.
  - Das reações descritas, escreva a equação química que representa a reação de óxido-redução e identifique qual dos reagentes é o redutor.

24. O gás butano ( $C_4H_{10}$ ) é o principal componente do gás de cozinha, o GLP (gás liquefeito de petróleo). A água fervente ( $H_2O$ , com temperatura igual a  $100\text{ }^\circ\text{C}$ , no nível do mar) é utilizada para diversas finalidades: fazer café ou chá, cozinhar, entre outras. Considere que para o aumento de  $1\text{ }^\circ\text{C}$  na temperatura de  $1\text{ g}$  de água são necessários  $4\text{ J}$ , que esse valor pode ser tomado como constante para a água líquida sob  $1$  atmosfera de pressão e que a densidade da água a  $25\text{ }^\circ\text{C}$  é aproximadamente igual a  $1,0\text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}$ .

- Calcule a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura de  $1\text{ L}$  de água, no nível do mar, de  $25\text{ }^\circ\text{C}$  até o ponto de ebulição. Apresente seus cálculos.
- Dadas as entalpias-padrão de formação ( $\Delta H_f^0$ ) para o butano gasoso ( $-126\text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ ), para o dióxido de carbono gasoso ( $-394\text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ ), para a água líquida ( $-242\text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ ) e para o oxigênio gasoso ( $0\text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ ), escreva a equação química para a combustão do butano e calcule a entalpia-padrão de combustão ( $\Delta H_c^0$ ) para esse composto.

25. Os esquemas a seguir representam as condições em que ocorrem algumas reações com o etanol e que conduzem à formação de produtos distintos.



- Os esquemas I e II representam reações de oxidação do etanol. Para cada uma delas, escreva o nome do produto e o nome da respectiva função orgânica.
- Na reação III, são formados dois produtos, um orgânico e outro inorgânico, identificado por  $Y$ . Forneça os nomes desses dois compostos.

