

O Centro de Seleção da Universidade Federal de Goiás coloca à disposição as **respostas esperadas** das questões da prova de Matemática, Física e Química – Grupo 1 – da segunda etapa do Processo Seletivo 2007. Essas respostas serão utilizadas como referência no processo de correção. Serão também consideradas corretas outras respostas que se encaixarem no conjunto de idéias que correspondam às expectativas das bancas quanto à abrangência e à abordagem do conhecimento, bem como à elaboração do texto. Respostas parciais também serão aceitas, sendo que a pontuação a elas atribuída corresponderá aos diferentes níveis de acerto.

## MATEMÁTICA

### QUESTÃO 1

De acordo com os dados, em 2006, serão investidos 673 bilhões de dólares. Esse valor representa um acréscimo de 6,2% em relação ao ano de 2005. Denotando por  $x$  o total investido em 2005, tem-se:

$$x + \frac{6,2}{100}x = 673.$$

Resolvendo essa equação obtém-se:

$$x = \frac{673}{1,062} \cong 633,71.$$

O total investido no período 2005 foi aproximadamente 633,71 bilhões de dólares.

**(5,0 pontos)**

### QUESTÃO 2

Usando do fato de que os centros e o ponto de tangência de duas circunferências tangentes são colineares, obtém-se que o centro  $P(x_0, y_0)$  pertence à reta de equação  $y = \frac{x}{3}$ .

Desta forma, o centro  $P(x_0, y_0)$  deve satisfazer o seguinte sistema:

$$\begin{cases} (3 - x_0)^2 + (1 - y_0)^2 = 1 \\ x_0 = 3y_0 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, obtém-se as soluções

$$y_0 = 1 \pm \frac{1}{\sqrt{10}} \text{ e } x_0 = 3 \pm \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

Como  $P(x_0, y_0)$  é o centro da circunferência tangente externa, as coordenadas de  $P$  são

$$\left( 3 + \frac{3}{\sqrt{10}}, 1 + \frac{1}{\sqrt{10}} \right).$$

**(5,0 pontos)**

### QUESTÃO 3

Denotando-se por  $x$  o peso do caminhão vazio, por  $y$  o peso da carga de soja na primeira viagem e por  $z$  o peso da carga na segunda viagem, de acordo com o enunciado, tem-se

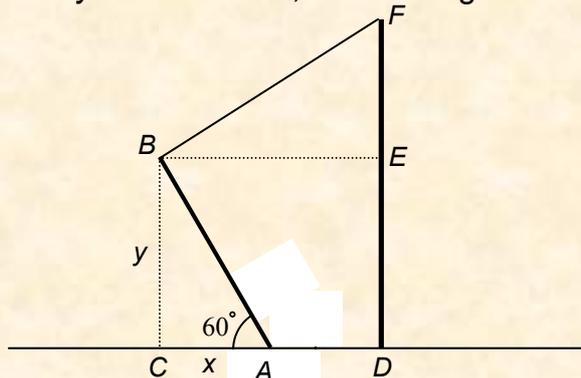
$$\begin{cases} y + z = 50 \\ x + y = 45 \\ x + z = 35 \end{cases}$$

Resolvendo esse sistema, obtém-se os valores de  $x = 15$  e  $y = 30$ . Portanto, o peso do caminhão vazio é 15 toneladas e o peso da soja transportada na primeira viagem é 30 toneladas.

**(5,0 pontos)**

**QUESTÃO 4**

Considerando-se  $\overline{DE} = \overline{CB} = y$  e  $\overline{BE} = 4 + x$ , como na figura abaixo, tem-se que:



$$\operatorname{sen}60^\circ = \frac{y}{8} \Rightarrow y = 8\operatorname{sen}60^\circ \Rightarrow y = 4\sqrt{3} \text{ e } \operatorname{cos}60^\circ = \frac{x}{8} \Rightarrow x = 8\operatorname{cos}60^\circ \Rightarrow x = 4$$

Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo BEF, obtém-se que

$$\overline{EF}^2 = 10^2 - \overline{BE}^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \Rightarrow \overline{EF} = 6.$$

Assim, a altura do poste é igual a  $\overline{DF} = \overline{EF} + \overline{DE} = 6 + 4\sqrt{3} \cong 12,92$  m.

**(5,0 pontos)****QUESTÃO 5**

As bases dos retângulos crescem segundo uma progressão aritmética tal que o primeiro termo é  $a_1 = 1$  e, como o último quadrilátero é um quadrado de perímetro 20, segue que  $a_6 = 5$ .

Usando-se o termo geral de uma progressão aritmética,  $a_6 = a_1 + (6-1)a$ , obtém-se que  $a = \frac{4}{5} = 0,8$ .

Considere agora as alturas. Elas decrescem segundo uma progressão aritmética tal que o primeiro termo é  $b_1 = 9$  e, como no caso das bases,  $b_6 = 5$ .

Como  $b_6 = b_1 + (6-1)b$ , obtém-se  $b = -\frac{4}{5} = -0,8$ .

**(5,0 pontos)****QUESTÃO 6**

a) Para um desconto de R\$ 1,00, o supermercado irá vender 800 pacotes com um lucro de R\$ 1,00 por pacote. Portanto, seu lucro será de R\$ 800,00.

**(2,0 pontos)**

b) Para um desconto de  $x$  reais, o lucro será dado por  $L = (400 + 400x)(2 - x)$ .

Considerando  $p$  o preço de cada pacote, então  $p = 6 - x$ . Portanto, o lucro em função do preço ( $p$ ) é dado pela expressão:  $L = 400(7 - p)(p - 4)$ .

O lucro será máximo para  $p = 5,5$  reais.

**(3,0 pontos)****QUESTÃO 7**

O volume do medicamento injetado corresponde ao volume de um cilindro cujo diâmetro da base é igual ao diâmetro do êmbolo da seringa e a altura corresponde ao seu deslocamento. Como 6 ml correspondem a  $6 \text{ cm}^3$  ou  $6000 \text{ mm}^3$ , e o raio da base é igual a 10 mm, tem-se:

$$V = \pi R^2 h = 6000 \Rightarrow h = \frac{6000}{100\pi} = \frac{60}{\pi} \text{ mm}$$

Obtém-se o valor aproximado  $h \cong \frac{60}{3,14} \cong 19,1$  mm, utilizando o valor aproximado para  $\pi$  de 3,14.

**(5,0 pontos)**

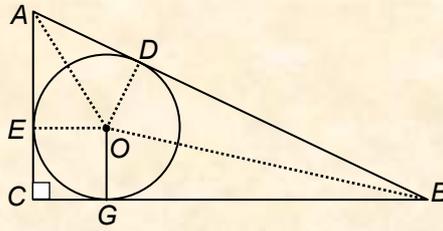
**QUESTÃO 8**

a) O raio da circunferência que circunscreve o triângulo  $ABC$  é a metade da hipotenusa.

Logo  $R = 9$  cm. Desta forma, o comprimento da circunferência é  $18\pi$  cm.

**(1,5 pontos)**

b) Observando a figura abaixo



obtem-se as seguintes relações:  $\overline{AE} = \overline{AC} - 3$  e  $\overline{BG} = \overline{BC} - 3$ .

O triângulo  $AEO$  é congruente ao triângulo  $ADO$  e o triângulo  $BGO$  é congruente ao triângulo  $BOD$ .

Usando-se estes fatos obtém-se que  $\overline{AD} = \overline{AC} - 3$  e  $\overline{BD} = \overline{BC} - 3$

Desta forma,

$$18 = \overline{BD} + \overline{AD} = \overline{AC} + \overline{BC} - 6 \Rightarrow \overline{AC} + \overline{BC} = 24.$$

Como  $\overline{AB} = 18$ , o perímetro do triângulo  $ABC$  é igual a 42 cm.

**(3,5 pontos)**

**FÍSICA****QUESTÃO 09**

a) De P a Q, temos:  $t_q$ : tempo de queda e  $v_p$  velocidade horizontal da bolinha, logo,

$$D = v_p t_q \text{ e } H = \frac{1}{2} g t_q^2 = \frac{1}{2} g \left( \frac{D}{v_p} \right)^2 \Rightarrow v_p^2 = \frac{g D^2}{2H} \quad (1)$$

$$\text{Conservação da energia mecânica} \Rightarrow \frac{1}{2} k x^2 = mgH + \frac{1}{2} m v_p^2 \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2):

$$\Rightarrow \frac{1}{2} k x^2 = mgH + \frac{1}{2} m g \frac{D^2}{2H} = mgH \left[ 1 + \left( \frac{D}{2H} \right)^2 \right] \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2mgH}{k} \left[ 1 + \left( \frac{D}{2H} \right)^2 \right]}$$

(2,5 pontos)

b) Força resultante em P:  $N + mg \sen \theta = F_C = m \frac{v_p^2}{R} \quad (3)$

$$\text{Substituindo (1) em (3): } N = m \frac{g D^2}{2HR} - mg \sen \theta \Rightarrow N = mg \left( \frac{D^2}{2HR} - \sen \theta \right)$$

(2,5 pontos)

**QUESTÃO 10**

a) Sendo  $F_B$  a força de reação em B e tomando a origem (pólo) em A, temos:

$$\sum M = 0 \Rightarrow l_{AB} F_B - l_{AC} P \cos \alpha = 0 \Rightarrow F_B = \frac{l_{AC}}{l_{AB}} P \cos \alpha = \frac{80}{50} 80 \sqrt{3} \cos 30^\circ \Rightarrow |F_B| = 192 \text{ N}$$

(2,0 pontos)

b)  $\sum F_x = F_{Ax} - F_{Bx} = 0 \Rightarrow F_{Ax} = F_B \sen \alpha = 192 \sen 30^\circ \Rightarrow |F_{Ax}| = 96 \text{ N}$

$$\sum F_y = F_{Ay} + F_{By} - P = 0 \Rightarrow F_{Ay} = P - F_B \cos \alpha = 80 \sqrt{3} - 192 \cos 30^\circ \Rightarrow |F_{Ay}| = 16 \sqrt{3} \text{ N}$$

(3,0 pontos)

**QUESTÃO 11**

a) No equilíbrio:  $E = P \Rightarrow d_a S L_i g = d_m S L g \Rightarrow L_i = \frac{d_m}{d_a} L = \frac{0,5}{0,8} 16 \Rightarrow |L_i| = 10 \text{ cm}$

(2,0 pontos)

b) Sendo  $x$  o deslocamento do cilindro em relação à água:

$$F_R = E - P - kx = d_a S (L_i - x) g - mg - kx = -d_a S g x - kx = -(d_a S g + k)x = -k_{eq} x$$

Portanto,

$$\omega = \sqrt{\frac{k_{ef}}{m}} = \sqrt{\frac{d_a S g + k}{d_m S L}} = \sqrt{\frac{0,8 \times 10^3 \times 1,0 \times 10^{-4} \times 10 + 0,352}{0,5 \times 10^3 \times 1,0 \times 10^{-4} \times 16 \times 10^{-2}}} = \sqrt{\frac{1.152}{8}} = \sqrt{144} \Rightarrow \omega = 12 \text{ rad/s}$$

(3,0 pontos)

**QUESTÃO 12**

$$E_{Sol} = E_{Term} \Rightarrow PA t = mc\Delta T + mL \Rightarrow t = \frac{m(c\Delta T + L)}{PA}$$

Sendo  $\varepsilon$  a espessura do gelo e  $A$  sua área superficial temos:  $m = dA\varepsilon$ , logo,

$$t = \frac{d\varepsilon(c\Delta T + L)}{P} = \frac{1,0 \times 10^3 \times 4,0 \times 10^{-2} (0,5 \times 16 + 80) \times 10^3 \times 4,0}{320} = \frac{16 \times 88 \times 10^4}{320}$$

$$t = 4,4 \times 10^4 \text{ s} \quad \text{ou} \quad t \approx 12,2 \text{ horas}$$

**(5,0 pontos)****QUESTÃO 13**

$$p + p' = 2 \quad (1)$$

$$A = \frac{i}{o} = -\frac{p'}{p} = \frac{-3o}{o} \Rightarrow p' = 3p \quad (2)$$

De (1) e (2):  $p = 0,5 \text{ m}$  e  $p' = 1,5 \text{ m}$ .

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow f = 0,375 \text{ m}$$

**(5,0 pontos)****QUESTÃO 14**

Cargas  $Q$  de mesmo sinal:

$$T \sin 30^\circ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q^2}{D^2} \quad \text{e} \quad T \cos 30^\circ = P \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 P D^2} \quad (1)$$

$$D = 2l + 2l \sin 30^\circ = 3l$$

Cargas  $q$  de sinais opostos:

$$T \sin 30^\circ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{d^2} \quad \text{e} \quad T \cos 30^\circ = P \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 P d^2} \quad (2)$$

$$d = 2l - 2l \sin 30^\circ = l$$

$$(1) = (2) \Rightarrow \frac{Q^2}{D^2} = \frac{q^2}{d^2} \Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = \frac{D}{d} = \frac{3l}{l} \Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = 3$$

**(5,0 pontos)****QUESTÃO 15**

a) Amperímetro – resistência  $R_S$  em paralelo:

$$R_G i_G = R_S (i_{Max} - i_G) \Rightarrow R_S = \frac{i_G}{i_{Max} - i_G} R_G = \frac{2 \times 10^{-3}}{48 \times 10^{-3}} \times 100 \Rightarrow R_S \approx 4,2 \Omega \quad (2,5 \text{ pontos})$$

b) Voltímetro – resistência  $R_S$  em série:

$$(R_G + R_S) i_G = V_{Max} \Rightarrow R_S = \frac{V_{Max}}{i_G} - R_G = \frac{20}{2 \times 10^{-3}} - 100 \Rightarrow R_S \approx 9.900 \Omega \quad (2,5 \text{ pontos})$$

**QUESTÃO 16**

$$F_c = F_e \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \Rightarrow (mvr)^2 = \frac{mre^2}{4\pi\epsilon_0} \quad (1)$$

Da hipótese:  $(mvr)^2 = \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 n^2 \quad (2)$

$$(1) = (2) \Rightarrow \frac{mre^2}{4\pi\epsilon_0} = \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 n^2 \Rightarrow \boxed{r = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} n^2}$$

**(5,0 pontos)**

**QUÍMICA****QUESTÃO 17**

$$C_{\text{Sol1}} \times V_{\text{Sol1}} + C_{\text{Sol2}} \times V_{\text{Sol2}} = C_{\text{SolFinal}} \times V_{\text{SolFinal}}$$

$$1,5 \times V_{\text{Sol1}} + 0,5 \times V_{\text{Sol2}} = 0,9 \times 100$$

$$1,5 \times V_{\text{Sol1}} + 0,5 \times V_{\text{Sol2}} = 90$$

$$V_{\text{Sol1}} + V_{\text{Sol2}} = 100$$

$$V_{\text{Sol1}} = 100 - V_{\text{Sol2}}$$

Logo,

$$1,5 \times (100 - V_{\text{Sol2}}) + 0,5 \times V_{\text{Sol2}} = 90$$

$$V_{\text{Sol2}} = 60 \text{ mL}$$

$$V_{\text{Sol1}} = 100 - 60$$

$$V_{\text{Sol1}} = 40 \text{ mL}$$

**(5,0 pontos)****QUESTÃO 18**

a) Em I, tem-se IND

Em II, tem-se IND e IND<sup>-</sup>

Em III, tem-se IND<sup>-</sup>

**(3,0 pontos)**

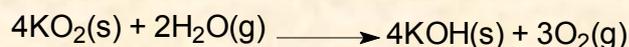
b)  $K = [\text{IND}^-] \cdot [\text{H}^+] / [\text{IND}]$

Como em II,  $[\text{IND}] = [\text{IND}^-]$

$$K = [\text{H}^+] = 3,2 \times 10^{-4} \text{ mol L}^{-1}$$

**(2,0 pontos)****QUESTÃO 19**

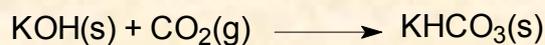
Equação que representa a reação entre o vapor de água e o peróxido:



OU



Remoção do gás carbônico:



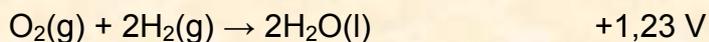
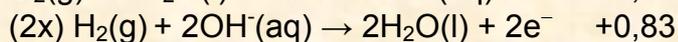
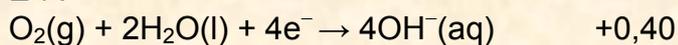
OU

**(5,0 pontos)**

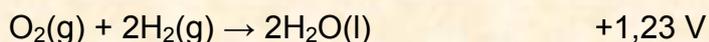
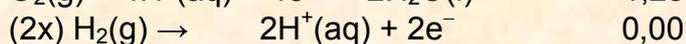
**QUESTÃO 20**

Célula alcalina

E°/V



Célula de ácido fosfórico

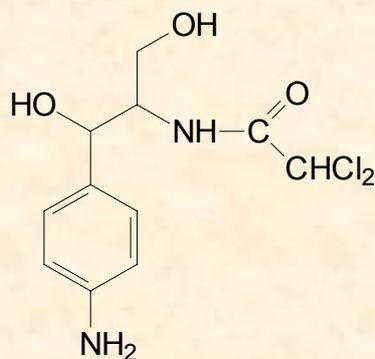
**(5,0 pontos)****QUESTÃO 21**

$$\text{Datação} = \text{tempo de meia vida} \times \frac{[{}^3\text{He}]}{[{}^3\text{H}]} \times 0,7$$

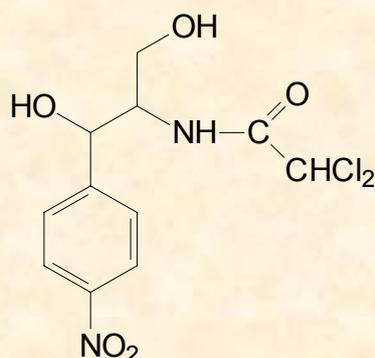
Tempo de meia vida = 12,4 anos

Amostra:  $[{}^3\text{He}] = 3 \times [{}^3\text{H}]$ Logo, a idade da amostra é de  $12,4 \times 3 \times 0,7 = 26$  anos**(5,0 pontos)****QUESTÃO 22**

a)

**(2,0 pontos)**

b)

**(3,0 pontos)**

**QUESTÃO 23**

- a)  $\text{HCl(aq)} + \text{NaHCO}_3\text{(aq)} \rightarrow \text{Na}^+\text{(aq)} + \text{Cl}^-\text{(aq)} + \text{CO}_2\text{(g)} + \text{H}_2\text{O(l)}$       pH = 7
- b)  $\text{CH}_3\text{COOH(aq)} + \text{NaHCO}_3\text{(aq)} \rightarrow \text{CH}_3\text{COONa(aq)} + \text{CO}_2\text{(g)} + \text{H}_2\text{O(l)}$   
 $\text{CH}_3\text{COONa(aq)} + \text{H}_2\text{O(l)} \rightarrow \text{Na}^+\text{(aq)} + \text{CH}_3\text{COOH(aq)} + \text{OH}^-\text{(aq)}$       pH > 7
- c)  $\text{NH}_4\text{Cl(aq)} + \text{NaHCO}_3\text{(aq)} \rightarrow \text{NH}_3\text{(aq)} + \text{CO}_2\text{(g)} + \text{H}_2\text{O(l)}$   
 $\text{NH}_3\text{(aq)} + \text{H}_2\text{O(l)} \rightarrow \text{NH}_4\text{OH(aq)} + \text{H}^+\text{(aq)}$       pH < 7

**(5,0 pontos)****QUESTÃO 24**

- a) A:  $\text{H}_3\text{C-COCH}_2\text{CH}_3$  (2- butanona)  
B:  $\text{H}_3\text{CHCOHCH}_2\text{CH}_3$  2 – butanol      **(2,0 pontos)**
- b) Forma uma mistura racêmica. Nessa mistura há quantidades iguais dos enantiômeros, os quais desviam a luz polarizada em valores idênticos, porém em sentidos opostos.      **(3,0 pontos)**