MATEMÁTICA

1 e

Uma pesquisa realizada com pessoas com idade maior ou igual a sessenta anos residentes na cidade de São Paulo, publicada na revista Pesquisa/Fapesp de maio de 2003, mostrou que, dentre os idosos que nunca freqüentaram a escola, 17% apresentam algum tipo de problema cognitivo (perda de memória, de raciocínio e de outras funções cerebrais).
Se dentre 2000 idosos pesquisados, um em cada cinco nunca foi à escola, o número de idosos pesquisados nessa situação e que apresentam algum tipo de problema cognitivo é:

a) 680. b) 400. c) 240. d) 168. e) 68.

Resolução

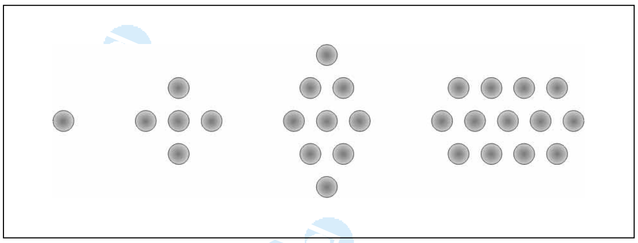
Um em cada cinco equivale a $\frac{1}{5} = 0{,}20 = 20\%$.

O número de idosos que nunca foram à escola e apresentam problemas cognitivos é

$$17\% \;.\; 20\% \;.\; 2000 = 68$$

2 c

Num laboratório, foi feito um estudo sobre a evolução de uma população de vírus. Ao final de um minuto do início das observações, existia 1 elemento na população; ao final de dois minutos, existiam 5, e assim por diante. A seguinte seqüência de figuras apresenta as populações do vírus (representado por um círculo) ao final de cada um dos quatro primeiros minutos.



Supondo que se manteve constante o ritmo de desenvolvimento da população, o número de vírus no final de 1 hora era de:

a) 241. b) 238. c) 237. d) 233. e) 232.

Resolução

Ao final de cada minuto o número de vírus existentes na população é termo da seqüência (1;5;9;13;...), que é uma progressão aritmética de razão 4.
Ao final de 1 hora, o número de vírus existentes era de
$a_{60} = a_1 + (60 - 1) \;.\; r = 1 + 59 \;.\; 4 = 237$

3 e

Três viajantes partem num mesmo dia de uma cidade *A*. Cada um desses três viajantes retorna à cidade *A* exatamente a cada 30, 48 e 72 dias, respectivamente. O número mínimo de dias transcorridos para que os três viajantes estejam juntos novamente na cidade *A* é:

a) 144. b) 240. c) 360. d) 480. e) 720.

Resolução

mmc(30,48,72) = $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$, pois:

$$\begin{array}{r|l} 30,48,72 & 2 \\ 15,24,36 & 2 \\ 15,12,18 & 2 \\ 15,\ 6,\ 9 & 2 \\ 15,\ 3,\ 9 & 3 \\ 5,\ 1,\ 3 & 3 \\ 5,\ 1,\ 1 & 5 \\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

4 b

Um certo tipo de código usa apenas dois símbolos, o número zero (0) e o número um (1) e, considerando esses símbolos como letras, podem-se formar palavras. Por exemplo: 0, 01, 00, 001 e 110 são algumas palavras de uma, duas e três letras desse código. O número máximo de palavras, com cinco letras ou menos, que podem ser formadas com esse código é:

a) 120. b) 62. c) 60. d) 20. e) 10.

Resolução

O número máximo de palavras, com cinco letras ou menos, que podem ser formadas com esse tipo de código é

$$2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 = 62$$

5 c

Maria tem em sua bolsa R$ 15,60 em moedas de 10 centavos e de 25 centavos. Dado que o número de moedas de 25 centavos é o dobro do número de moedas de 10 centavos, o total de moedas na bolsa é:

a) 68. b) 75. c) 78. d) 81. e) 84.

Resolução

*Se **v** for o número de moedas de 25 centavos e **d** o número de moedas de 10 centavos, então:*

$$\begin{cases} v = 2 \cdot d \\ 0,10 \cdot d + 0,25 \cdot v = 15,6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 26 \\ v = 52 \end{cases} \Rightarrow v + d = 78$$

6 d

Carlos trabalha como disc-jóquei (dj) e cobra uma taxa fixa de R$ 100,00, mais R$ 20,00 por hora, para animar uma festa. Daniel, na mesma função, cobra uma taxa fixa de R$ 55,00, mais R$ 35,00 por hora. O tempo máximo de duração de uma festa, para que a contratação de Daniel não fique mais cara que a de Carlos, é:

a) 6 horas. b) 5 horas. c) 4 horas.
d) 3 horas. e) 2 horas.

Resolução

Seja ***t*** *o tempo, em horas, de duração das festas animadas por Carlos e Daniel.*
Portanto:
$55 + 35 \,.\, t \le 100 + 20 \,.\, t \Leftrightarrow 15 \,.\, t \le 45 \Leftrightarrow t \le 3$

7 d

A expectativa de vida em anos em uma região, de uma pessoa que nasceu a partir de 1900 no ano x ($x \ge 1900$), é dada por $L(x) = 12(199 \log_{10} x - 651)$. Considerando $\log_{10} 2 = 0{,}3$, uma pessoa dessa região que nasceu no ano 2000 tem expectativa de viver:

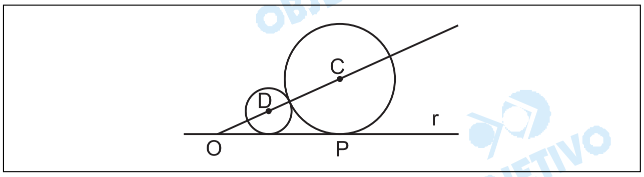
a) 48,7 anos. b) 54,6 anos. c) 64,5 anos.
d) 68,4 anos. e) 72,3 anos.

Resolução

A partir do enunciado, para
$L(x) = 12 \,.\, (199 \,.\, \log_{10} x - 651)$, *e* $x = 2000$, *resulta:*
$L(2000) = 12 \,.\, (199 \,.\, \log_{10} 2000 - 651) =$
$= 12 \,.\, [199 \,.\, (\log_{10} 2 + \log_{10} 1000) - 651] =$
$= 12 \,.\, [199 \,.\, (0{,}3 + 3) - 651] =$
$= 12 \,.\, [199 \,.\, 3{,}3 - 651] = 68{,}4$ *anos*

8 b

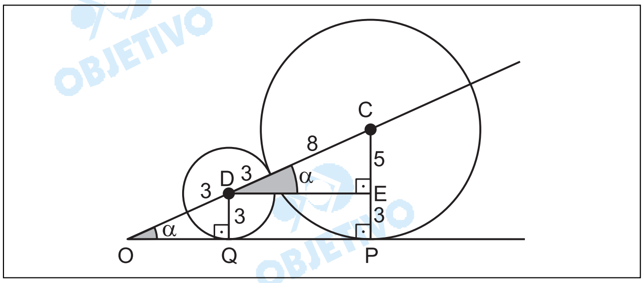
A figura mostra duas circunferências de raios 8 cm e 3 cm, tangentes entre si e tangentes à reta *r*. *C* e *D* são os centros das circunferências.



Se α é a medida do ângulo $C\hat{O}P$, o valor de sen α é:

a) 1/6. b) 5/11. c) 1/2. d) 8/23. e) 3/8.

Resolução



No triângulo retângulo DEC temos:

$$\text{sen}\, \alpha = \frac{5}{3 + 8} = \frac{5}{11}$$

9 a

O conjunto de todos os pontos P(x, y) do plano, com y ≠ 0, para os quais x e y satisfazem a equação

$$\text{sen}\left(\frac{y}{x^2+1}\right) = 0$$

é uma

a) família de parábolas.
b) família de circunferências centradas na origem.
c) família de retas.
d) parábola passando pelo ponto Q(0,1).
e) circunferência centrada na origem.

Resolução

$$\textit{sen}\left(\frac{y}{x^2+1}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{y}{x^2+1} = n\,.\,\pi \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = n\,.\,\pi\,.\,(x^2+1)$$

Para $n \in \mathbb{Z}^*$ *(pois* $y \neq 0$*), resulta:*

$n = 1 \rightarrow y = \pi\,.\,x^2 + \pi$

$n = -1 \rightarrow y = -\pi\,.\,x^2 - \pi$

$n = 2 \rightarrow y = 2\pi\,.\,x^2 + 2\pi$

$n = -2 \rightarrow y = -2\pi\,.\,x^2 - 2\pi$

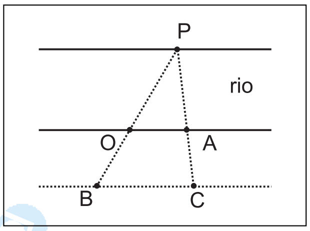
$\vdots \qquad \vdots$

Portanto o conjunto de todos os pontos P(x;y) do plano, com $y \neq 0$*, que satisfazem a equação dada é uma família de parábolas.*

10 e

Um observador situado num ponto *O*, localizado na margem de um rio, precisa determinar sua distância até um ponto *P*, localizado na outra margem, sem atravessar o rio. Para isso marca, com estacas, outros pontos do lado da margem em que se encontra, de tal forma que *P*, *O* e *B* estão alinhados entre si e *P*, *A* e *C* também. Além disso,

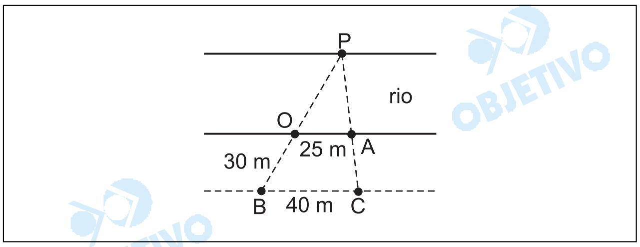
OA é paralelo a *BC*,
OA = 25 m,
BC = 40 m e
OB = 30 m,
conforme figura.



A distância, em metros, do observador em *O* até o ponto *P*, é:

a) 30. b) 35. c) 40. d) 45. e) 50.

Resolução

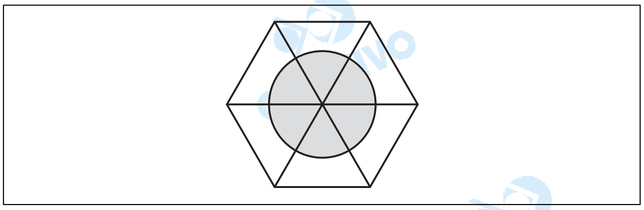


Como $\overleftrightarrow{OA}$ *é paralelo a* $\overleftrightarrow{BC}$*, os triângulos POA e PBC são semelhantes e, portanto,*

$$\frac{PO}{PB} = \frac{OA}{BC} \Leftrightarrow \frac{PO}{PO + 30\ m} = \frac{25\ m}{40\ m} \Leftrightarrow PO = 50\ m$$

11 c

Um salão de festas na forma de um hexágono regular, com 10 m de lado, tem ao centro uma pista de dança na forma de um círculo, com 5 m de raio.



A área, em metros quadrados, da região do salão de festas que não é ocupada pela pista de dança é:

a) $25\,(30\sqrt{3} - \pi)$.
b) $25\,(12\sqrt{3} - \pi)$.
c) $25\,(6\sqrt{3} - \pi)$.
d) $10\,(30\sqrt{3} - \pi)$.
e) $10\,(15\sqrt{3} - \pi)$.

Resolução

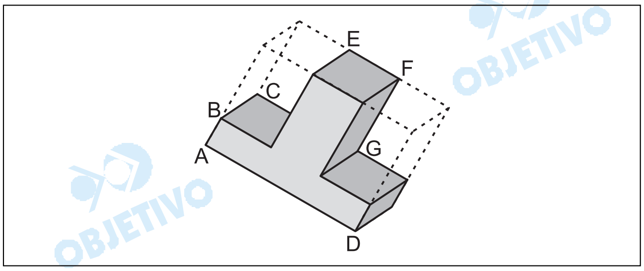
A área do salão não ocupada pela pista de dança é de

$$\left(\frac{6 \cdot 10^2 \cdot \sqrt{3}}{4} - \pi \cdot 5^2 \right) m^2 =$$

$$= (150\sqrt{3} - 25\pi)m^2 = 25 \cdot (6\sqrt{3} - \pi)m^2$$

12 a

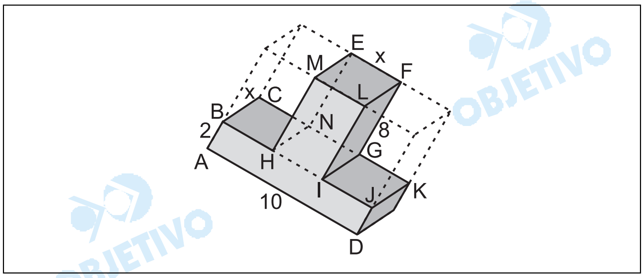
Considere o sólido da figura (em cinza), construído a partir de um prisma retangular reto.



Se $AB = 2$ cm, $AD = 10$ cm, $FG = 8$ cm e $BC = EF = x$ cm, o volume do sólido, em cm^3, é:

a) $4x\,(2x + 5)$.
b) $4x\,(5x + 2)$.
c) $4\,(5 + 2x)$.
d) $4x^2\,(2 + 5x)$.
e) $4x^2\,(2x + 5)$.

Resolução



Admitindo-se que os pontos B, C, N, G, K, J, I e H da

figura estejam no mesmo plano, paralelo à base do prisma inicial, e que as partes retiradas sejam prismas retangulares retos, tem-se que o volume do sólido é
$V = 2 \cdot 10 \cdot x + x \cdot x \cdot 8 = 20x + 8x^2 \Leftrightarrow V = 4x(2x + 5)$