

MEC – EXAME NACIONAL DE CURSOS – 2001

FÍSICA

2ª Parte – Grade de Respostas

Licenciatura

Questão 1

- a) A força de atrito resulta da atração eletrostática entre as partículas das superfícies dos corpos em contato. É, portanto, uma força de natureza eletromagnética.
- b) A relação $\vec{P} = \vec{P}_X + \vec{P}_Y$ é válida para qualquer valor de α pois $\vec{P}_X$ e $\vec{P}_Y$ não existem independentemente de $\vec{P}$, são seus componentes ortogonais, projeções de $\vec{P}$ sobre eixos ortogonais traçados de forma arbitrária, em geral para possibilitar a compreensão da situação física representada e/ou facilitar a resolução de problemas.
- c) Não. Sendo a força $\vec{C}$ sempre igual a $-\vec{P}$, a relação $\vec{C} = \vec{F}_A + \vec{N}$ só é válida enquanto o bloco não desliza, ou desliza com velocidade constante. Para valores de α tais que $\text{tg } \alpha > \mu$, sendo μ o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano, o módulo de $\vec{F}_A$ é menor do que o módulo do componente $\vec{P}_X$ e o bloco acelera para baixo, ao longo do plano. Assim, à medida que aumenta a inclinação do plano, a partir do valor limite ($\text{tg } \alpha > \mu$), a força $\vec{C}$ varia em módulo, direção e sentido, para cada valor de α até anular-se quando $\alpha = 90^\circ$. Ela não é, portanto, nem única, nem constante.
- d) O esquema I é o correto. Existem três forças aplicadas ao bloco, o peso $\vec{P}$, fruto da interação gravitacional entre a Terra e o bloco, a força de atrito $\vec{F}_A$, entre o plano do bloco, que se opõe ao deslizamento do bloco, e a força normal $\vec{N}$, exercida pelo plano sobre o bloco. Estas duas últimas forças são de natureza eletromagnética.
- O esquema II é incorreto porque a força de contato $\vec{C}$ não é uma força independente do sistema, mas a resultante de $\vec{F}_A$ e $\vec{N}$. Enquanto o peso $\vec{P}$ é sempre uma força única e constante que independe dos seus componentes $\vec{P}_X$ e $\vec{P}_Y$, como se afirma na resposta do item b, a resposta do item c mostra claramente que essa mesma afirmação não pode ser atribuída à força $\vec{C}$. Ela não é única, não é constante e seu valor depende sempre de $\vec{F}_A$ e de $\vec{N}$. Em outras palavras, o esquema II está incorreto porque propõe uma análise equivocada da situação física descrita. $\vec{F}_A$ e $\vec{N}$ não são componentes de $\vec{C}$ como $\vec{P}_X$ e $\vec{P}_Y$ o são de $\vec{P}$, mas sim forças independentes cuja resultante é $\vec{C}$.

Questão 2

- a) O autor usa o fenômeno da fusão para refutar a concepção vigente na época de que a temperatura constante, observada durante o fenômeno, não era devida a pequena quantidade de calor recebida pelo corpo, mas sim porque o corpo pode receber calor sem variar a temperatura.
- b) O autor antecipa o conceito de calor latente, quantidade de calor absorvida por um corpo para alterar a sua estrutura.
OU
O conceito de energia interna, já que de alguma forma o corpo deveria armazenar o calor recebido.
- c) Sim, o texto apresenta uma argumentação que mostra essa diferenciação de forma simples, acessível e motivadora. A diferenciação se torna evidente quando Black propõe que um corpo pode receber calor sem aumentar sua temperatura.
- d) Pode-se, por exemplo, realizar uma experiência de fusão de uma determinada quantidade de gelo, verificando a constância da temperatura em que essa fusão ocorre.

Questão 3

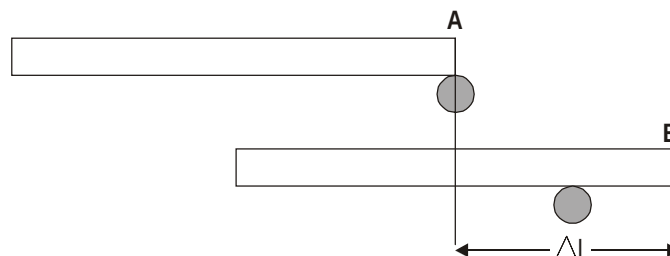
- a) O comprimento AB, a temperatura inicial do tubo, o diâmetro (ou o raio) da seção normal do arame do ponteiro, o ângulo de giro do ponteiro e a temperatura de ebulição da água no local.
- b) Chamando-se de φ ângulo de giro em graus, de d, o diâmetro do ponteiro, e de Δt a variação da temperatura tem-se:

$$\alpha = \frac{\pi \cdot \varphi \cdot d}{AB \cdot \Delta t \cdot 360}$$

- c) O comprimento final será $\ell = 1,0$ m. As medidas foram expressas com dois algarismos significativos o que, nesse caso, determina o número de algarismos significativos da resposta. Logo, não teria sentido se escrever $\ell = 1,0022$ m, o que, implicaria numa resposta com 5 algarismos significativos.
- d) Vamos supor que a barra esteja na situação A e, depois de dilatada o ponteiro tenha dado uma volta completa e chegado na situação B. Então, a relação anterior ficará:

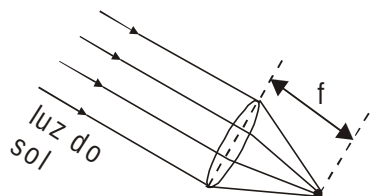
$$\alpha = \frac{\pi \cdot d}{AB \cdot \Delta t}$$

Porém, a ponta do tubo não se encontra mais na extremidade do mesmo. Ela moveu-se o dobro. Então, a variação de comprimento será o dobro também.

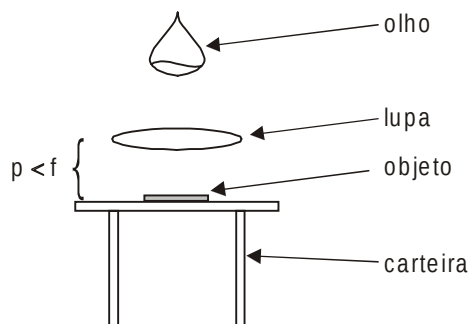


Questão 4

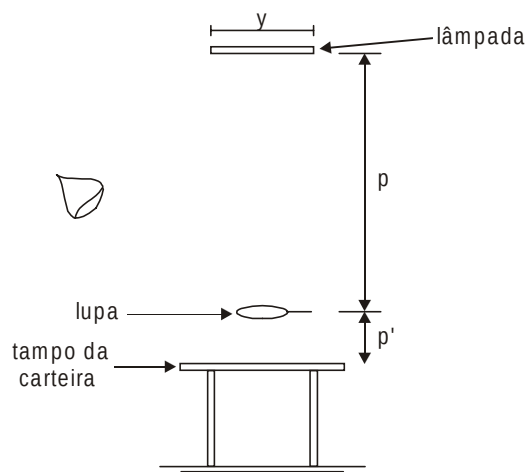
- a) I. Qualquer objeto ou fonte de luz localizada a uma distância suficientemente grande da lupa tem sua imagem conjugada no foco da lupa. A distância dessa imagem à lupa é igual à sua distância focal, f . Essa é a forma mais prática de se obter a distância focal de uma lente. E a mais simples, nesse caso, é projetar a imagem do Sol sobre um anteparo, como se costuma fazer para queimar papel, e medir a distância dessa imagem à lente.



- II. Para observar uma imagem virtual basta utilizar a lente como lupa, colocando-a a uma distância p do objeto menor do que a sua distância focal, f como mostra a figura abaixo. A imagem observada será maior, direta e virtual.

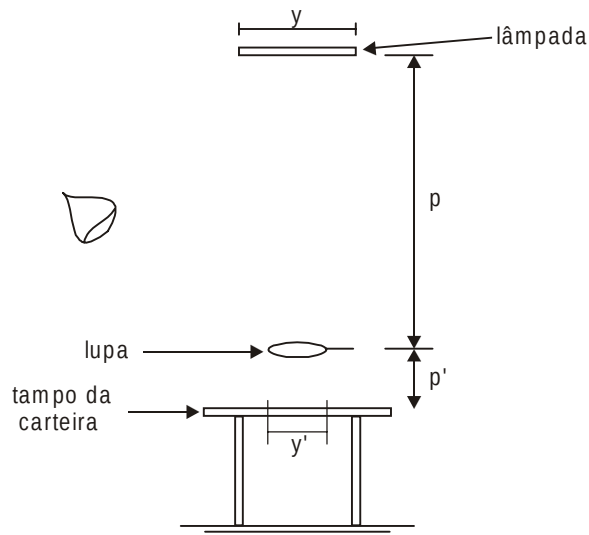


- b) I. Basta projetar a imagem de uma das lâmpadas fluorescentes do teto sobre um anteparo horizontal. Pode ser o tampo da carteira, ou a face superior de livros e cadernos sobre ele colocados, ou ainda o próprio piso da sala de aula. Em seguida, com a trena, mede-se a distância da lente ao teto, obtendo-se p , e a distância da lente à imagem da lâmpada, obtendo-se p' . Veja a figura abaixo.



Conhecido o valor de f , a verificação da equação de conjugação é imediata.

- II. Seguindo o mesmo procedimento, pode-se medir o comprimento ou a largura da lâmpada, obtendo-se y , e o comprimento ou a largura da imagem projetada sobre o anteparo, obtendo-se y' . Veja a figura abaixo.



Novamente, a partir desses dados e conhecidos os valores de p e de p' obtidos anteriormente, a verificação da equação do aumento linear transversal é imediata. O sinal negativo da equação, indicativo da inversão da imagem em relação ao objeto, pode ser evidenciado pela própria observação direta dessa inversão.

Questão 5

- Em ambos os casos as forças de interação, elétricas ou gravitacionais, são nulas.
- Pode-se usar uma lata de refrigerante apoiada num suporte isolante com duas fitas finas de papel alumínio presas, uma na face externa outra na face interna, como lâminas de um eletroscópio. Eletrizando-se a lata, verifica-se que só a fita externa se afasta da superfície da lata, a interna não sofre qualquer alteração.
- Usa-se uma balança de torção, onde um haltere com dois corpos iguais, suspenso por um fio pode girar horizontalmente. Aproximando-se um terceiro corpo de um dos corpos do haltere, o conjunto suspenso tende a girar. Um raio de luz incide num pequeno espelho preso no fio de sustentação de forma que o raio refletido seja projetado sobre uma escala. Assim, amplia-se a visão do efeito da torção o que facilita a medida do ângulo de torção. Conhecendo-se as massas ou cargas elétricas dos corpos e a constante elástica de torção do fio, pode-se determinar a força de interação.

$$d) \quad R_{eg} = \frac{\frac{KQq}{d^2}}{\frac{GMm}{d^2}} = \frac{KQq}{GMm} = \frac{9,0 \times 10^9 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 1,6 \times 10^{-19}}{6,6 \times 10^{-11} \times 1,7 \times 10^{-27} \times 1,7 \times 10^{-27}} \approx \frac{10^{-28}}{10^{-64}} \approx 10^{36}$$

Bacharelado

Questão 6

- a) O campo elétrico com simetria cilíndrica é, como consequência da Lei de Gauss, proporcional ao inverso do raio, ou seja, $E = \frac{\lambda}{r}$. Portanto, o potencial é $\phi = \lambda \ln \frac{r}{R_1}$, em um ponto situado a uma distância r do eixo do cilindro. Obtém-se então a diferença de potencial V em termos de λ através da expressão $V = \lambda \ln \frac{R_2}{R_1}$.

Resolvendo para λ encontra-se, $\lambda = \frac{V}{\ln R_2 / R_1}$. Assim, o campo elétrico em termos de V

$$\text{é } E = \frac{V}{r \ln(R_2 / R_1)}.$$

Alternativa: 1) Calculam-se as cargas nas superfícies superior e inferior pela lei de Gauss:

$$Q_1 = \epsilon_0 E 2\pi r (L-h) = \frac{V}{\ln R_2 / R_1} 2\pi \epsilon_0 (L-h)$$

$$Q_2 = \epsilon E 2\pi r h = \frac{V}{\ln \frac{R_2}{R_1}} 2\pi \epsilon h$$

2) Calcula-se então a capacidade

$$C = \frac{Q_1 + Q_2}{V} \quad \therefore \quad C = \frac{2\pi}{\ln \frac{R_2}{R_1}} [\epsilon_0 L + (\epsilon - \epsilon_0)h]$$

- b) A energia é dada por $U = \frac{1}{2} \epsilon_0 \int_{z>h} E^2 d^3x + \frac{1}{2} \epsilon \int_{z<h} E^2 d^3x =$

$$\frac{1}{2} (L-h) 2\pi \epsilon_0 \left(\frac{V}{\ln R_2 / R_1} \right)^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} + \frac{1}{2} \epsilon h 2\pi \left(\frac{V}{\ln R_2 / R_1} \right)^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r}$$

$$U = \frac{\pi V^2}{\ln R_2 / R_1} [L\epsilon_0 + (\epsilon - \epsilon_0)h], \text{ que é função de } h.$$

$$U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{\pi V^2}{\ln R_2 / R_1} [L\epsilon_0 + (\epsilon - \epsilon_0)h]$$

- c) O trabalho realizado pela bateria a potencial constante é $\delta E_{\text{bat}} = -V\delta q$, enquanto a variação da energia eletrostática a potencial constante é

$$\delta U = \frac{1}{2} V\delta q + \frac{1}{2} q\delta V = \frac{1}{2} V\delta q \quad \therefore \delta E_{\text{bat}} = -2\delta U.$$

- d) A força eletrostática corresponde à variação da energia com respeito a h :

$$\frac{\delta U}{\delta h} = \frac{(\epsilon - \epsilon_0) \pi V^2}{\ln(R_2 / R_1)}.$$

Para a força peso, tem-se $P = \frac{\delta U_g}{\delta h} = \rho \cdot \pi (R_2^2 - R_1^2) hg$. Portanto, da igualdade entre a

força elétrica e a força peso obtém-se
$$h = \frac{(\epsilon - \epsilon_0) V^2}{\rho g (R_2^2 - R_1^2) \ln(R_2 / R_1)}.$$

Questão 7

- a) A equação de Schrödinger é obtida, para $V = 0$, resolvendo-se a equação de autovalores para a parte cinética do operador hamiltoniano atuando em Ψ . Portanto, para $x < a$, $\frac{-\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} = E\Psi$. Para $x < a$: $\Psi = A \sin kx$, onde $k = \sqrt{2mE}/\hbar$, já que $\Psi(0) = 0$ (a solução cosseno não satisfaz a esta condição).

Para $V_0 \neq 0$, obtém-se, de modo análogo $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} = (E - V_0)\Psi$. Portanto, para $x > a$: $\Psi = Be^{-\lambda x}$, onde $\lambda = \sqrt{2m(V_0 - E)}/\hbar$, já que $\Psi(x \rightarrow \infty) = 0$ (a solução com exponencial crescente não satisfaz a esta condição).

Se considerarmos $E > V_0$, na região $x \geq a$:

$$\Psi = Be^{i\lambda'x} + Ce^{-i\lambda'x}, \text{ onde } \lambda' = \sqrt{2m(E - V_0)}/\hbar$$

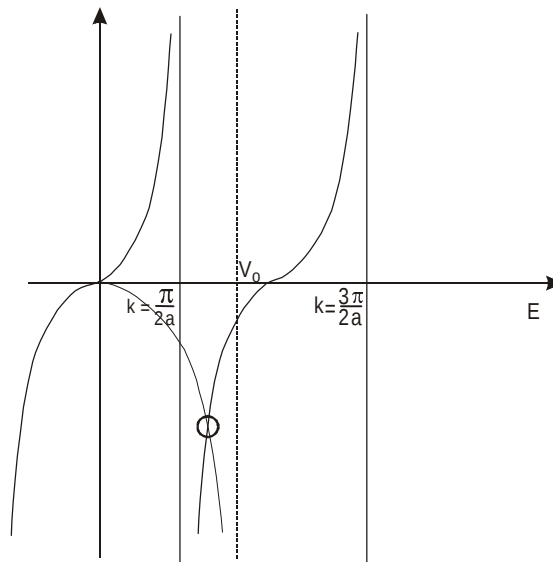
- b) Igualdade de Ψ na fronteira $x = a$: $A \sin ka = Be^{-\lambda a}$

Igualdade do momento, ou seja, Ψ' , para $x = a$:

$$A k \cos ka = -\lambda Be^{-\lambda a}$$

Dividindo-se a primeira pela segunda, $\frac{\sin ka}{\cos ka} = -\frac{k}{\lambda} \Rightarrow \tan(ka) = -\frac{ka}{\lambda a} = -\sqrt{\frac{E}{V_0 - E}}$

- c) Os gráficos das funções $\tan \sqrt{2mE} \frac{a}{\hbar}$ e $-\sqrt{\frac{E}{V_0 - E}}$ são dados, aproximadamente, por (V_0 é a assintótica ao segundo gráfico).



$k = \frac{\pi}{2a} \Rightarrow E = \frac{\hbar^2 \pi^2}{8ma^2}$. Se $V_0 < \frac{\hbar^2 \pi^2}{8ma^2}$, não há estados ligados, pois os gráficos não se encontram. Para V_0 acima desse valor pode haver um ou mais estados ligados.

- d) Pode-se obter a energia como aproximadamente igual a $k = \frac{\pi}{2a}$, ou pelo princípio da incerteza. Assim, $E \approx \frac{\hbar^2 \pi^2}{8ma^2} = \frac{4 \hbar^2 \pi^2 c^2}{32ma^2 c^2} = 9,6 \text{ eV}$. Como $E < V_0 = 20 \text{ eV}$, há um estado ligado para tal energia. Note-se que não há outros.

Questão 8

a)

Estado	nº quântico principal n	nº quântico orbital ℓ	nº quântico de spin m_s	nº quântico mom. ang. total j
$^2S_{1/2}$	3	0	1/2	1/2
$^2P_{3/2}$	3	1	1/2	3/2

- b) Para a transição entre 3p e 3s obtém-se
 $\Delta E \cong 2 \text{ eV} \therefore \frac{hc}{\lambda_L} \cong 2 \text{ eV} \therefore \lambda_L \cong \frac{124 \times 10^{-6}}{2} \therefore$

$$\lambda_L = 6,2 \times 10^{-7} \text{ m}$$

O momento do fóton é dado por

$$p = \frac{h}{\lambda_L} = \frac{6,626 \times 10^{-34}}{6,2 \times 10^{-7}} = p \cong 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s} \quad \text{que é a variação do momento } \Delta p.$$

- c) Do princípio da incerteza tem-se $\Delta E \Delta t \approx h \Rightarrow \tau \approx \frac{h}{\Delta E} \therefore \tau \approx \frac{4,14 \times 10^{-15}}{124 \times 10^{-7}} \therefore$

$$\tau \approx 34 \text{ ns}$$

Outras formulações dos princípio da incerteza serão consideradas corretas.

- d) A força média corresponde à variação do momento no tempo τ . Tem-se então

$$F \approx \frac{\Delta p}{\Delta t} \therefore F \approx \frac{10^{-27}}{34 \times 10^{-9}} \therefore F \approx 3 \times 10^{-20} \text{ N}$$

Questão 9

a) Função de partição:

$$Z = \sum_{N_-} \sum_{N_+} e^{\beta \mu B (N_+ - N_-)},$$

onde $\beta = \frac{1}{kT}$ e a soma sobre N_- é restrita aos valores tais que $N = N_- + N_+$. Fazendo $N_- = N - N_+$,

$$Z = e^{-N\beta\mu B} \sum_{N_+=0}^N e^{2\beta\mu B N_+}$$

$$\rightarrow Z = e^{-N\beta\mu B} \frac{1 - e^{(N+1)2\beta\mu B}}{1 - e^{2\beta\mu B}} = \frac{\sinh[(N+1)\beta\mu B]}{\sinh(\beta\mu B)}$$

Considerar parcialmente correto para a distribuição de Boltzmann, com

$$Z = e^{\beta\mu B} + e^{-\beta\mu B}$$

b) Populações médias:

$$\bar{N}_+ = \frac{1}{Z} \sum_{N_+=0}^N N_+ e^{\beta\mu B (2N_+ - N)}, \quad \bar{N}_- = N - \bar{N}_+$$

Para $N = 2$:

$$\bar{N}_+ = \frac{2e^{2\beta\mu B} + 1}{e^{-2\beta\mu B} + 1 + e^{2\beta\mu B}}, \quad \bar{N}_- = \frac{2e^{-2\beta\mu B} + 1}{e^{-2\beta\mu B} + 1 + e^{2\beta\mu B}}$$

Considerar parcialmente correto para a distribuição de Boltzmann

$$\bar{N}_+ = N \frac{e^{\beta\mu B}}{Z}$$

$$\bar{N}_- = N \frac{e^{-\beta\mu B}}{Z}$$

$$c) \quad M = \frac{\mu}{V} (\bar{N}_+ - \bar{N}_-)$$

$$\rightarrow M = \frac{2\mu}{V} \frac{e^{2\beta\mu B} - e^{-2\beta\mu B}}{1 + 2\cosh(2\beta\mu B)} = \frac{4\mu}{V} \frac{\sinh(2\beta\mu B)}{1 + 2\cosh(2\beta\mu B)}$$

No caso da distribuição de Boltzmann, teríamos

$$\rightarrow M = \frac{2\mu}{V} \tanh(\beta\mu B)$$

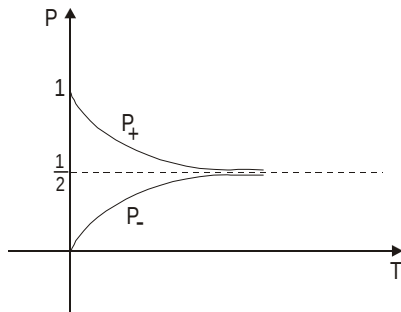
Para $\beta\mu B \ll 1$: $\sinh(2\beta\mu B) \sim 2\beta\mu B$, $\cosh(2\beta\mu B) \sim 1$

$$\rightarrow M \sim \frac{4\mu}{V} \frac{2\beta\mu B}{3} = \frac{8\beta\mu^2 B}{3V}$$

Para $\beta\mu B \gg 1$: $\sinh(2\beta\mu B) \sim \cosh(2\beta\mu B) \sim e^{2\beta\mu B}/2$

$$\rightarrow M \sim \frac{2\mu}{V} \frac{e^{2\beta\mu B}}{1 + e^{2\beta\mu B}} = \frac{2\mu}{V}$$

$$d) \quad \begin{aligned} \bar{N}_+ &= N, T \rightarrow 0 \\ &= N/2, T \rightarrow \infty \end{aligned}$$



Questão 10

- a) A energia cinética corresponde à translação de m_1 , com velocidade $(\dot{x}_1, \dot{y}_1)$ e à translação de m_2 com velocidade $(\dot{x}_2, 0)$. A energia potencial só tem a contribuição de m_1 .

Portanto, $L = T - V$ corresponde a: $L = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 - m_1gy_1$

- b) A condição de vínculo corresponde a impor que m_1 desça pelo ângulo θ fixo.

Portanto, $\frac{y_1}{D - (x_1 + x_2)} = \tan\theta \quad \therefore \quad y_1 = \tan\theta [D - (x_1 + x_2)]$

Substituindo-se em L obtém-se

$$L = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}m_1\tan^2\theta (\dot{x}_1 + \dot{x}_2)^2 - m_1g\tan\theta [D - (x_1 + x_2)]$$

c) Para as equações de movimento necessita-se

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_1} = m_1 \dot{x}_1 + m_1 \operatorname{tg}^2 \theta (\dot{x}_1 + \dot{x}_2); \quad \frac{\partial L}{\partial x_1} = m_1 g \operatorname{tg} \theta ,$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_2} = m_2 \dot{x}_2 + m_1 \operatorname{tg}^2 \theta (\dot{x}_1 + \dot{x}_2); \quad \frac{\partial L}{\partial x_2} = m_1 g \operatorname{tg} \theta$$

Portanto, igualando-se $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}}$, com $\frac{\partial L}{\partial x}$, obtém-se

$$m_1 \ddot{x}_1 + m_1 \operatorname{tg}^2 \theta (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) - m_1 g \operatorname{tg} \theta = 0 .$$

Analogamente, para x_2 ,

$$m_2 \ddot{x}_2 + m_1 \operatorname{tg}^2 \theta (\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2) - m_1 g \operatorname{tg} \theta = 0$$

Subtraindo-se a segunda da primeira

$$m_1 \ddot{x}_1 - m_2 \ddot{x}_2 = 0 \quad \therefore \quad \ddot{x}_2 = \frac{m_1}{m_2} \ddot{x}_1 .$$

De volta à primeira equação, obtém-se

$$m_1 \left[1 + \operatorname{tg}^2 \theta \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) \right] \ddot{x}_1 = m_1 g \operatorname{tg} \theta \quad \therefore \quad \ddot{x}_1 = \frac{g \operatorname{tg} \theta}{1 + \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) \operatorname{tg}^2 \theta}$$

d) Para $x_1 + x_2 = D \Rightarrow y_1 = 0$; para $x + \frac{m_1}{m_2} x_1 = D \quad \therefore \quad x_1 = \frac{D}{1 + m_1/m_2} .$

A trajetória é linear, já que $\ddot{x}_2 = \frac{m_1}{m_2} \ddot{x}_1 .$

Portanto, o diagrama é

