MATEMÁTICA

19 a

Se x e y são números reais tais que $x = (0{,}25)^{0{,}25}$ e $y = 16^{-0{,}125}$, é verdade que

a) x = y
b) x > y
c) $x \cdot y = 2\sqrt{2}$
d) x – y é um número irracional.
e) x + y é um número racional não inteiro.

Resolução

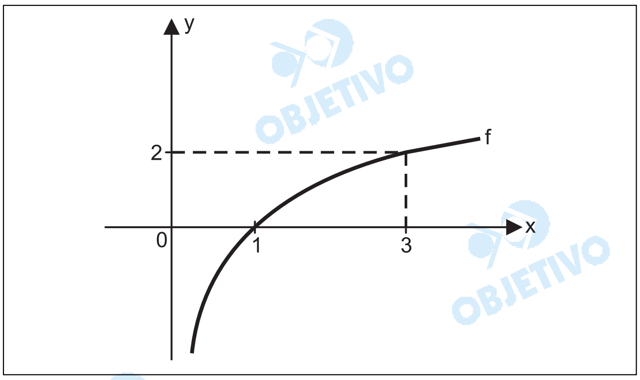
1º) $x = (0{,}25)^{0{,}25} = \left(\dfrac{1}{4}\right)^{0{,}25} = (2^{-2})^{0{,}25} = 2^{-0{,}5}$

2º) $y = 16^{-0{,}125} = (2^4)^{-0{,}125} = 2^{-0{,}5}$

3º) $x = y = 2^{-0{,}5}$

20 b

Na figura abaixo, tem-se o gráfico da função f, de $\mathbb{R}_+^*$ em $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \log_b x$, com $b \in \mathbb{R}_+^*$ e $b \neq 1$.



O módulo do número complexo $z = b^2 - bi$ é

a) $\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $2\sqrt{5}$ d) $3\sqrt{10}$ e) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[6]{4}$

Resolução

1) $f(x) = \log_b x \Rightarrow f(3) = \log_b 3 = 2 \Rightarrow b^2 = 3 \Rightarrow b = \sqrt{3}$, *pois b > 0*

2) $z = b^2 - bi = (\sqrt{3})^2 - \sqrt{3}\,i = 3 - \sqrt{3}\,i$

3) $|z| = \sqrt{3^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

21 c

O vigésimo quinto termo da seqüência (sen 30°, sen 60°, sen 90°, sen 120°, sen 150°,...) é

a) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ b) $-\dfrac{1}{2}$ c) $\dfrac{1}{2}$ d) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ e) 1

Resolução

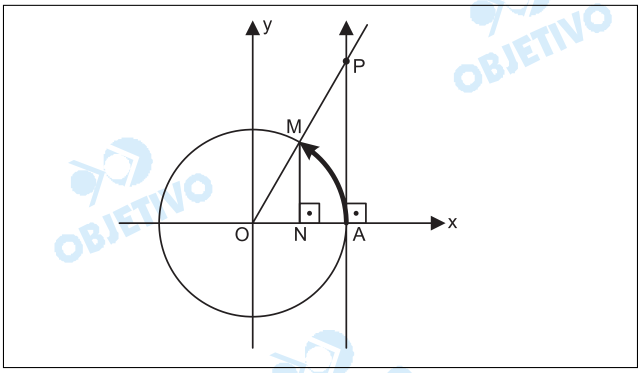
A seqüência (sen 30°, sen 60°, sen 90°, ..., sen a_n,...),

tal que $(a_n) = (30°; 60°; 90°;...)$, é uma progressão aritmética de primeiro termo $a_1 = 30°$ e razão $r = 30°$.
Seu 25° termo é
$a_{25} = a_1 + 24 \cdot r = 30° + 24 \cdot 30° = 750°$.
O 25° termo da seqüência apresentada é

$\text{sen } 750° = \text{sen } 30° = \dfrac{1}{2}$.

22 e

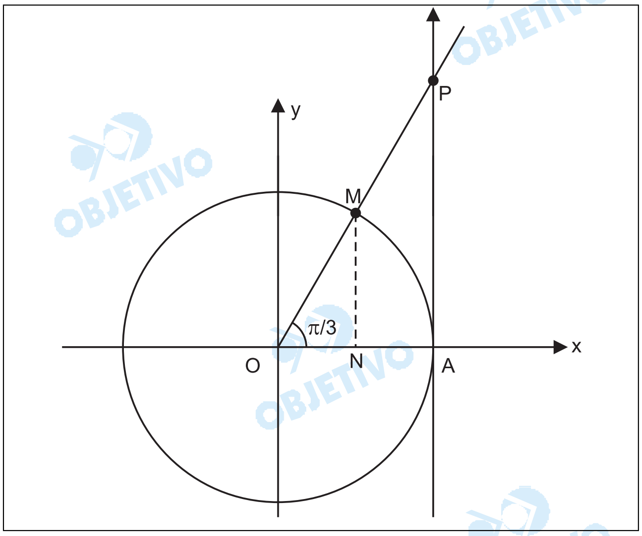
Na circunferência trigonométrica abaixo, considere o arco $\overset{\frown}{AM}$, de medida $\dfrac{\pi}{3}$ radianos.



Então,

a) AP = 1
b) $MN = \sqrt{3}$
c) $ON = \sqrt{2}$
d) $AN = \dfrac{1}{3}$
e) OP = 2

Resolução



Como OA = 1 e $AP = tg\ \dfrac{\pi}{3} = \sqrt{3}$, então

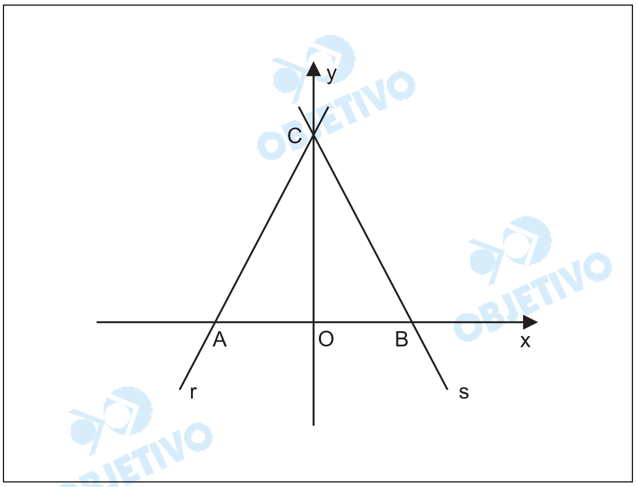
no ΔOAP, retângulo, tem-se:

$OP^2 = OA^2 + AP^2 \Rightarrow OP^2 = 1 + 3 = 4$

Portanto: OP = 2

23 C

Na figura abaixo, as retas r e s são definidas por $y = 4 + 2x$ e $y = 4 - 2x$, respectivamente.

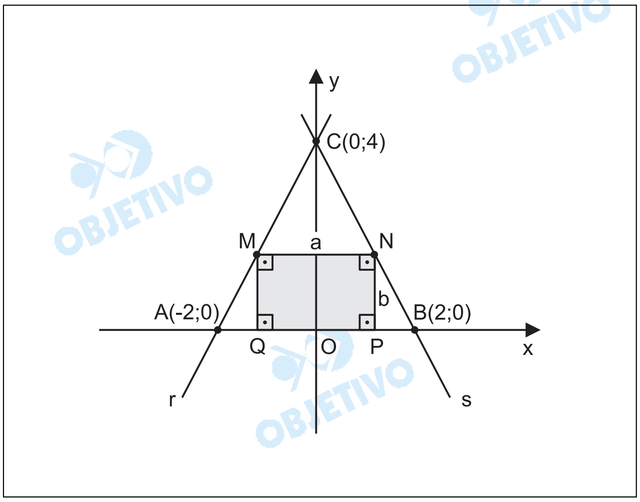


Considere todos os retângulos que têm um dos lados contido em $\overline{AB}$, um vértice em $\overline{AC}$ e outro em $\overline{BC}$. Sobre as áreas desses retângulos, a maior delas é, em unidades de área, igual a

a) 1 b) 2 c) 4 d) 8 e) 16

Resolução

A partir do enunciado, temos A(– 2;0), B(2;0) e C(0;4).



Sejam MN = a e NP = b as medidas dos lados do retângulo MNPQ. Como ΔCMN ~ ΔCAB, temos:

$$\frac{a}{4} = \frac{4-b}{4} \Leftrightarrow a = 4 - b$$

A área do retângulo MNPQ é igual a

$A = a \cdot b = (4 - b) \cdot b = -b^2 + 4b$, que assume valor máximo quando b = 2.

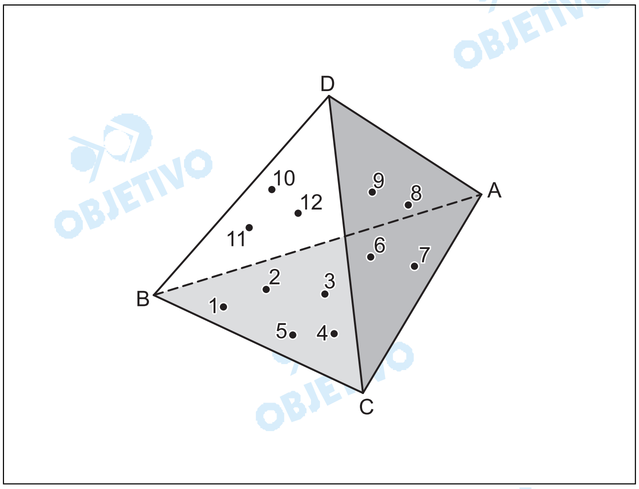
Portanto, $A_{máxima} = -2^2 + 4 \cdot 2 = 4$

24 d

Em um tetraedro ABCD, tome 12 pontos distintos no interior de suas faces: 5 na ABC, 4 na ACD e 3 na ADB. Considere todas as retas traçadas por dois desses pontos, sendo um em cada face.
Tomando-se ao acaso uma dessas retas, a probabilidade de ela ter sido traçada por um ponto da face ABC e um da face ACD é

a) $\dfrac{12}{47}$ b) $\dfrac{15}{47}$ c) $\dfrac{1}{3}$ d) $\dfrac{20}{47}$ e) $\dfrac{5}{8}$

Resolução



Existem:

a) 5 . 4 = 20 retas determinadas por um ponto de ABC e um ponto de ACD.

b) 5 . 3 = 15 retas determinadas por um ponto de ABC e um ponto de ADB e

c) 4 . 3 = 12 retas determinadas por um ponto de ACD e um ponto de ADB.

A probabilidade de escolher ao acaso uma dessas retas e ela ter sido traçada por um ponto da face ABC

e um da face ACD é $\dfrac{20}{20 + 15 + 12} = \dfrac{20}{47}$.