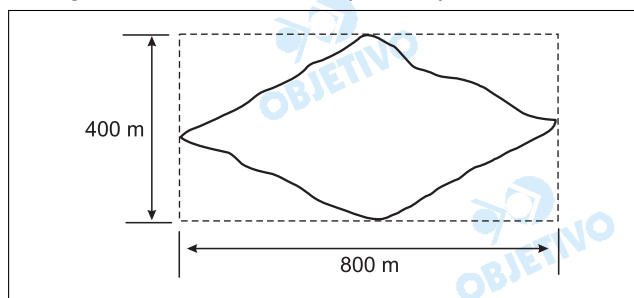


# MATEMÁTICA

**37 d**

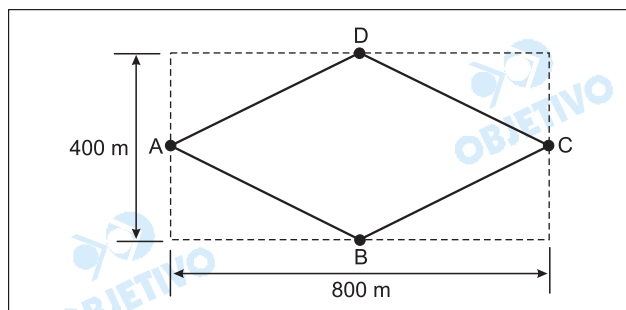
Em certa região árida prevê-se construir um açude, cuja superfície tem aproximadamente a forma de um losango, conforme a vista superior apresentada.



A capacidade do açude em litros pode ser estimada multiplicando-se a área de sua superfície pela profundidade, lembrando que  $1\text{m}^3$  corresponde a  $10^3$  litros. Se a profundidade média do açude é  $2\text{m}$  e ele estiver completamente cheio, aproximadamente quantas famílias com consumo mensal de  $2 \times 10^4$  litros de água cada uma poderiam ser atendidas em um mês? A resposta correta é

- a) 640                      b) 1 600                      c) 6 400  
d) 16 000                      e) 64 000

**Resolução**



A área  $S$  da superfície do açude é tal que

$$S = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{800 \cdot 400}{2} = 160\,000\text{m}^2$$

A capacidade  $V$  do açude é tal que

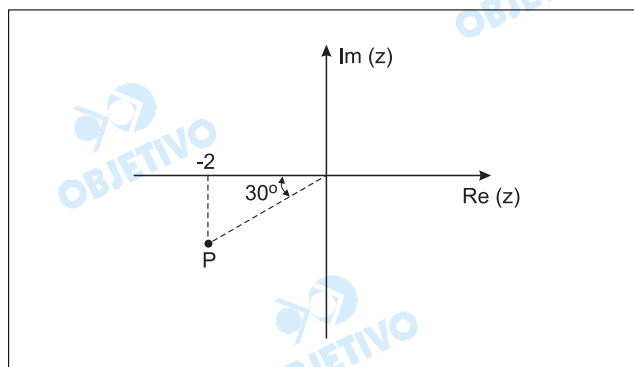
$$V = 160\,000\text{m}^2 \cdot 2\text{m} = 320\,000\text{m}^3 = 32 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \ell \Rightarrow \\ \Rightarrow V = 32 \cdot 10^7 \ell$$

O número  $n$  de famílias atendidas é tal que

$$n = \frac{V}{2 \cdot 10^4 \ell} = \frac{32 \cdot 10^7 \ell}{2 \cdot 10^4 \ell} = 16 \cdot 10^3 = 16\,000$$

**38 d**

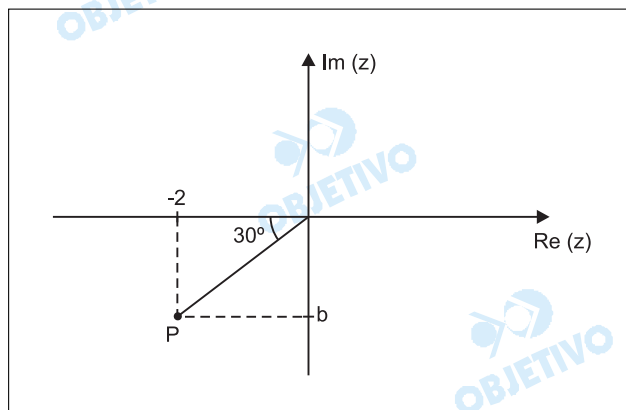
Na figura abaixo tem-se o ponto  $P$ , afixo do número complexo  $z$ , no plano de Argand-Gauss.



Se  $\bar{z}$  é o complexo conjugado de  $z$ , então

- a)  $z = -2 + 2\sqrt{3}i$       b)  $\bar{z} = -2 + 2\sqrt{3}i$   
 c)  $z = -2 + \sqrt{3}i$       d)  $\bar{z} = -2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}i$   
 e)  $z = -2 + \frac{\sqrt{3}}{3}i$

### Resolução



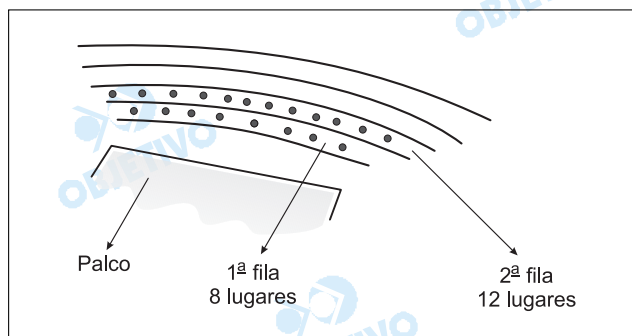
$$1) \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{|b|}{|-2|} \Rightarrow |b| = \frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = -\frac{2\sqrt{3}}{3}, \text{ pois } b < 0$$

$$2) z = -2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}i \Rightarrow \bar{z} = -2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}i$$

**39 c**

Um auditório foi construído de acordo com o esquema abaixo:



A platéia tem 18 filas de assentos e cada fila tem 4 lugares a mais que a anterior.

Se forem convidadas 800 pessoas para assistir a um evento e todas comparecerem,

- ficarão vagos 140 lugares.
- ficarão vagos 64 lugares.
- faltarão 44 lugares.
- faltarão 120 lugares.
- não sobrarão nem faltarão lugares.

#### Resolução

1) O décimo oitavo termo da progressão aritmética (8; 12; 16; ...), de razão 4, é  $a_{18} = 8 + 17 \cdot 4 = 76$ .

2) A soma dos 18 primeiros termos da progressão é

$$S_{18} = \frac{8 + 76}{2} \cdot 18 = 756$$

3) O auditório tem capacidade para acomodar 756 pessoas e, portanto, faltarão  $(800 - 756)$  lugares, ou seja, 44 lugares.

#### 40 e

Uma das raízes da equação  $x^3 + 3x^2 + 2x - 120 = 0$  é um número inteiro positivo menor do que 5. Outra das raízes é

- $\frac{71}{13}$
- $\frac{\sqrt{71}}{13}$
- $-\frac{7i}{13}$
- $\frac{-7 - \sqrt{71}}{2}$
- $\frac{-7 - i\sqrt{71}}{2}$

#### Resolução

De acordo com o enunciado, verificamos, por substituição, que 4 é raiz da equação.

Na divisão do polinômio  $P(x) = x^3 + 3x^2 + 2x - 120$  por  $x - 4$ , o quociente é  $x^2 + 7x + 30$  e o resto é nulo.

|   |   |    |      |  |   |
|---|---|----|------|--|---|
| 1 | 3 | 2  | -120 |  | 4 |
| 1 | 7 | 30 | 0    |  |   |

Portanto,  $P(x) = (x - 4)(x^2 + 7x + 30)$

$$P(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = \frac{-7 \pm i\sqrt{71}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V = \left\{ 4; \frac{-7 + i\sqrt{71}}{2}; \frac{-7 - i\sqrt{71}}{2} \right\}$$

**41 b**

Com uma letra **A**, uma letra **C**, uma letra **E**, uma letra **F** e uma letra **T**, é possível formar  $5! = 120$  “palavras” distintas (anagramas, com ou sem sentido).

Colocando-se essas “palavras” em ordem alfabética, a posição ocupada pela palavra FATEC será a

- a) 77<sup>a</sup>   b) 78<sup>a</sup>   c) 80<sup>a</sup>   d) 88<sup>a</sup>   e) 96<sup>a</sup>

**Resolução**

Na lista das 120 palavras escritas em ordem alfabética, antes da palavra FATEC estão as “palavras” que se iniciam por A, C, E, FAC, FAE e FATC.

Assim sendo, tem-se:

1) iniciando-se com A, C ou E, existem 3 .  $P_4 = 72$  “palavras”.

2) iniciando-se com FAC ou FAE, existem 2 .  $P_2 = 4$  “palavras”.

3) iniciando-se com FATC, existe apenas uma “palavra”.

Desta forma, existem  $72 + 4 + 1 = 77$  “palavras” antecedendo a “palavra” FATEC e, portanto, FATEC é a 78<sup>a</sup> “palavra”.

**42 d**

Um engenheiro, estudando a resistência de uma viga de certo material, obteve os seguintes dados:

| Peso (em N) | Deformação<br>(no ponto médio, em mm) |
|-------------|---------------------------------------|
| 0           | 0                                     |
| 6           | 9                                     |
| 18          | 45                                    |

O engenheiro suspeita que a deformação **D** pode ser dada em função do peso **x** por uma expressão do tipo  $D(x) = ax^2 + bx + c$ . Usando os dados da tabela, ele escreve um sistema de equações lineares e determina os valores dos coeficientes **a**, **b**, **c**. O valor de **a** é

- a) 9   b) 3   c)  $\frac{1}{3}$    d)  $\frac{1}{12}$    e)  $\frac{1}{36}$

**Resolução**

A deformação **D** pode ser calculada em função do peso **x** por uma expressão do tipo  $D(x) = ax^2 + bx + c$ .

Pelos dados da tabela, temos:

$$\begin{cases} D(0) = 0 \\ D(6) = 9 \\ D(18) = 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 0 \\ a \cdot 6^2 + b \cdot 6 + c = 9 \\ a \cdot 18^2 + b \cdot 18 + c = 45 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 36a + 6b = 9 \\ 324a + 18b = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 108a + 18b = 27 \\ 324a + 18b = 45 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 108a + 18b = 27 \\ 216a = 18 \Rightarrow a = \frac{18}{216} \Leftrightarrow a = \frac{1}{12} \end{cases}$$

**43 c**

Seja **r** a reta que passa pelos pontos (3,2) e (5,1). A reta **s** é a simétrica de **r** em relação à reta de equação  $y = 3$ . A equação de **s** é

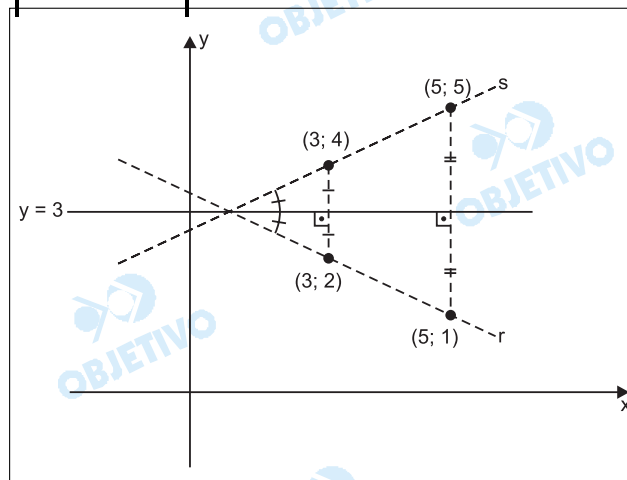
- a)  $x + 2y - 7 = 0$       b)  $x + 2y - 5 = 0$   
c)  $x - 2y + 5 = 0$       d)  $x - 2y - 11 = 0$   
e)  $2x - y + 5 = 0$

**Resolução**

A reta **s**, simétrica de **r** em relação à reta de equação  $y = 3$ , passa pelos pontos (3; 4) e (5; 5).

A equação da reta **s** é:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 5 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 5 = 0$$



**44 a**

Um pai dividiu a quantia de R\$ 750,00 entre seus três filhos. A quantia recebida por Carlos correspondeu a

$$\frac{10}{7} \text{ da recebida por André e esta correspondeu a } \frac{7}{8}$$

da recebida por Bruno. É verdade que

- a) Carlos recebeu R\$ 60,00 a mais que Bruno.  
b) André recebeu R\$ 100,00 a menos que Carlos.  
c) Bruno recebeu R\$ 70,00 a menos que Carlos.  
d) Carlos recebeu R\$ 100,00 a mais que André.  
e) André recebeu R\$ 40,00 a menos que Bruno.

**Resolução**

Sendo **a**, **b** e **c** as quantias recebidas, respectivamente, por André, Bruno e Carlos, temos:

$$\begin{cases} c = \frac{10}{7} a \\ a = \frac{7}{8} b \\ a + b + c = 750 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 210 \\ b = 240 \\ c = 300 \end{cases}$$

Portanto, Carlos recebeu R\$ 60,00 a mais que Bruno.

#### 45 b

No início de uma temporada de calor, já havia em certo lago uma formação de algas. Observações anteriores indicam que, persistindo o calor, a área ocupada pelas algas cresce 5% a cada dia, em relação à área do dia anterior.

Nessas condições, se, em certo dia denominado dia zero, as algas ocupam 1000 m<sup>2</sup>, aproximadamente em quantos dias elas cobririam toda a superfície de 16 000 m<sup>2</sup> do lago?

(Use em seus cálculos:  $\log 1,05 = 0,02$  e  $\log 2 = 0,30$ .)

a) 20    b) 60    c) 80    d) 100    e) 120

#### Resolução

A partir do enunciado, temos:

dia "zero": 1000m<sup>2</sup>

dia "um": 1000 . 1,05m<sup>2</sup>

dia "dois": 1000 . (1,05)<sup>2</sup>m<sup>2</sup>

⋮

dia "n": 1000 . (1,05)<sup>n</sup> m<sup>2</sup> = 16.000m<sup>2</sup>

Então: 1000 . (1,05)<sup>n</sup> = 16.000  $\Leftrightarrow$  (1,05)<sup>n</sup> = 16  $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \log (1,05)^n = \log 16 \Leftrightarrow n \cdot \log (1,05) = \log 2^4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n = \frac{4 \cdot \log 2}{\log 1,05} \Leftrightarrow n = \frac{4 \cdot 0,30}{0,02} \Leftrightarrow n = 60$

Portanto, em 60 dias, as algas cobririam toda a superfície de 16 000 m<sup>2</sup> do lago.

#### 46 e

Sobre as sentenças

I.  $\sin 40^\circ < \sin 50^\circ$

II.  $\cos 190^\circ > \cos 200^\circ$

III.  $\operatorname{tg} 60^\circ = \operatorname{tg} 240^\circ$

é correto afirmar que somente

a) I é verdadeira.

b) II é verdadeira.

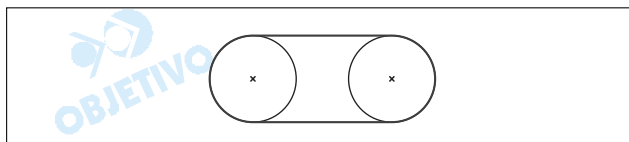
- c) III é verdadeira. d) I e II são verdadeiras.  
e) I e III são verdadeiras.

### Resolução

- I)  $\sin 40^\circ < \sin 50^\circ$  (**verdadeira**)  
No 1º quadrante, a função seno é estritamente crescente, portanto  $40^\circ < 50^\circ \Rightarrow \sin 40^\circ < \sin 50^\circ$
- II)  $\cos 190^\circ > \cos 200^\circ$  (**falsa**)  
No 3º quadrante, a função cosseno é estritamente crescente, portanto  
 $190^\circ < 200^\circ \Rightarrow \cos 190^\circ < \cos 200^\circ$
- III)  $\tan 60^\circ = \tan 240^\circ$  (**verdadeira**)  
 $\tan 240^\circ = \tan (60^\circ + 180^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

## 47 a

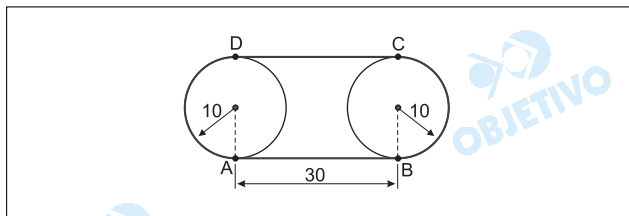
Em um motor há duas polias ligadas por uma correia, de acordo com o esquema abaixo.



Se cada polia tem raio de 10 cm e a distância entre seus centros é 30 cm, qual das medidas abaixo mais se aproxima do comprimento da correia?

- a) 122,8 cm      b) 102,4 cm      c) 92,8 cm  
d) 50 cm      e) 32,4 cm

### Resolução



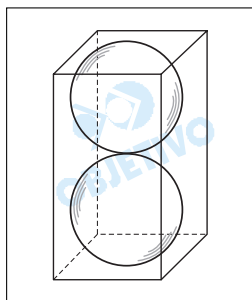
De acordo com o enunciado, o comprimento da correia, em centímetros, é:

$$\widehat{AD} + AB + \widehat{BC} + CD = \pi \cdot 10 + 30 + \pi \cdot 10 + 30 =$$

$$= 60 + 20\pi \approx 122,8$$

## 48 b

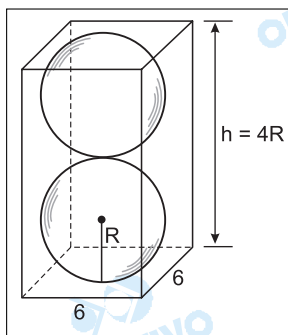
Duas esferas maciças iguais e tangentes entre si estão inscritas em um paralelepípedo reto-retângulo, como mostra a figura abaixo. Observe que cada esfera tangencia as quatro faces laterais e uma das bases do paralelepípedo.



O espaço entre as esferas e o paralelepípedo está preenchido com um líquido. Se a aresta da base do paralelepípedo mede 6 cm, o volume do líquido nele contido, em litros, é aproximadamente igual a

- a) 0,144    b) 0,206    c) 1,44  
d) 2,06    e) 20,6

### Resolução



Sejam  $R$  e  $h$ , respectivamente, as medidas, em centímetros, do raio da esfera e da altura do paralelepípedo.

Assim,

$$a) R = \frac{6}{2} = 3$$

$$b) h = 4R = 4 \cdot 3 = 12$$

Seja  $V_L$  o volume do líquido,  $V_P$  o volume do paralelepípedo e  $V_E$  o volume da esfera, em centímetros cúbicos, temos:

$$V_L = V_P - 2 \cdot V_E = 6^2 \cdot 12 - 2 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 3^3 =$$

$$= 432 - 72\pi \approx 205,92$$

Logo, o volume do líquido é aproximadamente 0,206 litro.

### Comentário

Com um predomínio de questões de Álgebra, a prova de Matemática do vestibular da Fatec teve enunciados claros e precisos. Algumas questões procuraram relacionar assuntos do cotidiano, mas de uma forma tradicional.

