MATEMÁTICA

1

A diferença entre dois números inteiros positivos é 10. Ao multiplicar um pelo outro, um estudante cometeu um engano, tendo diminuído em 4 o algarismo das dezenas do produto. Para conferir seus cálculos, dividiu o resultado obtido pelo menor dos fatores, obtendo 39 como quociente e 22 como resto. Determine os dois números.

Resolução

*Se **a** e **b**, com a > b, forem os dois números naturais, então:*

$$\begin{cases} a - b = 10 \\ ab - 40 = b \cdot 39 + 22 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 10 \\ b^2 - 29b - 62 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 41 \\ b = 31 \end{cases}$$

Respostas: *31 e 41*

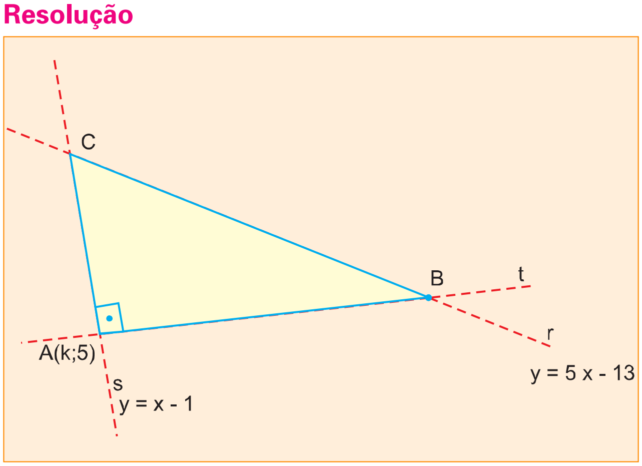
2

A hipotenusa de um triângulo retângulo está contida na reta r : y = 5x – 13, e um de seus catetos está contido na reta s : y = x – 1. Se o vértice onde está o ângulo reto é um ponto da forma (k, 5) sobre a reta s, determine

a) todos os vértices do triângulo;

b) a área do triângulo.

Resolução



a) I) $A(k; 5) \in \mathbf{s} \Leftrightarrow 5 = k - 1 \Leftrightarrow k = 6$

Então: $A(6; 5)$

$$\text{II)} \begin{cases} (r)\ \ y = 5x - 13 \\ (s)\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \text{ e } y = 2 \Leftrightarrow C(3; 2)$$

$$\text{III)} \begin{cases} m_s = 1 \\ t \perp s \end{cases} \Rightarrow m_t = -1$$

$$\text{IV)} \begin{cases} A(6; 5) \in t \\ m_t = -1 \end{cases} \Rightarrow y - 5 = -1(x - 6) \Rightarrow y = -x + 11$$

$$\text{V)} \begin{cases} (t)\ \ y = -x + 11 \\ (r)\ y = 5x - 13 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4 \text{ e } y = 7 \Leftrightarrow B(4;7)$$

$$\text{b) } A_{\Delta ABC} = \frac{\left\| \begin{matrix} 6 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 7 & 1 \end{matrix} \right\|}{2} = \frac{|-12|}{2} = \frac{12}{2} = 6u.a.$$

Respostas: *a) A(6; 5) B(4;7) C(3; 2)*

b) $A_{\Delta ABC} = 6u.a.$

3

a) Calcule cos 3θ em função de sen θ e de cos θ.

b) Calcule sen 3θ em função de sen θ e de cos θ.

c) Para $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, resolva a equação:

$$\text{sen}^2\theta + \frac{1}{2}\cos\theta + 1 = \frac{\text{sen } 3\theta}{\text{sen } \theta} - \frac{\cos 3\theta}{\cos\theta}.$$

Resolução

$$\text{a) } \cos(3\theta) = \cos(2\theta + \theta) =$$
$$= \cos(2\theta) \cdot \cos\theta - \text{sen}(2\theta) \cdot \text{sen}\,\theta =$$
$$= (2\cos^2\theta - 1) \cdot \cos\theta - 2\,\text{sen}\,\theta \cdot \cos\theta \cdot \text{sen}\,\theta =$$
$$= 2\cos^3\theta - \cos\theta - 2\,\text{sen}^2\theta \cdot \cos\theta =$$
$$= \cos\theta \cdot (2\cos^2\theta - 2\,\text{sen}^2\theta - 1)$$

$$\text{b) } \text{sen}(3\theta) = \text{sen}(2\theta + \theta) =$$
$$= \text{sen}(2\theta) \cdot \cos\theta + \cos(2\theta) \cdot \text{sen}\,\theta =$$
$$= 2\,\text{sen}\theta \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta + (1 - 2\,\text{sen}^2\theta) \cdot \text{sen}\theta =$$
$$= 2\,\text{sen}\theta \cdot \cos^2\theta + \text{sen}\theta - 2\,\text{sen}^3\theta =$$
$$= \text{sen}\theta \cdot (2\cos^2\theta - 2\,\text{sen}^2\theta + 1)$$

c) Para $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, temos:

$$\text{sen}^2\theta + \frac{1}{2} \cdot \cos\theta + 1 = \frac{\text{sen}(3\theta)}{\text{sen}\theta} - \frac{\cos(3\theta)}{\cos\theta} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{sen}^2\theta + \frac{1}{2} \cdot \cos\theta + 1 =$$

$$= \frac{\text{sen}\theta \cdot (2\cos^2\theta - 2\,\text{sen}^2\theta + 1)}{\text{sen}\theta} -$$

$$- \frac{\cos\theta \cdot (2\cos^2\theta - 2\,\text{sen}^2\theta - 1)}{\cos\theta} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 - cos^2\theta + \frac{1}{2} \,.\, cos\ \theta + 1 =$$

$$= 2\ cos^2\theta - 2\ sen^2\theta + 1 - 2\ cos^2\theta + 2\ sen^2\theta + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow cos^2\theta - \frac{1}{2} \,.\, cos\ \theta = 0 \Leftrightarrow cos\theta \,.\, (cos\theta - \frac{1}{2}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow cos\theta = \frac{1}{2},\ pois\ \ cos\theta \neq 0$$

Portanto: $\theta = \dfrac{\pi}{3}$

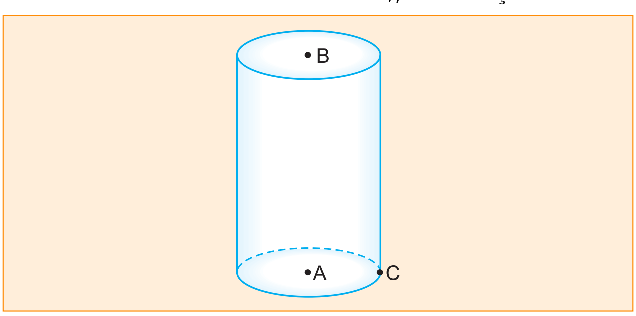
Respostas: *a)* $cos(3\theta) = cos\,\theta \,.\, (2\ cos^2\theta - 2\ sen^2\theta - 1)$

b) $sen(3\theta) = sen\theta \,.\, (2\ cos^2\theta - 2\ sen^2\theta + 1)$

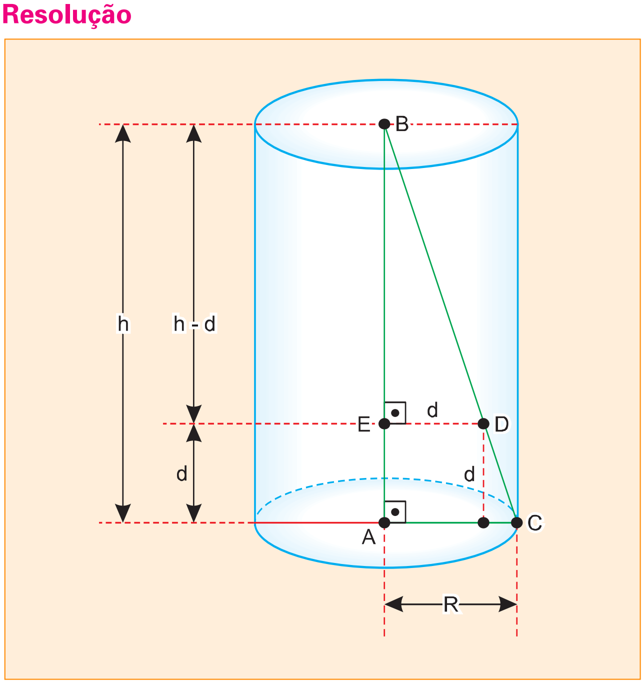
c) $\dfrac{\pi}{3}$

4

Na figura abaixo, tem-se um cilindro circular reto, onde A e B são os centros das bases e C é um ponto da intersecção da superfície lateral com a base inferior do cilindro. Se D é o ponto do segmento $\overline{BC}$, cujas distâncias a $\overline{AC}$ e $\overline{AB}$ são ambas iguais a *d*, obtenha a razão entre o volume do cilindro e sua área total (área lateral somada com as áreas das bases), em função de *d*.



Resolução



Da semelhança dos triângulos ABC e EBD retângulos tem-se

$$\frac{AB}{AC} = \frac{EB}{ED} \Rightarrow \frac{h}{R} = \frac{h-d}{d} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{R\ h}{h + R} = d$$

A razão entre o volume V do cilindro e sua área total A_t *é*

$$\frac{V}{A_t} = \frac{\pi\ R^2\ h}{2\ \pi\ R\ h + 2\ \pi\ R^2} = \frac{1}{2} \,.\, \frac{R\ h}{h + R} = \frac{d}{2}$$

Resposta: $\dfrac{d}{2}$

5

Considere dois números reais λ e μ tais que $\lambda \neq -1$, $\mu \neq 1$ e $\lambda\,\mu \neq 0$.

a) Determine uma relação entre λ e μ, para que as equações polinomiais $\lambda x^3 - \mu x^2 - x - (\lambda + 1) = 0$ e $\lambda x^2 - x - (\lambda + 1) = 0$ possuam uma raiz comum.

b) Nesse caso, determine a raiz comum.

Resolução

a) Se $\lambda \neq -1$, $\mu \neq 1$ *e* $\lambda \,.\, \mu \neq 0$, *então as equações polinomiais possuem raiz comum, que é a raiz do sistema determinado pelas duas equações:*

$$\begin{cases} \lambda\ x^3 - \mu\ x^2 - x - (\lambda + 1) = 0 & (I) \\ \lambda\ x^2 - x - (\lambda + 1) = 0 & (II) \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\lambda\ x^3 + \mu\ x^2 + x + (\lambda + 1) = 0 \\ \lambda\ x^2 - x - (\lambda + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\lambda\ x^3 + (\lambda + \mu)\ x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \,.\, \left[-\lambda\ x + (\lambda + \mu)\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0\ \ ou\ \ x = \frac{\lambda + \mu}{\lambda}$$

Para $x = 0$, *resulta* $\lambda = -1$ *e portanto não serve, de acordo com o enunciado.*

Para $x = \dfrac{\lambda + \mu}{\lambda}$, *temos em (II):*

$$\lambda \,.\, \left(\frac{\lambda + \mu}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{\lambda + \mu}{\lambda}\right) - (\lambda + 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{\lambda^2 + 2\lambda\mu + \mu^2}{\lambda} - \frac{\lambda + \mu}{\lambda} - \lambda - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\ \lambda\ \mu - 2\ \lambda + \mu^2 - \mu = 0,\ \ pois\ \lambda \neq 0 \ \ \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2\ \lambda + \mu) \,.\, (\mu - 1) = 0 \ \ \Leftrightarrow \ \ 2\ \lambda + \mu = 0,\ pois\ \mu \neq 1.$$

b) Para $2\lambda + \mu = 0$ *temos* $\mu = -2\ \lambda$.

Assim a raiz comum

$$x = \frac{\lambda + \mu}{\lambda}\ \ será\ \ x = \frac{\lambda + (-2\ \lambda)}{\lambda} = -1$$

Respostas: *a)* $\mu + 2\ \lambda = 0$ *b)* $x = -1$

6

No plano complexo, cada ponto representa um número complexo. Nesse plano, considere o hexágono regular, com centro na origem, tendo *i*, a unidade imaginária, como um de seus vértices.

a) Determine os vértices do hexágono.

b) Determine os coeficientes de um polinômio de grau 6, cujas raízes sejam os vértices do hexágono.

Resolução

a) O hexágono regular é o da figura seguinte, cujos vértices A, B, C, D, E e F são, respectivamente, os afixos dos números:

$$\cos 30° + i \operatorname{sen} 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i$$

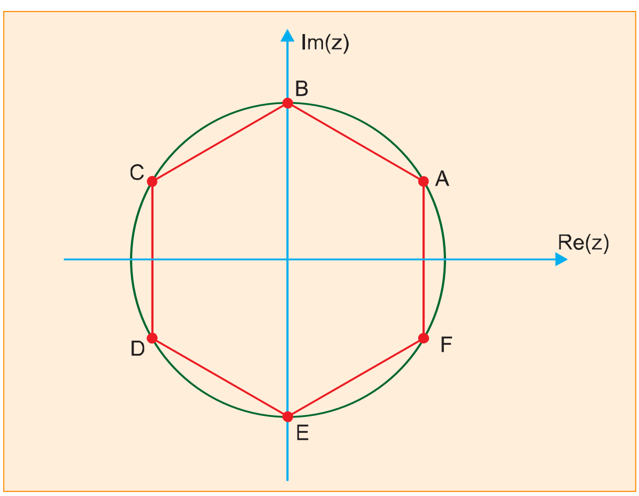
$$\cos 90° + i \operatorname{sen} 90° = 0 + i = i$$

$$\cos 150° + i \operatorname{sen} 150° = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i$$

$$\cos 210° + i \operatorname{sen} 210° = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i$$

$$\cos 270° + i \operatorname{sen} 270° = 0 - i = -i$$

$$\cos 330° + i \operatorname{sen} 330° = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i$$



b) Esses números são as raízes sextas de – 1 e, portanto um polinômio de grau 6, cujas raízes sejam os vértices desse hexágono, é $x^6 + 1$ *ou seja* $1 \cdot x^6 + 0 \cdot x^5 + 0 \cdot x^4 + 0 \cdot x^3 + 0 \cdot x^2 + 0 \cdot x + 1$

Respostas: *a) Os vértices do hexágono são os afixos dos números complexos:*

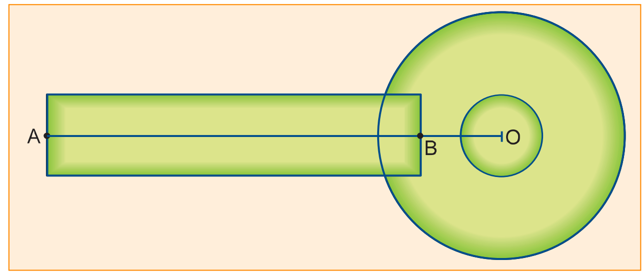
$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i;\ i;\ -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} i;$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i;\ -i;\ \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} i$$

b) 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1

7

Um agricultor irriga uma de suas plantações utilizando duas máquinas de irrigação. A primeira irriga uma região retangular, de base 100m e altura 20m, e a segunda irriga uma região compreendida entre duas circunferências de centro O, e de raios 10m e 30m. A posição relativa dessas duas regiões é dada na figura,



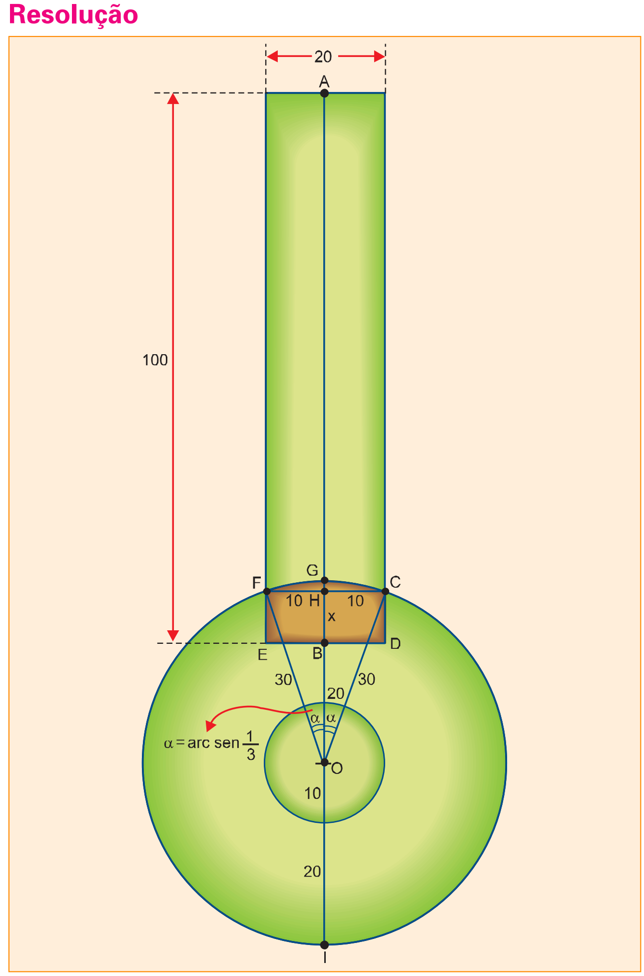
onde A e B são os pontos médios das alturas do retângulo. Sabendo-se ainda que os pontos A, B e O estão alinhados e que BO = 20m, determine

a) a área da intersecção das regiões irrigadas pelas máquinas;

b) a área total irrigada.

Utilize as seguintes aproximações: $\sqrt{2} = 1{,}41$, $\pi = 3{,}14$ e $\operatorname{arc\,sen} \frac{1}{3} = 0{,}340\text{rad}$.

Resolução



I) Cálculo da base x, em metros, do retângulo FEDC

$GH \cdot HI = CH \cdot HF \Leftrightarrow (10 - x)(50 + x) = 10 \cdot 10 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -x^2 - 40x + 500 = 100 \Leftrightarrow x^2 + 40x - 400 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-40 + 40\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow x = 20(\sqrt{2} - 1) \Leftrightarrow x = 8{,}2$$

II) Cálculo da área S_1, em metros quadrados, do retângulo FEDC

$$S_1 = x \cdot 20 = 8{,}2 \cdot 20 = 164$$

III) Cálculo da área S_2, em metros quadrados, do triângulo FOC

$$S_2 = \frac{CF \cdot HO}{2} = \frac{20 \cdot (20 + x)}{2} =$$

$$= 200 + 10x = 200 + 82 = 282$$

IV) Cálculo da área S_3, em metros quadrados, do segmento circular limitado pelo arco CGF e pela corda CF.

$$S_3 = \frac{2.\text{arc sen}\,\frac{1}{3}}{2\pi} \cdot \pi \cdot 30^2 - S_2 =$$

$$= 0{,}34 \cdot 900 - 282 = 306 - 282 = 24$$

Assim:

a) A área S_i, em metros quadrados, da intersecção das regiões irrigadas é dada por:

$$S_i = S_1 + S_3 = 164 + 24 = 188$$

b) A área total S_t, em metros quadrados, da região plana irrigada é dada por:

$$S_t = 100 \cdot 20 + \pi\,(30^2 - 10^2) - S_i =$$
$$= 2\,000 + 2\,512 - 188 = 4\,324$$

Respostas: *a) $188m^2$* *b) $4324m^2$*

8

Um dado, cujas faces estão numeradas de um a seis, é dito *perfeito* se cada uma das seis faces tem probabilidade 1/6 de ocorrer em um lançamento. Considere o experimento que consiste em três lançamentos independentes de um dado perfeito. Calcule a probabilidade de que o produto desses três números seja

a) par;

b) múltiplo de 10.

Resolução

*a) Se **p** for a probabilidade do produto dos três números ser **ímpar** então **1 – p** será a probabilidade desse produto ser **par**. Logo:*

$$p = \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{8} \text{ e } 1 - p = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

b) 1) A probabilidade de se obter uma face 5 e duas faces pares é

$$3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{8}$$

2) A probabilidade de se obter uma face 5, uma par e uma ímpar diferente de 5 é

$$6 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$

3) A probabilidade de se obter uma face par e duas vezes a face 5 é

$$3 \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

4) A probabilidade de se obter um produto múltiplo de 10 é, portanto, igual a

$$\frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} = \frac{1}{3}.$$

Respostas: *a) $\frac{7}{8}$* *b) $\frac{1}{3}$*

9

Dado um número real *a*, considere o seguinte problema:

"Achar números reais $x_1, x_2, \ldots, x_6$, **não todos nulos**, que satisfaçam o sistema linear:

$(r - 2)(r - 3)\,x_{r-1} + \big((r - 1)(r - 3)(r - 4)(r - 6)\,a + (-1)^r\big)\,x_r + (r - 3)\,x_{r+1} = 0$, para $r = 1, 2, \ldots, 6$, onde $x_0 = x_7 = 0$".

a) Escreva o sistema linear acima em forma matricial.

b) Para que valores de *a* o problema acima tem solução?

c) Existe, para algum valor de *a*, uma solução do problema com $x_1 = 1$? Se existir, determine tal solução.

Resolução

$$(r - 2)(r - 3)x_{r-1} + ((r - 1)(r - 3)(r - 4)(r - 6)a + (-1)^r)x_r + (r - 3)x_{r+1} = 0$$

1) $r = 1 \Rightarrow (-1)(-2)x_0 + \big(0 \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-5)a + (-1)^1\big)x_1 + (-2)x_2 = 0$

2) $r = 2 \Rightarrow 0 \cdot (-1)x_1 + \big(1 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot (-4)a + (-1)^2\big)x_2 + (-1)x_3 = 0$

3) $r = 3 \Rightarrow (-1) \cdot 0 \cdot x_2 +$

$$+ \left(2 \cdot 0 \cdot (-1) \cdot (-3) \cdot a + (-1)^3\right) x_3 + 0 \cdot x_4 = 0$$

4) $r = 4 \Rightarrow (2) \cdot (1) \cdot x_3 +$

$$+ \left(3 \cdot 1 \cdot 0 \cdot (-2) \cdot a + (-1)^4\right) x_4 + 1 \cdot x_5 = 0$$

5) $r = 5 \Rightarrow (3) \cdot 2 \cdot x_4 +$

$$+ \left(4 \cdot 2 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot a + (-1)^5\right) x_5 + 2 \cdot x_6 = 0$$

6) $r = 6 \Rightarrow 4 \cdot 3 \cdot x_5 +$

$$+ \left(5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 0 \cdot a + (-1)^6\right) x_6 + 3 \cdot x_7 = 0$$

7) Para $x_0 = x_7 = 0$ tem-se:

$$\begin{cases} -1x_1 - 2x_2 = 0 \\ (-8a+1)x_2 - x_3 = 0 \\ -x_3 = 0 \\ 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 6x_4 + (-8a-1)x_5 + 2x_6 = 0 \\ 12x_5 + x_6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-8a+1) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -8a-1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

8) O sistema linear acima é sempre possível e admite a solução trivial $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = 0$.
Para que existam $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$, não todos nulos, o determinante da matriz dos coeficientes deve ser zero.

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-8a+1) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -8a-1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-1) \begin{vmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-8a+1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -8a-1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 12 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-1) \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} -8a+1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & -8a-1 & 2 \\ 0 & 0 & 12 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-8a+1) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 6 & -8a-1 & 2 \\ 0 & 12 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-8a+1) \cdot (-8a-31) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8} \text{ ou } a = -\frac{31}{8}$$

9) Para $x_1 = 1$ e $x_0 = x_7 = 0$, o sistema é:

$$\begin{cases} -1 - 2x_2 = 0 \\ (-8a+1)x_2 - x_3 = 0 \\ -x_3 = 0 \\ -2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 6x_4 + (-8a-1)x_5 + 2x_6 = 0 \\ 12x_5 + x_6 = 0 \end{cases}$$

Este sistema terá solução se $a = \frac{1}{8}$ pois para $x_1 = 1$ e $x_3 = 0$ tem-se $x_2 = -\frac{1}{2}$ e $(-8a+1)\,x_2 - x_3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$. A solução será

$x_1 = 1$, $x_2 = -\frac{1}{2}$, $x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = 0$

Respostas:
a) O sistema é

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-8a+1) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & -8a-1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

b) O problema tem solução para $a = \frac{1}{8}$ ou $a = -\frac{31}{8}$

c) Para $a = \frac{1}{8}$ a solução do problema é

$x_1 = 1$, $x_2 = -\frac{1}{2}$, $x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = 0$

10

São dados os pontos A e B e um segmento contendo os pontos G, H e I. Sabe-se que A e B pertencem, respectivamente, às diagonais $\overline{CE}$ e $\overline{DF}$ de um quadrado CDEF, cujo centro é O. A distância de A a O é igual a GH e a medida do lado do quadrado é igual a GI. Construa, usando régua e compasso, um quadrado CDEF, satisfazendo as condições acima. Descreva e justifique as construções utilizadas.

Resolução

Justificativa da contrução

1) *O centro O do quadrado CDEF pertence à circunferência de diâmetro $\overline{AB}$ pois $A\hat{O}B = 90°$.*

2) *O centro O pertence à circunferência de centro A e raio AO = GH.*

3) *Os vértices do quadrado pertencem à circunferência de centro O e raio igual à metade da diagonal do quadrado e são tais que $\{C; E\} \subset \overleftrightarrow{OA}$ e $\{D; F\} \subset \overleftrightarrow{OB}$.*

Construção

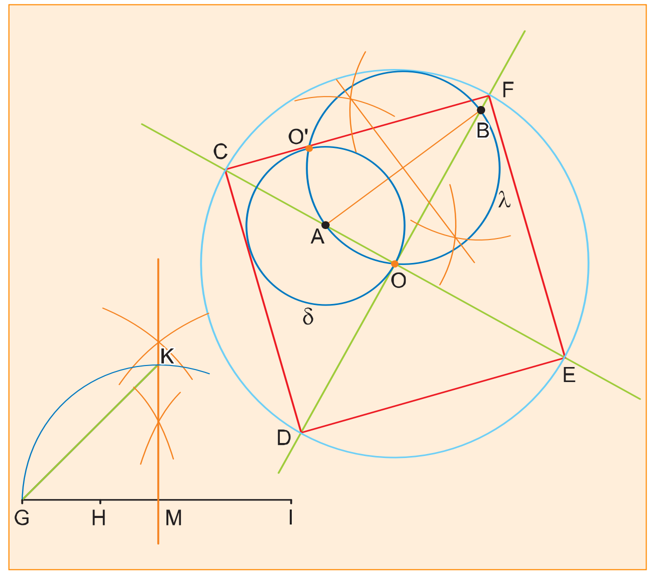
1) *Traça-se a mediatriz de $\overline{GI}$ obtendo-se M. Sobre esta mediatriz marca-se o ponto K tal que MK = MG. A medida de $\overline{GK}$ é a metade da medida da diagonal do quadrado.*

2) *Constroi-se a circunferência λ de diâmetro $\overline{AB}$.*

3) *Constroi-se a circunferência δ de centro A e raio GH. Na intersecção de λ com δ obtêm-se os pontos "O" possíveis.*

4) *Desenha-se a circunferência de centro O e raio GK que intercepta a reta $\overleftrightarrow{OA}$ em C e E e a reta $\overleftrightarrow{OB}$ em D e F.*

5) *Para cada ponto O o problema apresenta uma solução. A figura seguinte mostra uma destas soluções.*



COMENTÁRIO

Com questões enunciadas precisamente, a prova de Matemática da FUVEST exigiu determinação, conhecimento e traquejo algébrico do candidato. Nem sempre o espaço reservado para a resolução era suficiente para escrever todas as passagens matemáticas.