

VESTIBULAR MEIO DE ANO 2004

Nome do candidato _____

Número da carteira _____

ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS
PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

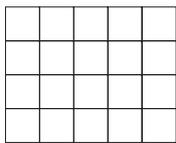
CADERNO DE QUESTÕES

INSTRUÇÕES

1. Dobrar este caderno ao meio e cortá-lo na parte superior.
2. Preencher com seu nome e número da carteira os espaços indicados nesta página.
3. Assinar com caneta de tinta azul ou preta a capa do seu Caderno de Respostas, no local indicado.
4. Esta prova contém 25 questões e terá duração de 4 horas.
5. O candidato somente poderá entregar o Caderno de Respostas e sair do prédio depois de transcorridas 2 horas, contadas a partir do início da prova.
6. Ao sair, o candidato levará este caderno e o caderno de questões da Prova de Conhecimentos Gerais.

MATEMÁTICA

01. Considere o tabuleiro da figura.



a) Considere uma peça com 4 casas:



De quantas maneiras diferentes pode-se colocá-la no tabuleiro, sem girá-la e mantendo-se sempre a mesma face voltada para cima, de forma a cobrir 4 casas por completo?

b) Considere, agora, a peça com 3 casas:



Imaginando todas as posições possíveis para a mesma, e mantendo-se sempre a mesma face voltada para cima, de quantas maneiras diferentes pode-se colocá-la no tabuleiro de modo que cubra 3 casas por completo?

02. Um grande arranjo de flores deve ser formado com 800 rosas, 750 hortências e 600 cravos, sendo composto de ramos, todos os ramos com o mesmo número de rosas, o mesmo número de hortências e o mesmo número de cravos. Nestas condições,

- qual o maior número de ramos que pode ser formado?
- quantas flores de cada qualidade tem cada ramo?

03. Seja a seguinte expressão algébrica: $\frac{x^3 - y^3}{x - y} - \frac{x^3 + y^3}{x + y}$, na qual x e y são números reais com $x \neq y$ e $x \neq -y$.

- Encontre o valor de x para que a expressão resulte em 5 para $y = 3$.
- Simplifique a expressão algébrica dada.

04. Considere as circunferências z_1 e z_2 de equações

$$z_1: (y - 2)^2 + (x + 1)^2 = 5 \quad \text{e} \quad z_2: x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$$

- Verifique se o ponto $P = (2, 2)$ pertence ao interior da circunferência z_2 .
- Determine os pontos de interseção das circunferências z_1 e z_2 .

05. Seja f uma função de 1.º grau que passa pelos pontos $(-1, -1)$ e $(2, 0)$. Determine:

- a taxa de variação entre $x_1 = -1$ e $x_2 = 2$;
- a equação da função f .

06. Considere a seguinte equação:

$$4 \cos^2 x - 2(\sqrt{3} - 1) \cos x - \sqrt{3} = 0$$

- Encontre os valores de x que satisfaçam essa equação.
- Verifique se o valor $\frac{7\pi}{6}$ satisfaz a equação.

07. Dadas as matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} \log_2 x & \log_2 2x \\ y & \frac{y}{2} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{pmatrix} 28 \\ 10 \end{pmatrix}$$

- Efetue o produto AB .
- Determine os valores de x e y para que $AB = C$.

08. Em relação à desigualdade: $3^{x^2 - 5x + 7} < 3$,

- encontre os valores de x , no conjunto dos reais, que satisfaçam essa desigualdade;
- encontre a solução da desigualdade para valores de x no conjunto dos inteiros.

09. Um colégio possui duas salas, A e B, de determinada série. Na sala A, estudam 20 alunos e na B, 30 alunos. Dois amigos, Pedro e João, estudam na sala A. Um aluno é sorteado da sala A e transferido para a B. Posteriormente, um aluno é sorteado e transferido da sala B para a sala A.
- No primeiro sorteio, qual a probabilidade de qualquer um dos dois amigos ser transferido da sala A para a B?
 - Qual a probabilidade, no final das transferências, de os amigos ficarem na mesma sala?

10. Em relação ao seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 8 \\ 2x + my = 10 \end{cases}$$

- resolva o sistema para $m = 4$;
- encontre o conjunto de valores de m , em relação aos reais, para que o sistema seja possível e determinado.

FÍSICA

11. Um carro de luxo, com massa de 1 800 kg, parado no farol, sofre uma batida na traseira, causada por um carro pequeno, de 900 kg. Os dois carros ficam enroscados um no outro, como resultado da colisão.
- Assumindo que houve conservação de momento linear e que o carro pequeno tinha uma velocidade de 20 m/s antes da colisão, calcule a velocidade dos dois carros juntos após a colisão.
 - Calcule a energia cinética perdida na colisão.
12. Um veículo de corrida parte do repouso e, mantendo aceleração constante, percorre 400 m em linha reta num tempo de 5 s. Determine:
- a velocidade ao final dos 400 m;
 - o tempo que o carro levou para percorrer os primeiros 200 m.

13. Em um levantador de carros, utilizado em postos de gasolina, o ar comprimido exerce uma força sobre um pequeno pistão cilíndrico circular de raio 5 cm. Essa pressão é transmitida a um segundo pistão de mesmo formato, mas de raio 15 cm, que levanta o carro. Dado $\pi = 3,14$, calcule:

- a pressão de ar capaz de produzir a força mínima suficiente para elevar um carro com peso de 13 300 N;
- a intensidade mínima da força aplicada no primeiro pistão para elevar o carro citado no item a.

14. Em uma aula de dança, uma bailarina está de frente para um espelho plano, a uma distância de 1,5 m deste, e a professora, mais alta que a aluna, encontra-se atrás da aluna, a uma distância de 0,7 m desta.

- Determine a distância da professora à imagem da aluna.
- Construa uma figura, indicando o traçado dos raios de luz que, partindo da bailarina, refletem no espelho e incidem nos olhos da professora, e dê as características da imagem da bailarina.

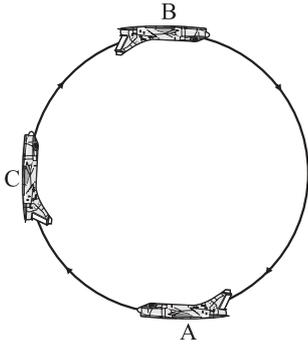
15. Duas partículas de cargas Q_1 e Q_2 estão separadas por uma distância d e se atraem com força de intensidade $F = 0,2$ N. Dado: $k = 9 \times 10^9$ N.m²/C².

- Determine a intensidade da força entre as cargas, se a carga Q_2 tiver o seu valor dobrado e a distância entre as cargas for duplicada.
- Considerando $Q_1 = 4 \times 10^{-8}$ C e $d = 40$ cm, calcule o potencial devido à carga Q_1 no ponto médio entre Q_1 e Q_2 .

16. Uma quantidade de vapor de água, inicialmente a 130°C, é necessária para aquecer 200 g de água de 20°C a 50°C, contida em um recipiente de vidro de 100 g. Considerando o calor específico do vapor $c_v = 2,01 \times 10^3$ J/(kg.°C), o calor latente de vaporização $L = 2,26 \times 10^6$ J/kg, o calor específico da água $c_a = 4,19 \times 10^3$ J/(kg.°C), o calor específico do vidro $c_{vi} = 837$ J/(kg.°C), e considerando o sistema termicamente isolado e em equilíbrio térmico após o aquecimento da água, determine:

- a quantidade total de calor Q cedida durante os estágios necessários para aquecer a água, em função da massa do vapor m_x ;
- a massa m_x do vapor.

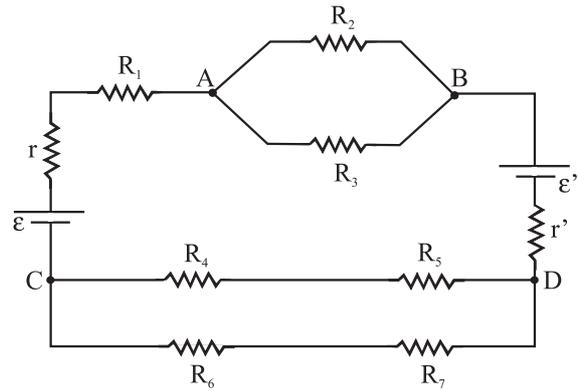
17. Um piloto de massa 60 kg executa a manobra mostrada na figura.



Na manobra apresentada, o jato se move em uma circunferência vertical de raio 3 km, a uma velocidade com intensidade constante de 200 m/s. Admitindo-se $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- o módulo, a direção e o sentido da força que o assento exerce sobre o piloto, quando o jato está em C;
 - a razão entre as forças do assento sobre o piloto, quando o jato está na posição A e na posição B.
18. Uma pessoa pesa um peixe em uma balança presa no teto de um elevador. As forças externas atuando sobre o peixe são seu peso P e a força T exercida pela balança.
- Fazendo o balanço de forças, verifique em qual das situações o peso aparente do peixe é maior que seu peso real: quando o elevador está acelerando com aceleração para baixo ou para cima?
 - Qual o peso aparente do peixe se o cabo que sustenta o elevador se romper?

19. Um circuito elétrico de corrente contínua é representado na figura. Neste circuito, tem-se que $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $R_3 = 12 \Omega$, $R_4 = 3 \Omega$, $R_5 = 3 \Omega$, $R_6 = 6 \Omega$, $R_7 = 6 \Omega$, $\varepsilon = 6 \text{ V}$, $\varepsilon' = 2 \text{ V}$, $r = 2 \Omega$ e $r' = 1 \Omega$.



Determine:

- a intensidade da corrente elétrica que passa pelo resistor R_1 ;
- a diferença de potencial entre os pontos C e B.

QUÍMICA

20. O lançamento descontrolado de dióxido de enxofre ($\text{SO}_2(g)$) na atmosfera é uma das principais causas da acidez da água da chuva nos grandes centros urbanos. Esse gás, na presença de O_2 e água da chuva, produz $\text{H}_2\text{SO}_4(aq)$. Um dos efeitos causados pelo $\text{H}_2\text{SO}_4(aq)$ é a transformação do mármore, $\text{CaCO}_3(s)$, em gesso, $\text{CaSO}_4(s)$.
- Escreva as equações químicas das reações que ocorrem com o $\text{SO}_2(g)$ na atmosfera formando $\text{H}_2\text{SO}_4(aq)$.
 - Considerando as massas molares do $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98 \text{ g/mol}$ e do $\text{CaSO}_4 = 136 \text{ g/mol}$, calcule a quantidade máxima de CaSO_4 que pode ser formada a partir de 245 kg de H_2SO_4 puro.

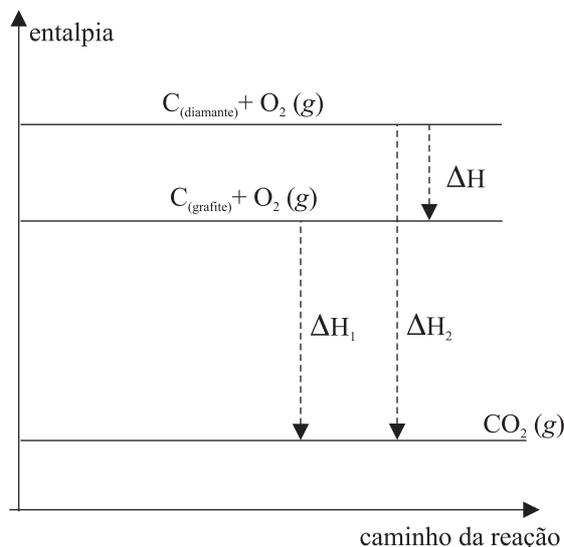
21. Para neutralizar 100 mL de solução 1,60 mol/L de ácido sulfúrico (H_2SO_4), um laboratorista adicionou 400 mL de solução 1,00 mol/L de hidróxido de sódio (NaOH). Considerando o volume da solução final igual a 500 mL, determine:

- utilizando cálculos, se a solução final será ácida, básica ou neutra;
- a concentração em quantidade de matéria (mol/L) do sal formado na solução final.

22. O leite de magnésia, utilizado para combater a acidez estomacal, é uma suspensão de hidróxido de magnésio ($\text{Mg}(\text{OH})_2$) em água. O hidróxido de magnésio é um composto pouco solúvel em água, que apresenta a constante do Produto de Solubilidade (K_{ps}), a 25°C , igual a $3,2 \times 10^{-11}$.

- Calcule a solubilidade do $\text{Mg}(\text{OH})_2$ em água pura, expressa em mol/L. Considere desprezível a concentração de íons OH^- proveniente da dissociação da água e $K_{\text{ps}} = [\text{Mg}^{2+}] \times [\text{OH}^-]^2$.
- Explique, utilizando cálculos, o que acontece com a solubilidade do $\text{Mg}(\text{OH})_2$ em solução que apresente $\text{pH} = 12$. Admita que a concentração de íons OH^- da dissociação do $\text{Mg}(\text{OH})_2$ seja desprezível nesse valor de pH.

23. Entre as formas alotrópicas de um mesmo elemento, há aquela mais estável e, portanto, menos energética, e também a menos estável, ou mais energética. O gráfico, de escala arbitrária, representa as entalpias (ΔH) do diamante e grafite sólidos, e do CO_2 e O_2 gasosos.



a) Sabendo-se que os valores de ΔH_1 e ΔH_2 são iguais a -393 e -395 kJ, respectivamente, calcule a entalpia (ΔH) da reação: $\text{C}(\text{grafite}) \rightarrow \text{C}(\text{diamante})$. Indique se a reação é exotérmica ou endotérmica.

b) Considerando-se a massa molar do C = 12 g/mol, calcule a quantidade de energia, em kJ, necessária para transformar 240 g de C(grafite) em C(diamante).

24. O composto orgânico 2,3-butanodiol apresenta dois carbonos assimétricos, cada um deles tendo substituintes exatamente iguais. Cada um desses carbonos assimétricos pode provocar o desvio da luz polarizada de um ângulo α para a direita (composto dextrógiro) ou para a esquerda (composto levógiro). Uma outra possibilidade é que um dos carbonos assimétricos desvie a luz polarizada de um ângulo α para a direita, enquanto o outro desvie do mesmo ângulo α para a esquerda. Nesse caso, o desvio final será nulo e o composto opticamente inativo (meso). Considerando as informações fornecidas no texto, escreva:

- a fórmula estrutural do 2,3-butanodiol e indique os dois carbonos assimétricos que apresentam substituintes iguais na estrutura desse composto;
- a fórmula estrutural dos três isômeros ópticos do 2,3-butanodiol (dextrógiro, levógiro e meso).

25. Cetonas são compostos orgânicos que possuem grupo carbonila ligado a outros dois grupos orgânicos. A cetona mais comum é a dimetil-cetona (nome usual) ou acetona (nome comercial), que é um líquido incolor, inflamável e de cheiro agradável. Antigamente, a dimetil-cetona era preparada industrialmente, por hidratação do propino na presença de ácido sulfúrico (H_2SO_4) e sulfato de mercúrio(II) (HgSO_4). A dimetil-cetona, atualmente, é produzida industrialmente a partir da oxidação do cumeno (isopropilbenzeno), processo industrial moderno, que produz também fenol, composto orgânico de grande importância industrial. Com base nas informações do texto, escreva:

- o nome oficial da dimetil-cetona (IUPAC) e sua fórmula estrutural;
- a equação química da reação de obtenção da dimetil-cetona, a partir da oxidação do cumeno (isopropilbenzeno) pelo oxigênio do ar.

