

MATEMÁTICA

1 d

A soma dos termos que são números primos da seqüência cujo termo geral é dado por $a_n = 3n + 2$, para n natural, variando de 1 a 5, é

a) 10. b) 16. c) 28. d) 33. e) 36.

Resolução

I) Os termos da seqüência $a_n = 3n + 2$, $1 \leq n \leq 5$

($n \in \mathbb{N}$) são:

$$a_1 = 3 \cdot 1 + 2 = 5$$

$$a_2 = 3 \cdot 2 + 2 = 8$$

$$a_3 = 3 \cdot 3 + 2 = 11$$

$$a_4 = 3 \cdot 4 + 2 = 14$$

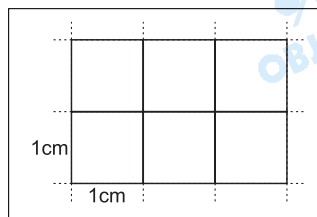
$$a_5 = 3 \cdot 5 + 2 = 17$$

II) A soma dos termos que são primos é:

$$a_1 + a_3 + a_5 = 5 + 11 + 17 = 33$$

2 e

Considere a malha quadriculada exibida pela figura, composta por 6 quadrículas de 1 cm de lado cada.



A soma das áreas de todos os possíveis retângulos determinados por esta malha é, em cm^2 ,
a) 6. b) 18. c) 20.
d) 34. e) 40.

Resolução

Com a malha quadriculada exibida pela figura, conseguimos os seguintes retângulos:

| Retângulos do "tipo" | Quantidade | Área total (cm^2) |
|----------------------|------------|------------------------------|
| | 6 | $6 \cdot (1 \cdot 1) = 6$ |
| | 7 | $7 \cdot (1 \cdot 2) = 14$ |
| | 2 | $2 \cdot (2 \cdot 2) = 8$ |
| | 2 | $2 \cdot (1 \cdot 3) = 6$ |
| | 1 | $1 \cdot (2 \cdot 3) = 6$ |

Portanto, a soma das áreas, em cm^2 , de todos os possíveis retângulos, será:

$$6 + 14 + 8 + 6 + 6 = 40$$

3 c

A divisão de um polinômio $p(x)$ por um polinômio $k(x)$ tem $q(x) = x^3 + 3x^2 + 5$ como quociente e $r(x) = x^2 + x + 7$ como resto. Sabendo-se que o resto da divisão de $k(x)$ por x é 2, o resto da divisão de $p(x)$ por x é

- a) 10. b) 12. c) 17. d) 25. e) 70.

Resolução

$$I) \quad \begin{array}{r|l} p(x) & k(x) \\ \hline x^2 + x + 7 & x^3 + 3x^2 + 5 \end{array} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p(x) = k(x)(x^3 + 3x^2 + 5) + x^2 + x + 7$$

$$II) \quad \begin{array}{r|l} k(x) & x \\ \hline 2 & q_1(x) \end{array} \Leftrightarrow k(0) = 2$$

$$III) \quad \begin{array}{r|l} p(x) & x \\ \hline r & q_2(x) \end{array} \Leftrightarrow p(0) = r$$

De (I), para $x = 0$, temos:

$$r = p(0) = k(0) \cdot (5) + 7 \Leftrightarrow r = 2 \cdot 5 + 7 = 17$$

4 a

Com relação à dengue, o setor de vigilância sanitária de um determinado município registrou o seguinte quadro, quanto ao número de casos positivos:

- em fevereiro, relativamente a janeiro, houve um aumento de 10% e
- em março, relativamente a fevereiro, houve uma redução de 10%.

Em todo o período considerado, a variação foi de

- a) - 1%. b) - 0,1%. c) 0%. d) 0,1%. e) 1%.

Resolução

Seja n o número de casos positivos em janeiro e, considerando a variação solicitada como a diferença, em porcentagem, do número de casos positivos em março e em janeiro, nesta ordem, tem-se:

I) Número de casos em fevereiro: $1,10n$

II) Número de casos em março: $0,90 \cdot 1,10n = 0,99n = (1 - 1\%)n$.

Assim sendo, a variação foi de - 1%.

5 d

O corpo clínico da pediatria de um certo hospital é composto por 12 profissionais, dos quais 3 são capacitados para atuação junto a crianças que apresentam necessidades educacionais especiais. Para fins de assessoria, deverá ser criada uma comissão de 3 profissionais, de tal maneira que 1 deles, pelo menos, tenha a capacitação referida. Quantas comissões dis-

tintas podem ser formadas nestas condições?

- a) 792. b) 494. c) 369. d) 136. e) 108.

Resolução

Existem 3 possibilidades:

I) A comissão é formada por 1 especialista e 2 outros profissionais. Assim, tem-se:

$$C_{3,1} \cdot C_{9,2} = 3 \cdot 36 = 108$$

II) A comissão é formada por 2 especialistas e 1 outro profissional. Assim, tem-se:

$$C_{3,2} \cdot C_{9,1} = 3 \cdot 9 = 27$$

III) A comissão é formada por 3 especialistas. Assim, tem-se:

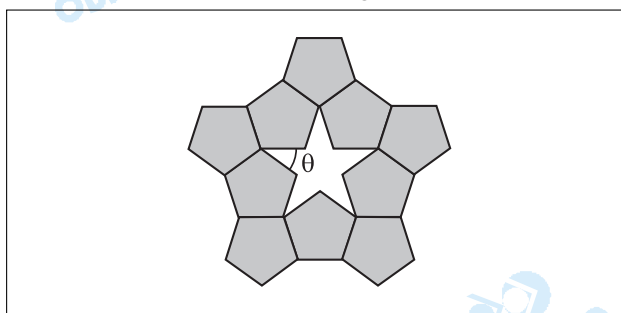
$$C_{3,3} = 1$$

O total de comissões possíveis de se formar é:

$$108 + 27 + 1 = 136$$

6 d

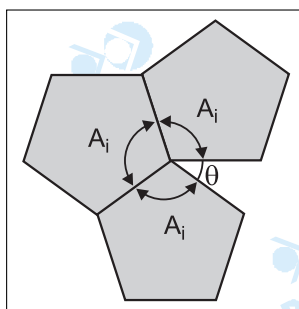
Pentágonos regulares congruentes podem ser conectados, lado a lado, formando uma estrela de cinco pontas, conforme destacado na figura.



Nestas condições, o ângulo θ mede

- a) 108° . b) 72° . c) 54° . d) 36° . e) 18° .

Resolução



Seja A_i a medida do ângulo interno do pentágono regular.

Tem-se que:

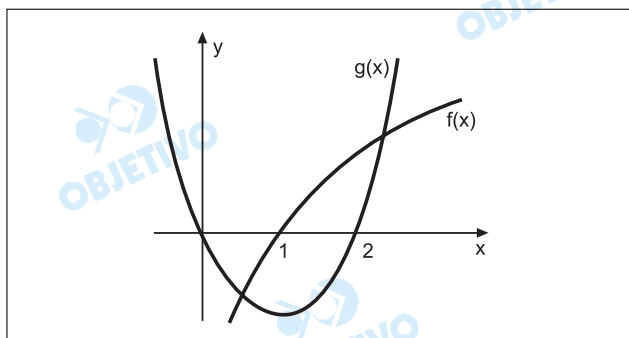
$$A_i = \frac{180^\circ (5 - 2)}{5} = 108^\circ$$

e, conforme a figura,

$$3 A_i + \theta = 360^\circ \Rightarrow 3 \cdot 108^\circ + \theta = 360^\circ \Leftrightarrow \theta = 36^\circ$$

7 a

Tomam-se 20 bolas idênticas (a menos da cor), sendo 10 azuis e 10 brancas. Acondicionam-se as azuis numa urna A e as brancas numa urna B. Transportam-se 5 bolas da urna B para a urna A e, em seguida, transportam-se 5 bolas da urna A para a urna B. Sejam p a probabilidade de se retirar ao acaso uma bola branca da urna A e q a probabilidade de se retirar ao acaso uma bola azul da urna B.

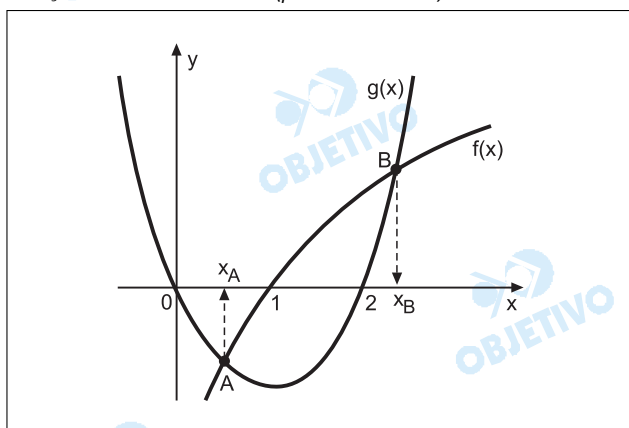


Pode-se afirmar que a equação $x^2 - 2x = \log_{10}x$

- a) não tem solução.
- b) tem somente uma solução.
- c) tem duas soluções positivas.
- d) tem duas soluções cujo produto é negativo.
- e) tem duas soluções cujo produto é nulo.

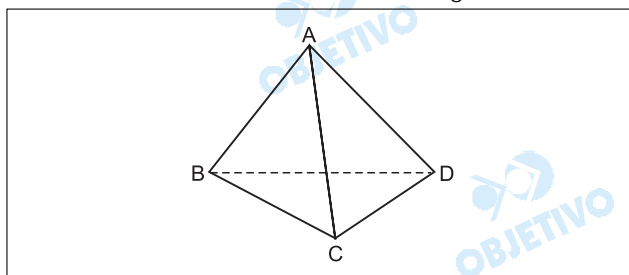
Resolução

Sendo $f(x) = \log_{10}x$ e $g(x) = x^2 - 2x$ as funções representadas pelos gráficos da figura, conclui-se que a equação $x^2 - 2x = \log_{10}x$, tem como solução dois valores positivos, as **abscissas** dos pontos de intersecção dessas curvas (pontos A e B).



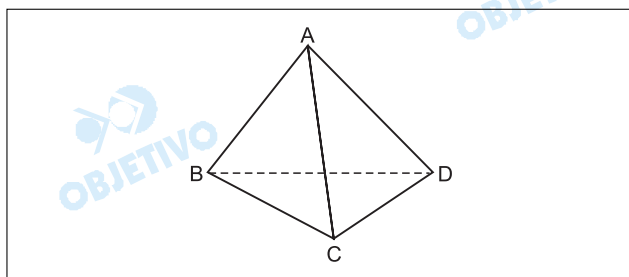
10 b

Dois segmentos dizem-se reversos quando não são coplanares. Neste caso, o número de pares de arestas reversas num tetraedro, como o da figura, é



- a) 6.
- b) 3.
- c) 2.
- d) 1.
- e) 0.

Resolução



Considerando as arestas do tetraedro ABCD da figura, são reversas as dos seguintes pares: $(\overline{AB}; \overline{CD})$, $(\overline{AD}; \overline{BC})$ e $(\overline{AC}; \overline{BD})$, num total de 3 pares.

11 c

Uma empresa brasileira tem 30% de sua dívida em dólares e os restantes 70% em euros. Admitindo-se uma valorização de 10% do dólar e uma desvalorização de 2% do euro, ambas em relação ao real, pode-se afirmar que o total da dívida dessa empresa, em reais,

- a) aumenta 8%. b) aumenta 4,4%.
 c) aumenta 1,6%. d) diminui 1,4%.
 e) diminui 7,6%.

Resolução

Seja D a dívida da empresa.

- I) A parcela da dívida, em dólares, após uma valorização deste em 10%, será:

$$110\% \cdot (30\% D) = 33\% D$$

- II) A parcela da dívida, em euros, após uma desvalorização deste em 2%, será:

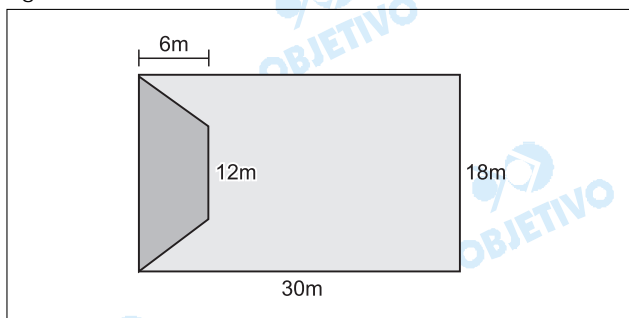
$$98\% \cdot (70\% D) = 68,6\% D$$

- III) Logo, o total da dívida após os reajustes será:

$$33\% D + 68,6\% D = 101,6\% D, \text{ que corresponde a um aumento de } 1,6\%.$$

12 d

Um comício deverá ocorrer num ginásio de esportes, cuja área é delimitada por um retângulo, mostrado na figura.



Por segurança, a coordenação do evento limitou a concentração, no local, a 5 pessoas para cada 2 m^2 de área disponível. Excluindo-se a área ocupada pelo palanque, com a forma de um trapézio (veja as dimensões da

parte hachurada na figura), quantas pessoas, no máximo, poderão participar do evento?

- a) 2 700. b) 1 620. c) 1 350.
d) 1 125. e) 1 050.

Resolução

A área disponível para o evento, em metros quadrados, é dada pela diferença entre as áreas do retângulo e do trapézio. Assim:

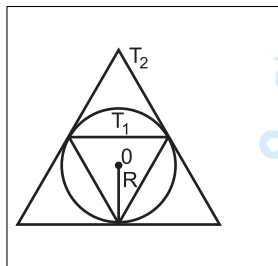
$$A = 30 \cdot 18 - \left(\frac{18 + 12}{2} \right) \cdot 6 = 540 - 90 = 450$$

Como a concentração de pessoas está limitada a 5 pessoas para cada $2m^2$ de área disponível, o número máximo de pessoas que poderão participar do evento

é igual a: $\left(\frac{450}{2} \right) \cdot 5 = 1125$ pessoas.

13 e

Numa circunferência de raio $R > 0$ consideram-se, como na figura, os triângulos equiláteros T_1 , inscrito, e T_2 , circunscrito.

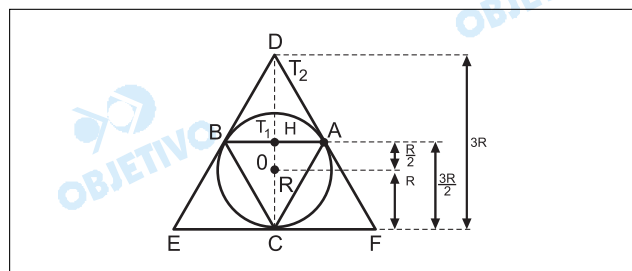


A razão entre a altura de T_2 e

a altura de T_1 é

- a) 4. b) 3. c) $5/2$.
d) $2\pi/3$. e) 2.

Resolução



Sendo O , centro da circunferência, simultaneamente circunscrita e inscrita nos triângulos ABC e DEF equiláteros, o baricentro desses triângulos, tem-se:

$$CH = CO + OH = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

$$CD = DO + OC = 2R + R = 3R$$

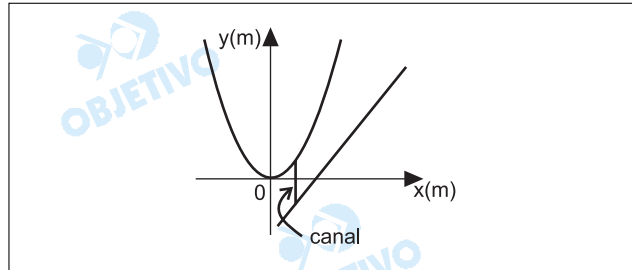
A razão entre a altura de T_2 e a altura de T_1 é

$$\frac{CD}{CH} = \frac{3R}{\frac{3R}{2}} = 2$$

14 a

A figura representa, na escala 1:50, os trechos de dois

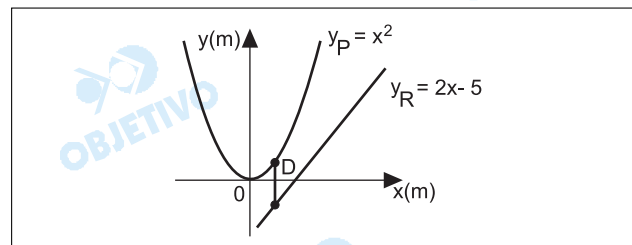
rios: um descrito pela parábola $y = x^2$ e o outro pela reta $y = 2x - 5$.



De todos os possíveis canais retilíneos ligando os dois rios e construídos paralelamente ao eixo Oy , o de menor comprimento real, considerando a escala da figura, mede

- a) 200 m. b) 250 m. c) 300 m.
d) 350 m. e) 400 m.

Resolução



Representando por D o comprimento real de um possível canal retilíneo ligando os dois rios, paralelamente ao eixo Oy , temos:

I) $D(x) = 50(y_P - y_R) \Rightarrow D(x) = 50[x^2 - (2x - 5)] \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow D(x) = 50(x^2 - 2x + 5)$

II) O vértice da parábola da equação $D(x) = 50(x^2 - 2x + 5)$ é o ponto de abscissa $x = 1$ e ordenada $D(1) = 50(1 - 2 + 5) \Leftrightarrow D(1) = 200$.

III) O menor comprimento real dos possíveis canais é 200m.

15 b

Uma indústria farmacêutica produz, diariamente, p unidades do medicamento X e q unidades do medicamento Y, ao custo unitário de r e s reais, respectivamente. Considere as matrizes M , 1×2 , e N , 2×1 :

$$M = [2p \quad q] \text{ e } N = \begin{bmatrix} r \\ 2s \end{bmatrix}$$

A matriz produto $M \cdot N$ representa o custo da produção de

- a) 1 dia. b) 2 dias. c) 3 dias.
d) 4 dias. e) 5 dias.

Resolução

I) O custo diário C da produção de p unidades do medicamento X e q unidades do medicamento Y, ao preço unitário de r e s reais, respectivamente, será:

$$C = p \cdot r + q \cdot s$$

II) Sendo $M = [2p \quad q]$ e $N = \begin{bmatrix} r \\ 2s \end{bmatrix}$, temos:

$M \cdot N = [2 \cdot p \cdot r + 2 \cdot q \cdot s] = [2C]$. O **elemento** da matriz produto $M \cdot N$ representa o custo da produção de 2 dias desta indústria.

Comentário

Com 10 questões de Álgebra e 5 de Geometria, o vestibular Unifesp-EPM 2003 apresentou algumas questões imediatas e de fácil resolução, mas também questões que necessitavam de um raciocínio mais elaborado. Lamentamos a ausência de questões envolvendo trigonometria e geometria analítica.

