45. O valor da expressão $\sqrt[3]{\sqrt{729}} - \sqrt{\sqrt[3]{64}}$ é:

A) -1
B) 0
C) 1
D) 2
E) 3

Questão 45 – Alternativa C
Assunto: Potências e Radicais.
Temos $\sqrt[3]{\sqrt{729}} - \sqrt{\sqrt[3]{64}} = \sqrt[6]{729} - \sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{3^6} - \sqrt[6]{2^6} = 3 - 2 = 1$

Alternativa correta: C.

46. Um triângulo retângulo tem os lados em **progressão aritmética** e seu **círculo circunscrito** tem raio medindo 25 cm. A tangente do ângulo oposto ao maior cateto vale:

A) $\frac{3}{4}$
B) 1
C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{4}{3}$
E) $\frac{2}{3}$

Questão 46 – Alternativa D
Assunto: Progressão Aritmética e Trigonometria.
Sejam $a < b < c$ as medidas, em centímetros, dos lados do triângulo retângulo. O centro do círculo circunscrito a um triângulo retângulo tem como centro o ponto médio da hipotenusa. Se c é a medida da hipotenusa, no nosso caso, $c = 50$. Como os lados estão em Progressão Aritmética, então, $b = \frac{a+c}{2} = \frac{a+50}{2}$ ou $2b = a + 50$ ou $a = 2b - 50$. Da relação de Pitágoras $c^2 = a^2 + b^2$, temos $50^2 = (2b-50)^2 + b^2$, donde segue que $5b^2 - 200b = 0$ ou $5b(b-40) = 0$. Como $b > 0$, então, $b = 40$ e $a = 30$. Assim $b = 40$ é a medida do maior cateto, e o ângulo β, oposto a esse cateto, tem tangente $\tan\beta = \frac{40}{30} = \frac{4}{3}$

Alternativa correta: D.

47. As raízes da equação $x^2 - 8x + q = 0$, onde q é uma constante real, são os números x_1 e x_2. Se $3x_1 - 4x_2 = 3$, o valor da constante q é:

A) 7
B) 12
C) 15
D) -9
E) -20

Questão 47 – Alternativa C
Assunto: Equação do Segundo Grau: relações entre as raízes e os coeficientes. Sistemas de Equações Lineares

Se x_1 e x_2 são as raízes da equação $x^2 - 8x + q = 0$, então, $x_1 + x_2 = 8$ e $x_1 x_2 = q$. Se, ademais, temos $3x_1 - 4x_2 = 3$, então, x_1 e x_2 são soluções do sistema de equações lineares

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ 3x_1 - 4x_2 = 3 \end{cases}$. Portanto, $x_1 = 5$ e $x_2 = 3$ e $q = x_1 x_2 = 15$

Alternativa correta: C.

48. Uma pessoa, dispondo de 60.000 reais, aplica parte dessa quantia no banco A, a uma taxa de juros simples de 5% ao ano. O restante é aplicado no banco B, a uma taxa de juros simples de 7% ao ano. Depois de um ano verificou-se que as quantias aplicadas tiveram o mesmo rendimento. Pode-se afirmar, corretamente, que a quantia aplicada no banco A, em reais, foi:

A) 19.000
B) 20.000
C) 27.000
D) 30.000
E) 35.000

Questão 48 – Alternativa E
Assunto: Juros e Porcentagem
Sejam X e Y as quantias, em reais, aplicadas nos bancos A e B, respectivamente. Então, $X + Y = 60.000$.

Depois de um ano, a quantia X rendeu $5\%X = \frac{5}{100}X = \frac{5X}{100}$, e a quantia $Y = 60.000 - X$ rendeu $7\%Y = \frac{7}{100}Y = \frac{7Y}{100}$. Como esses rendimentos são iguais, então, $\frac{5X}{100} = \frac{7Y}{100} = \frac{7(60.000 - X)}{100}$ ou $5X = 7(60.000 - X)$ ou $12X = 420.000$. Daí, $X = 35.000$

Alternativa correta: E.

49. Num círculo de diâmetro medindo 16 cm, uma corda com comprimento igual a 6 cm é dividida por um ponto X, na razão 2:1. A distância do ponto X ao centro do círculo, medida em centímetros, é:

A) $\sqrt{57}$
B) $\sqrt{56}$
C) $\sqrt{55}$
D) $\sqrt{54}$
E) $\sqrt{53}$

Questão 49 – Alternativa B
Assunto: Geometria Plana – Relações métricas num círculo. Potência de um ponto em relação a um círculo.
A corda medindo **6** cm é dividida pelo ponto X na razão 2:1. Se a e b são as medidas, em centímetros, dos segmentos determinados por X sobre a corda, então, $a + b = 6$ *e* $a = 2b$. Assim, $a = 4$ e $b = 2$. O diâmetro que passa pelo ponto X é dividido em dois segmentos. Se x é a distância de X ao centro do círculo, então, os dois segmentos sobre o diâmetro medem $R - x$ e $R + x$, onde R é a medida do raio. Temos $(R - x)(R + x) = ab$. No nosso caso, R = 8. Assim, $(8 - x)(8 + x) = 8$ ou $x = \sqrt{56}$

Alternativa correta: B.

50. Do conjunto $D=\{2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ escolhe-se, aleatoriamente, um subconjunto de dois elementos distintos. A probabilidade de que os números do conjunto escolhido sejam **primos entre si** é:

A) $\frac{11}{18}$

B) $\frac{2}{3}$

C) $\frac{13}{18}$

D) $\frac{7}{9}$

E) $\frac{5}{6}$

Questão 50 – Alternativa A
Assunto: Matemática Discreta. Contagem. Probabilidade

O conjunto D possui $\binom{9}{2}=\frac{9!}{2!(9-2)!}=\frac{9\times 8}{2}=36$ subconjuntos de 2 elementos. Há **22** desses subconjuntos em que os elementos são primos entre si. Logo, a probabilidade pedida é $11/18$. Os **22** subconjuntos acima são:

$\{2,3\},\{2,5\},\{2,7\},\{2,9\}$	4 subconjuntos
$\{3,4\},\{3,5\},\{3,7\},\{3,8\},\{3,10\}$	5 subconjuntos
$\{4,5\},\{4,7\},\{4,9\}$	3 subconjuntos
$\{5,6\},\{5,7\},\{5,8\},\{5,9\}$	4 subconjuntos
$\{6,7\}$	1 subconjunto
$\{7,8\},\{7,9\},\{7,10\}$	3 subconjuntos
$\{8,9\}$	1 subconjunto
$\{9,10\}$	1 subconjunto
TOTAL	**22 subconjuntos**

Alternativa correta: A

51. Os números reais não nulos a e b são tais que $a=b\sqrt{2}$. Sendo assim, o valor da expressão $\frac{2b-a}{a-b}$ é:

A) 1

B) $\sqrt{2}$

C) 2

D) $\sqrt{3}$

E) 3

Questão 51 – Alternativa B
Assunto: Expressões algébricas. Simplificação de Expressões Algébricas

Se $a=b\sqrt{2}=\sqrt{2}b$ então $\frac{2b-a}{a-b}=\frac{2b-\sqrt{2}b}{\sqrt{2}b-b}=\frac{b\left(2-\sqrt{2}\right)}{b\left(\sqrt{2}-1\right)}=\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}$

Alternativa correta: B.

52. O polinômio $P(x)$, ao ser dividido pelo polinômio x^3+1, deixa resto x^2+1, e deixa resto $x+1$ ao ser dividido pelo polinômio x^2-3x+2. Se o resto da divisão de $P(x)$ pelo polinômio $(x^3+1)(x^2-3x+2)$ é o polinômio ax^2+bx+c, então, o valor da expressão $3a+b+3c$ é:

A) –3
B) 2
C) 0
D) 6
E) 7

Questão 52 – Alternativa D
Assunto: Polinômios. Divisão de Polinômios. Sistemas lineares.

Temos $P(x)=Q(x)(x^3+1)+(x^2+1)$, onde $Q(x)$ é um polinômio, de modo que $P(-1)=2$.

Também temos $P(x)=S(x)(x^2-3x+2)+(x+1)$, onde $S(x)$ é um polinômio, de modo que $P(1)=2$ e $P(2)=3$.

Por hipótese, $P(x)=T(x)(x^3+1)(x^2-3x+2)+(ax^2+bx+c)$. Utilizando os dados acima, obtemos $\begin{cases} 2=P(-1)= a-b+c \\ 2=P(1) \ = \ a+b+c \\ 3=P(2) \ =4a+2b+c \end{cases}$. Assim, (a, b, c) é **solução** do sistema

$$\begin{cases} a - b + c = 2 \\ a + b + c = 2 \\ 4a+2b + c = 3 \end{cases}$$

Subtraindo a primeira equação da segunda, obtém-se $2b=0$ ou $b=0$. Assim, (a, c) é solução do sistema linear

$$\begin{cases} a+c=2 \\ 4a+c=3 \end{cases}$$

Portanto, $a=1/3$ e $c=5/3$. Logo $3a+b+3c=3\times\frac{1}{3}+0+3\times\frac{5}{3}=1+0+5=6$

Alternativa correta: D.