Matemática

FUVEST

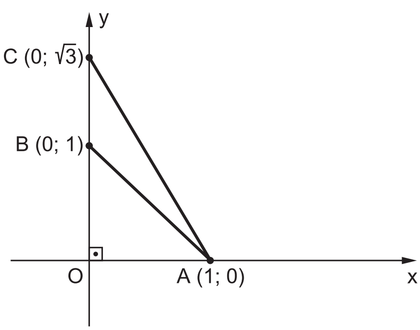
ETAPA

Questão 41

Os vértices de um triângulo ABC, no plano cartesiano, são: A = (1, 0), B = (0, 1) e C = $= \left(0, \sqrt{3}\right)$. Então, o ângulo $B\hat{A}C$ mede:

a) 60^o b) 45^o c) 30^o d) 18^o e) 15^o

alternativa E



Como OA = OB = 1, AOB é um triângulo retângulo isósceles e, portanto, $m(O\hat{A}B) = 45^o$. Temos ainda que $tg(O\hat{A}C) = \dfrac{OC}{OA} = \dfrac{\sqrt{3}}{1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow m(O\hat{A}C) = 60^o$.

Assim, $m(B\hat{A}C) = m(O\hat{A}C) - m(O\hat{A}B) =$

$= 60^o - 45^o = 15^o$.

Questão 42

Na figura abaixo, os quadrados ABCD e EFGH têm, ambos, lado a e centro O. Se EP = 1, então a é:

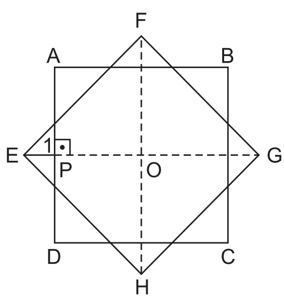
a) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$

b) $\dfrac{2}{\sqrt{3} - 1}$

c) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

d) 2

e) $\dfrac{2}{\sqrt{2} - 1}$



alternativa E

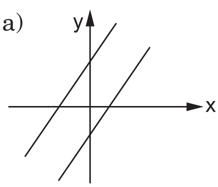
De acordo com a figura, temos EO = EP + PO. Como EO é a medida da metade da diagonal do quadrado EFGH e PO é a medida da metade do lado do quadrado ABCD, temos que $EO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ *e* $PO = \dfrac{a}{2}$*, logo* $\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = 1 + \dfrac{a}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{a}{2}(\sqrt{2} - 1) = 1 \Leftrightarrow a = \dfrac{2}{\sqrt{2} - 1}$

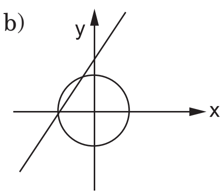
Questão 43

O conjunto dos pontos (x, y) do plano cartesiano, cujas coordenadas satisfazem a equação $(x^2 + y^2 + 1)(2x + 3y - 1)(3x - 2y + 3) = 0$, pode ser representado, graficamente, por:

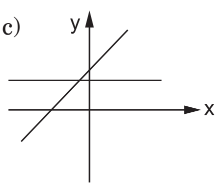
a)



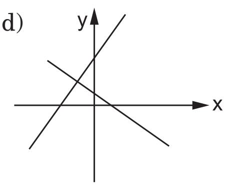
b)



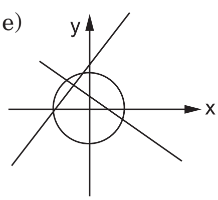
c)



d)



e)



alternativa D

Temos

$$(x^2 + y^2 + 1)(2x + 3y - 1)(3x - 2y + 3) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 + 1 = 0 \\ \quad \text{ou} \\ 2x + 3y - 1 = 0 \\ \quad \text{ou} \\ 3x - 2y + 3 = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x^2 + y^2 = -1 \\ \quad \text{ou} \\ y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{1}{3} \\ \quad \text{ou} \\ y = \dfrac{3}{2}x + \dfrac{3}{2} \end{array} \right.$$

No plano cartesiano, $x^2 + y^2 = -1$ representa o conjunto vazio; $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$, uma reta de coeficiente angular $-\frac{2}{3}$ e coeficiente linear $\frac{1}{3}$; e $y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$, uma reta de coeficiente angular $\frac{3}{2}$ e coeficiente linear $\frac{3}{2}$. Como $\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{2} = -1$, as retas são perpendiculares e, portanto, o gráfico que melhor representa a relação pedida é o da alternativa D.

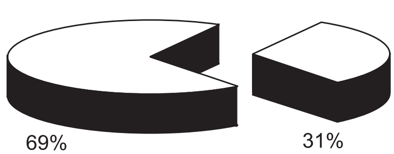
Questão 44

Considere os seguintes dados, obtidos em 1996 pelo censo do IBGE:

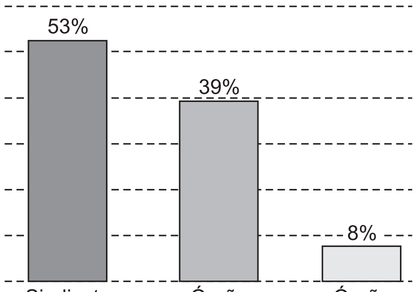
i) A distribuição da população, por grupos de idade, é:

idade	número de pessoas
de 4 a 14 anos	37.049.723
de 15 a 17 anos	10.368.618
de 18 a 49 anos	73.644.508
50 anos ou mais	23.110.079

ii) As porcentagens de pessoas, maiores de 18 anos, filiadas, ou não, a sindicatos, órgãos comunitários, órgãos de classe, são:



iii) As porcentagens de pessoas, maiores de 18 anos, filiadas a sindicatos, órgãos comunitários e órgãos de classe são:



A partir dos dados acima, pode-se afirmar que o número de pessoas, maiores de 18 anos, filiadas a órgãos comunitários é, aproximadamente, em milhões:

a) 2 b) 6 c) 12 d) 21 e) 31

alternativa C

Pelos dados fornecidos, existem 73 644 508 + + 23 110 079 = 96 754 587 pessoas maiores de 18 anos. Destas, 31% são filiadas a sindicatos, órgãos comunitários ou órgãos de classe. Dentre as filiadas, 39% pertencem a órgãos comunitários. Logo o número de pessoas maiores de 18 anos, filiadas a órgãos comunitários, é:

$96\,754\,587 \cdot 0{,}31 \cdot 0{,}39 \cong$

$\cong 100\,000\,000 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}4 = 12$ *milhões*

Questão 45

Um comerciante deu um desconto de 20% sobre o preço de venda de uma mercadoria e, mesmo assim, conseguiu um lucro de 20% sobre o preço que pagou pela mesma. Se o desconto não fosse dado, seu lucro, em porcentagem, seria:

a) 40% b) 45% c) 50% d) 55% e) 60%

alternativa C

Seja p o preço de venda da mercadoria e c o preço de custo. Temos $(1 - 20\%)p = (1 + 20\%)c \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 0{,}8p = 1{,}2c \Leftrightarrow p = \frac{1{,}2}{0{,}8}c \Leftrightarrow p = 1{,}5c$, ou seja, o lucro, se o desconto não fosse dado, seria de 50% sobre o preço de custo.

Questão 46

A elipse $x^2 + \frac{y^2}{2} = \frac{9}{4}$ e a reta $y = 2x + 1$, do plano cartesiano, se interceptam nos pontos A e B.
Pode-se, pois, afirmar que o ponto médio do segmento $\overline{AB}$ é:

a) $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ b) $\left(\frac{2}{3}, -\frac{7}{3}\right)$ c) $\left(\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}\right)$

d) $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ e) $\left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$

alternativa D

As coordenadas dos pontos $A(x_A\ ;\ y_A)$ e $B(x_B\ ;\ y_B)$ são as soluções do sistema:

$$\begin{cases} x^2 + \dfrac{y^2}{2} = \dfrac{9}{4} \\ y = 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + \dfrac{(2x+1)^2}{2} = \dfrac{9}{4} \\ y = 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2 + 8x - 7 = 0 \\ y = 2x + 1 \end{cases}.$$

Sendo $M(x_M\ ;\ y_M)$ o ponto médio do segmento $\overline{AB}$, ele tem coordenadas x_M e y_M dadas por:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{\frac{-8}{12}}{2} = -\frac{1}{3} \text{ e}$$

$$y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{(2x_A + 1) + (2x_B + 1)}{2} =$$

$$= x_A + x_B + 1 = \frac{-8}{12} + 1 = \frac{1}{3}.$$

Logo $M = \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Questão 47

Uma senhora tinha entre trinta e quarenta ações de uma empresa para dividir igualmente entre todos os seus netos. Num ano, quando tinha 3 netos, se a partilha fosse feita, deixaria 1 ação sobrando. No ano seguinte, nasceu mais um neto e, ao dividir igualmente entre os quatro netos o mesmo número de ações, ela observou que sobrariam 3 ações. Nesta última situação, quantas ações receberá cada neto?

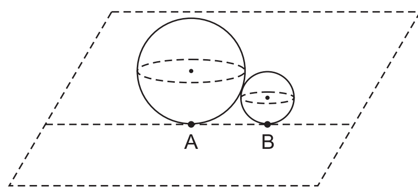
a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

alternativa B

Os números entre 30 e 40 que deixam resto 1 divididos por 3 são 31, 34 e 37 e os que deixam resto 3 divididos por 4 são 31, 35 e 39. Assim, o único que satisfaz as duas condições é o 31, número de ações da senhora.
Como 31 dividido por 4 dá quociente 7, esse é o número de ações que receberá cada um dos 4 netos.

Questão 48

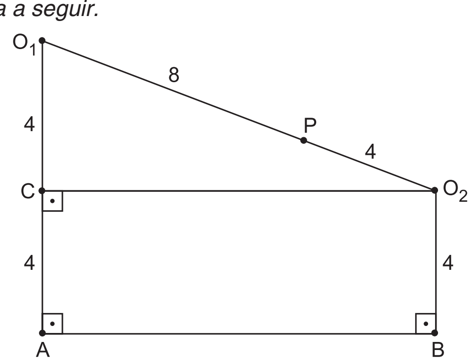
No jogo de bocha, disputado num terreno plano, o objetivo é conseguir lançar uma bola de raio 8 o mais próximo possível de uma bola menor, de raio 4. Num lançamento, um jogador conseguiu fazer com que as duas bolas ficassem encostadas, conforme ilustra a figura abaixo. A distância entre os pontos A e B, em que as bolas tocam o chão, é:



a) 8 b) $6\sqrt{2}$ c) $8\sqrt{2}$ d) $4\sqrt{3}$ e) $6\sqrt{3}$

alternativa C

Sejam O_1 o centro da esfera maior, O_2 o centro da esfera menor e P o ponto de tangência entre as duas esferas. Os pontos O_1, O_2, A e B determinam um trapézio retângulo, como mostra a figura a seguir.



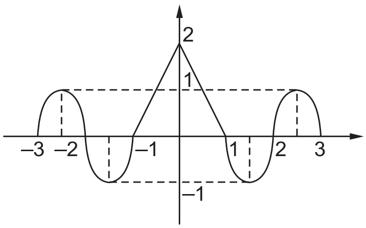
Seja C a projeção ortogonal de O_2 sobre $\overline{O_1A}$.
Aplicando Pitágoras no triângulo O_1O_2C, retângulo em C, temos:

$$O_2C^2 + 4^2 = 12^2 \Leftrightarrow O_2C = 8\sqrt{2}$$

Assim, a distância entre os pontos A e B é $AB = O_2C = 8\sqrt{2}$.

Questão 49

A função f(x), definida para $-3 \leq x \leq 3$, tem o seguinte gráfico:



onde as linhas ligando (–1, 0) a (0, 2) e (0, 2) a (1, 0) são segmentos de reta.
Supondo $a \leq 0$, para que valores de a o gráfico do polinômio $p(x) = a(x^2 - 4)$ intercepta o gráfico de f(x) em exatamente 4 pontos distintos?

a) $-\frac{1}{2} < a < 0$ b) $-1 < a < -\frac{1}{2}$

c) $-\frac{3}{2} < a < -1$ d) $-2 < a < -\frac{3}{2}$

e) $a < -2$

alternativa A

- *Se a = 0, p(x) = 0 para todo $x \in [-3, 3]$. Assim, os gráficos de f(x) e p(x) teriam 6 pontos comuns. Logo $a \neq 0$;*
- *Como $a \leq 0$, devemos ter $a < 0$. Assim, o gráfico de $p(x) = a(x^2 - 4)$ é uma parábola de concavidade para baixo que intercepta o eixo Ox e o gráfico de f(x) nos dois pontos distintos (–2; 0) e (2; 0).*

Para que p(x) e f(x) tenham exatamente 4 pontos em comum, o valor máximo de p(x) deve ser menor do que 2, isto é,

$$p\left(\frac{2 + (-2)}{2}\right) < 2 \Leftrightarrow p(0) < 2 \Leftrightarrow a(-4) < 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a > -\frac{1}{2}. \text{ Logo } -\frac{1}{2} < a < 0.$$

Questão 50

Sendo P = (a, b) um ponto qualquer da circunferência de centro na origem e raio 1, que satisfaça $b > 0$ e $a \neq \pm b$, pode-se afirmar que

$$\log\left(\frac{b^3}{a^2 - b^2}\left(\frac{a^4}{b^4} - 1\right)\right) \text{ vale:}$$

a) 0 b) 1 c) –log b
d) log b e) 2 log b

alternativa C

A circunferência de centro na origem e raio 1 admite equação $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 1^2 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$. Logo, como P(a; b) pertence à circunferência, $a^2 + b^2 = 1$.
Assim, nas condições dadas,

$$\frac{b^3}{a^2 - b^2} \cdot \left(\frac{a^4}{b^4} - 1\right) = \frac{b^3}{a^2 - b^2} \cdot \frac{a^4 - b^4}{b^4} =$$

$$= \frac{b^3}{a^2 - b^2} \cdot \frac{(a^2 - b^2) \cdot (a^2 + b^2)}{b^4} =$$

$$= \frac{a^2 + b^2}{b} = \frac{1}{b} = b^{-1} \text{ e}$$

$$\log\left(\frac{b^3}{a^2 - b^2}\left(\frac{a^4}{b^4} - 1\right)\right) = \log b^{-1} =$$

$$= -\log b.$$

Questão 51

Uma progressão aritmética e uma progressão geométrica têm, ambas, o primeiro termo igual a 4, sendo que os seus terceiros termos são estritamente positivos e coincidem. Sabe-se ainda que o segundo termo da progressão aritmética excede o segundo termo da progressão geométrica em 2. Então, o terceiro termo das progressões é:

a) 10 b) 12 c) 14 d) 16 e) 18

alternativa D

Sejam 4, 4 + r e 4 + 2r os três primeiros termos da progressão aritmética, e 4, 4q e $4q^2$ os três primeiros da progressão geométrica, com $q \neq 0$. Temos

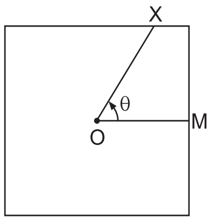
$$\left|\begin{array}{l} 4 + 2r = 4q^2 \\ 4 + r = 4q + 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} q^2 - 2q = 0 \\ r = 4q - 2 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow q = 2 \text{ e } r = 6.$$

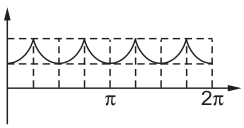
Assim o terceiro termo das progressões é $4 \cdot 2^2 = 16$.

Questão 52

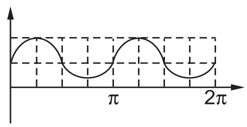
O quadrado ao lado tem O como centro e M como ponto médio de um de seus lados. Para cada ponto X pertencente aos lados do quadrado, seja θ o ângulo $M\hat{O}X$, medido em radianos, no sentido anti-horário. O gráfico que melhor representa a distância de O a X, em função de θ, é:



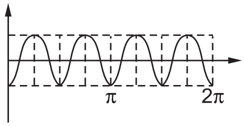
a)



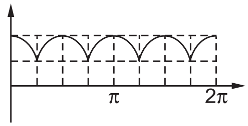
b)



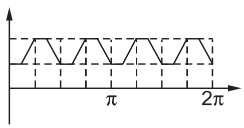
c)



d)

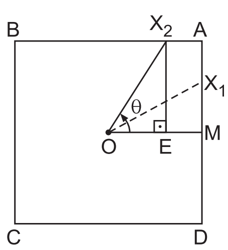


e)



alternativa A

Seja ABCD o quadrado da figura a seguir.



Seja $X_1 = X$ *para* $0 \le \theta \le \frac{\pi}{4}$ *ou* $\frac{7\pi}{4} \le \theta \le 2\pi$ *e* X_1 *o simétrico de X em relação a O para* $\frac{3\pi}{4} \le \theta \le \frac{5\pi}{4}$. *Temos que* $OX = OX_1$ *é a hipotenusa de um triângulo com catetos OM e* MX_1. *Assim* $\frac{OM}{OX_1} =$

$$= |\cos\theta| \Leftrightarrow OX = OX_1 = OM \cdot \left|\frac{1}{\cos\theta}\right| =$$

$$= OM \cdot |\sec\theta|.$$

Seja $X_2 = X$ *para* $\frac{\pi}{4} \le \theta \le \frac{3\pi}{4}$ *e* X_2 *o simétrico de X em relação a O para* $\frac{5\pi}{4} \le \theta \le \frac{7\pi}{4}$. *Temos que* $OX = OX_2$ *é a hipotenusa de um triângulo com catetos* X_2E *e OE. Assim* $\frac{X_2E}{OX_2} = |\text{sen}\theta| \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow OX = OX_2 = X_2E \cdot \left|\frac{1}{\text{sen}\theta}\right| = OM \cdot |\text{cosec}\theta|.$$

Portanto o gráfico que melhor representa a distância OX em função de θ *é o do item A.*

Questão 53

Se $\text{tg}\theta = 2$, então o valor de $\frac{\cos 2\theta}{1 + \text{sen } 2\theta}$ é:

a) -3 b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{3}{4}$

alternativa B

Temos

$$\frac{\cos 2\theta}{1 + \text{sen } 2\theta} = \frac{\cos^2\theta - \text{sen}^2\theta}{1 + 2\,\text{sen}\theta \cdot \cos\theta}.$$

Dividindo o numerador e o denominador dessa expressão por $\cos^2\theta$, *teremos* $\dfrac{1 - \text{tg}^2\theta}{\dfrac{1}{\cos^2\theta} + 2\,\text{tg}\theta} =$

$$= \frac{1 - \text{tg}^2\theta}{\sec^2\theta + 2\,\text{tg}\theta} = \frac{1 - \text{tg}^2\theta}{1 + \text{tg}^2\theta + 2\,\text{tg}\theta} =$$

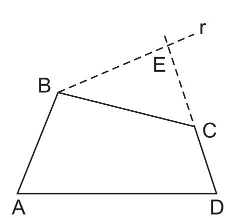
$$= \frac{(1 - \text{tg}\theta)(1 + \text{tg}\theta)}{(1 + \text{tg}\theta)^2} = \frac{1 - \text{tg}\theta}{1 + \text{tg}\theta}.$$

Como $\text{tg}\theta = 2$, *então*

$$\frac{\cos 2\theta}{1 + \text{sen } 2\theta} = \frac{1 - 2}{1 + 2} = -\frac{1}{3}.$$

Questão 54

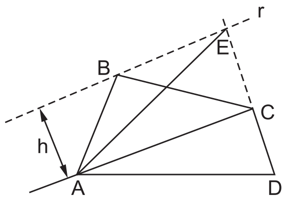
Na figura ao lado, a reta r é paralela ao segmento $\overline{AC}$, sendo E o ponto de intersecção de r com a reta determinada por D e C. Se as áreas dos triângulos ACE e ADC são 4 e 10, respectivamente, e a área do quadrilátero ABED é 21, então a área do triângulo BCE é:



a) 6 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

alternativa B

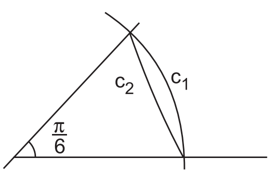
De acordo com a figura, temos que as áreas dos triângulos ACB e ACE são iguais, pois possuem mesma base ($\overline{AC}$) e mesma altura h ($\overline{AC}$ // r).



Como a área do quadrilátero ABED é igual à soma das áreas dos triângulos ADC, ACB e BCE, a área do triângulo BCE é igual a 21 – 4 – 10 = 7.

Questão 55

Numa circunferência, c_1 é o comprimento do arco de $\frac{\pi}{6}$ radianos e c_2 é o comprimento da secante determinada por este arco, como ilustrado na figura abaixo. Então, a razão c_1/c_2 é igual a $\frac{\pi}{6}$ multiplicado por:



a) 2
b) $\sqrt{1 + 2\sqrt{3}}$
c) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$
d) $\sqrt{2 + 2\sqrt{3}}$
e) $\sqrt{3 + \sqrt{3}}$

alternativa C

Seja r o raio da circunferência.

Temos $c_1 = \frac{\pi}{6} \cdot r.$

Pela lei dos co-senos

$$c_2^2 = r^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r \cdot \cos\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow c_2^2 = 2r^2 - \sqrt{3}r^2 \Leftrightarrow c_2 = r\sqrt{2 - \sqrt{3}}.$$

Assim,

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\frac{\pi r}{6}}{r\sqrt{2 - \sqrt{3}}} =$$

$$= \frac{\pi}{6} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} \cdot \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{\sqrt{2 + \sqrt{3}}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{c_1}{c_2} = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{\sqrt{4 - 3}} = \frac{\pi}{6}\sqrt{2 + \sqrt{3}}.$$

Logo $\frac{c_1}{c_2}$ *é igual a* $\frac{\pi}{6}$ *multiplicado por* $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

Questão 56

O polinômio $x^4 + x^2 - 2x + 6$ admite $1 + i$ como raiz, onde $i^2 = -1$. O número de raízes reais deste polinômio é:

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

alternativa A

Como os coeficientes do polinômio $x^4 + x^2 - 2x + 6$ são reais e $1 + i$ é raiz, $1 - i$ também é raiz. Assim, pelo dispositivo prático de divisão de Briot-Ruffini, temos

$1 + i$	1	0	1	–2	6
$1 - i$	1	$1 + i$	$1 + 2i$	$-3 + 3i$	0
	1	2	3	0	

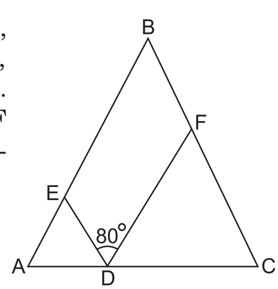
Então

$$x^4 + x^2 - 2x + 6 =$$
$$= (x - (1 + i)) \cdot (x - (1 - i)) \cdot (x^2 + 2x + 3).$$

Como $x^2 + 2x + 3$ não apresenta raízes reais, pois $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 < 0$, o polinômio dado não tem nenhuma raiz real.

Questão 57

Na figura ao lado, tem-se que AD = AE, CD = CF e BA = BC. Se o ângulo $E\hat{D}F$ mede 80^o, então o ângulo $A\hat{B}C$ mede:



a) 20^o b) 30^o
c) 50^o d) 60^o
e) 90^o

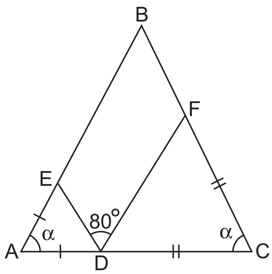
alternativa A

Como BA = BC, $m(B\hat{A}C) = m(B\hat{C}A) = \alpha \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow m(E\hat{A}D) = m(F\hat{C}D) = \alpha$. Assim, como os triângulos DAE e DCF também são isósceles,

$m(A\hat{D}E) = \frac{180^o - \alpha}{2} = m(C\hat{D}F)$ e, portanto,

$\frac{180^o - \alpha}{2} + 80^o + \frac{180^o - \alpha}{2} = 180^o \Leftrightarrow$

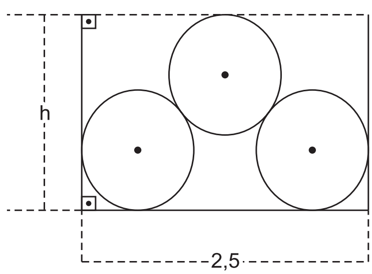
$\Leftrightarrow \alpha = 80^o$.



Conseqüentemente, $m(A\hat{B}C) = 180^o - 2\alpha = 20^o$.

Questão 58

Um lenhador empilhou 3 troncos de madeira num caminhão de largura 2,5m, conforme a figura abaixo. Cada tronco é um cilindro reto, cujo raio da base mede 0,5 m. Logo, a altura h, em metros, é:

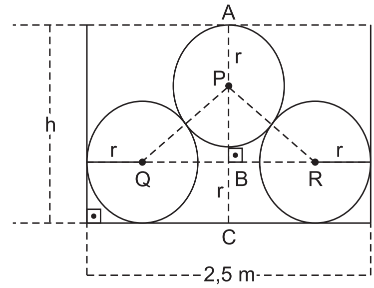


a) $\frac{1+\sqrt{7}}{2}$ b) $\frac{1+\sqrt{7}}{3}$ c) $\frac{1+\sqrt{7}}{4}$

d) $1+\frac{\sqrt{7}}{3}$ e) $1+\frac{\sqrt{7}}{4}$

alternativa E

Sejam P, Q e R os centros dos troncos de raio $r = 0,5$ *m, como na figura a seguir. Assim, o triângulo PQR é isósceles com* $QR = 2,5 - 2 \cdot 0,5 = 1,5$ *m e* $PQ = PR = 2 \cdot 0,5 = 1$ *m.*



Assim, sendo $\overline{PB}$ *uma altura do triângulo PQR, temos* $BR = \frac{1,5}{2} = \frac{3}{4}$ *m e, pelo teorema de Pitágoras,* $PB = \sqrt{1^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ *m.*

Portanto $h = AC = AP + PB + BC =$

$= 0,5 + \frac{\sqrt{7}}{4} + 0,5 = 1 + \frac{\sqrt{7}}{4}$ *m.*

Questão 59

Uma classe de Educação Física de um colégio é formada por dez estudantes, todos com alturas diferentes. As alturas dos estudantes, em ordem crescente, serão designadas por h_1, h_2, ..., h_{10} ($h_1 < h_2 < ... < h_9 < h_{10}$). O professor vai escolher cinco desses estudantes para participar de uma demonstração na qual eles se apresentarão alinhados, em ordem crescente de suas alturas. Dos $\binom{10}{5} = 252$ grupos que podem ser escolhidos, em quantos, o estudante, cuja altura é h_7, ocupará a posição central durante a demonstração?

a) 7 b) 10 c) 21 d) 45 e) 60

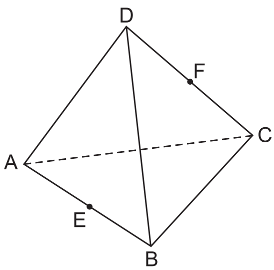
alternativa D

Para que o estudante cuja altura é h_7 *ocupe a posição central durante a demonstração, devem ser escolhidos dois estudantes dentre os de altura* h_1, h_2, ..., h_6 *e dois dentre os de altura* h_8, h_9, h_{10}. *Portanto ele ocupará a posição central em*

$\binom{6}{2} \cdot \binom{3}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot \frac{3 \cdot 2}{2} = 45$ *grupos.*

Questão 60

Na figura abaixo, ABCD é um tetraedro regular de lado a. Sejam E e F os pontos médios de $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, respectivamente. Então, o valor de EF é:



a) $\dfrac{a}{2}$

b) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

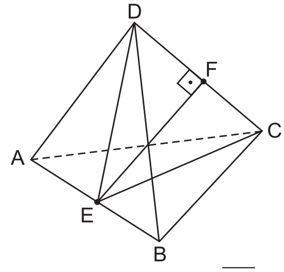
c) $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$

d) $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

e) $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

alternativa B

Como ΔABC e ΔABD são triângulos eqüiláteros de lado a e E é o ponto médio de $\overline{AB}$, então as suas alturas são, respectivamente, $\overline{EC}$ e $\overline{ED}$, com $EC = ED = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Logo ΔCED é isósceles de base $\overline{CD}$. Temos ainda que $CF = FD = \dfrac{a}{2}$ e, portanto, $\overline{EF}$ é altura do ΔCED e, assim, $EF^2 + FC^2 = CE^2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow EF^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow EF = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$