

# MATEMÁTICA

22

Dadas as funções  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  e  $g(x) = x - 1$ ,

a) encontre a função composta  $(f \circ g)(x)$ .

b) resolva a equação:  $(f \circ g)(y) = 0$ , onde  $y = \cos x$ .

**Resolução**

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= x^2 + 2x + 1 \text{ e } g(x) = x - 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (f \circ g)(x) = f[g(x)] = f(x - 1) = \\ &= (x - 1)^2 + 2(x - 1) + 1 = x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (f \circ g)(y) &= 0, \text{ com } y = \cos x \Rightarrow (f \circ g)(\cos x) = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (\cos x)^2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

**Respostas:** a)  $x^2$

$$\text{b) } \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$$

Seja  $V_0$  o volume inicial de um líquido volátil, o qual diminui à taxa de 20% por hora.

- a) Encontre a equação do volume  $V$  do líquido em função do tempo.  
 b) Determine o valor aproximado do tempo em que o volume se reduz à metade (dado:  $\log_{10} 2 = 0,301$ ).

**Resolução**

a) Se o volume inicial  $V_0$  diminui à taxa de 20% por hora, então, após:

- 1 hora, o volume será 80%  $V_0$
- 2 horas, será 80%  $(80\% V_0) = (80\%)^2 V_0$
- 3 horas, será 80%  $(80\%)^2 V_0 = (80\%)^3 V_0$
- ⋮
- $t$  horas, o volume será  $(80\%)^t \cdot V_0$

A equação do volume  $V$  do líquido em função do tempo  $t$  em horas é, portanto:

$$V = V_0 \cdot (80\%)^t$$

b) Se o volume se reduz à metade, então

$$V = \frac{1}{2} V_0 = V_0 (80\%)^t \Leftrightarrow \frac{1}{2} = (0,8)^t \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \log_{0,8} \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{\log 1 - \log 2}{\log 8 - \log 10} =$$

$$\frac{0 - 0,301}{3 \cdot 0,301 - 1} =$$

$$= \frac{0,301}{0,097} \cong 3,10 \text{ e } 3,10 \text{ h} = 3 \text{ horas } 6 \text{ min}$$

**Respostas:** a)  $V = V_0 \cdot (80\%)^t$

b)  $t = 3\text{h } 6 \text{ min}$

Uma urna contém as letras: A, C, D, D, E, E, F, I, I e L.

- a) Se todas as letras forem retiradas da urna, uma após a outra, sem reposição, calcule a probabilidade de, na sequência das retiradas, ser formada a palavra FELICIDADE.
- b) Se somente duas letras forem retiradas da urna, uma após a outra, sem reposição, calcule a probabilidade de serem retiradas duas letras iguais.

**Resolução**

- a) Para ser formada a palavra FELICIDADE, é necessário que as letras F, E, L, I, C, I, D, A, D e E sejam retiradas da urna exatamente nesta ordem. Desta forma, a probabilidade é

$$\frac{1}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} =$$

$$= \frac{8}{10!}$$

- b) Se as duas letras retiradas são iguais, podem ocorrer dois E, dois I ou dois D e a probabilidade disso ocorrer é

$$\frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15}$$

**Respostas:** a)  $\frac{8}{10!}$  b)  $\frac{1}{15}$

**25**

Seja a expressão:  $f(x) = \text{sen}(2x) - \text{cotg}(x)$ , considerando o conjunto dos reais.

a) Encontre o valor de  $f(x)$  para  $x = \frac{5\pi}{6}$ .

b) Resolva a equação:  $f(x) = 0$ .

**Resolução**

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= \text{sen}(2x) - \text{cotg}(x) \Rightarrow \\ \Rightarrow f\left(\frac{5\pi}{6}\right) &= \text{sen}\left(2 \cdot \frac{5\pi}{6}\right) - \text{cotg}\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \\ &= \text{sen} \frac{5\pi}{3} - \frac{1}{\text{tg} \frac{5\pi}{6}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{-\frac{\sqrt{3}}{3}} = \\ &= -\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } f(x) = 0 &\Rightarrow \text{sen}(2x) - \text{cotg} x = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2 \text{sen} x \cos x - \frac{\cos x}{\text{sen} x} &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{2 \text{sen}^2 x \cos x - \cos x}{\text{sen} x} &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{(2 \text{sen}^2 x - 1) \cos x}{\text{sen} x} &= 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (2 \text{sen}^2 x - 1 = 0 \text{ ou } \cos x = 0) &\text{ e } \text{sen} x \neq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \text{sen} x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } \cos x = 0 &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2} \text{ ou } x = \frac{\pi}{2} &+ n\pi, n \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

**Respostas:**

a)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

b)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{\pi}{4} + n \cdot \frac{\pi}{2} \text{ ou } x = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$

## Comentário

Com 4 questões bem enunciadas, duas das quais de bom nível, a Vunesp apresentou uma prova adequada.

