MATEMÁTICA

1 c

O valor de $\log_2 \left(\dfrac{2.4.6.\ldots.2n}{n!} \right)$ é:

a) n^2. b) 2n. c) n. d) $2 \log_2 n$. e) $\log_2 n$.

Resolução

$$\log_2 \left(\frac{2 \,.\, 4 \,.\, 6 \,.\, \ldots \,.\, 2n}{n!} \right) = \log_2 \left(\frac{2^n \,.\, n!}{n!} \right) =$$

$$= \log_2 2^n = n$$

2 d

Num determinado local, o litro de combustível, composto de 75% de gasolina e 25% de álcool, é comercializado ao preço de R$ 2,05, sendo o litro de álcool comercializado ao preço de R$ 1,00. Se os preços são mantidos proporcionais, o preço do litro de gasolina é:

a) R$ 2,15. b) R$ 2,20. c) R$ 2,30.
d) R$ 2,40. e) R$ 3,05.

Resolução

Sendo x o preço do litro de gasolina, o preço do litro de combustível, contendo 75% de gasolina e 25% de álcool, é tal que 75% x + 25% 1,00 = 2,05

Assim sendo:

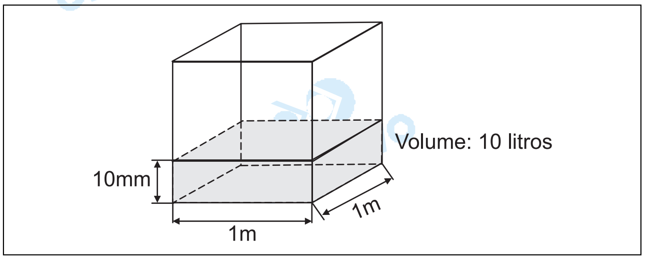
$0,75x + 0,25 = 2,05 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0,75x = 1,80 \Leftrightarrow x = 2,40$

A gasolina custa R$ 2,40 por litro.

3 b

Quando se diz que numa determinada região a precipitação pluviométrica foi de 10 mm, significa que a precipitação naquela região foi de 10 litros de água por metro quadrado, em média.



Se numa região de 10 km^2 de área ocorreu uma precipitação de 5 cm, quantos litros de água foram precipitados?

a) 5×10^7. b) 5×10^8. c) 5×10^9.
d) 5×10^{10}. e) 5×10^{11}.

Resolução

Como 10 $km^2 = 10^9\ dm^2$ e 5 cm = 0,5 dm, o volume de água precipitado é de $10^9\ dm^2 \cdot 0{,}5\ dm = 5 \cdot 10^8\ dm^3$, equivalente a $5 \cdot 10^8$ litros.

4 a

Para ser aprovado num curso, um estudante precisa submeter-se a três provas parciais durante o período letivo e a uma prova final, com pesos 1, 1, 2 e 3, respectivamente, e obter média no mínimo igual a 7. Se um estudante obteve nas provas parciais as notas 5, 7 e 5, respectivamente, a nota mínima que necessita obter na prova final para ser aprovado é

a) 9. b) 8. c) 7. d) 6. e) 5.

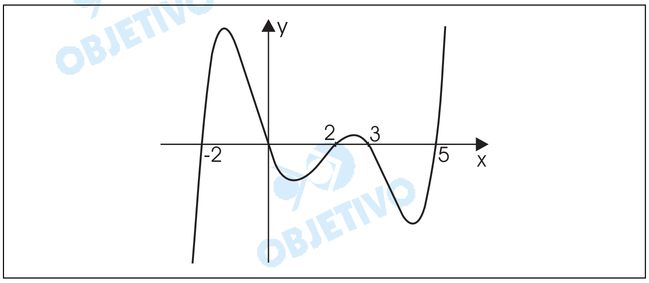
Resolução

Se x for a nota final então:

$$\frac{1 \cdot 5 + 1 \cdot 7 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot x}{7} \geq 7 \Leftrightarrow x \geq 9$$

5 e

Se a figura representa o gráfico de um polinômio real, p(x), podemos afirmar:



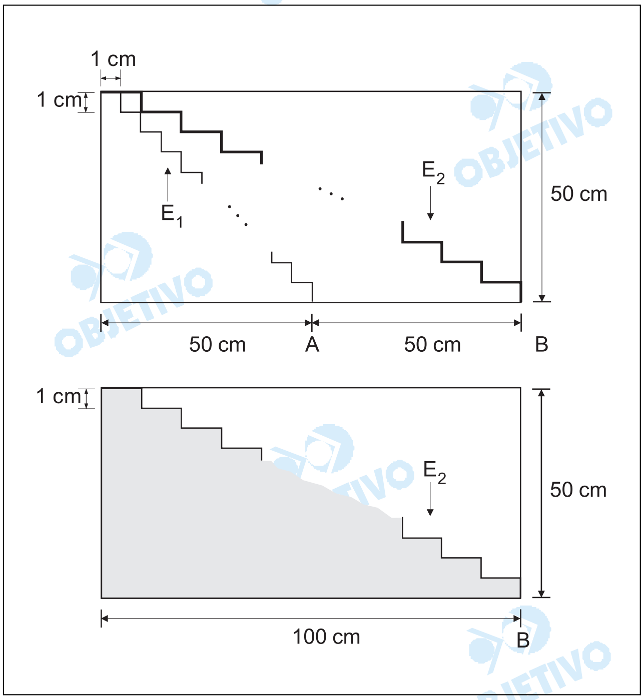
a) p(x) tem uma raiz a, tal que 3 < a < 5.
b) p(x) é divisível por x – 1.
c) p(x) tem apenas 4 raízes reais.
d) p(x) não tem raiz real.
e) o grau de p(x) é maior ou igual a 5.

Resolução

O polinômio p(x) tem pelo menos cinco raízes reais (–2; 0; 2; 3; 5) e, portanto, o grau de p(x) é maior ou igual a 5.

6 c

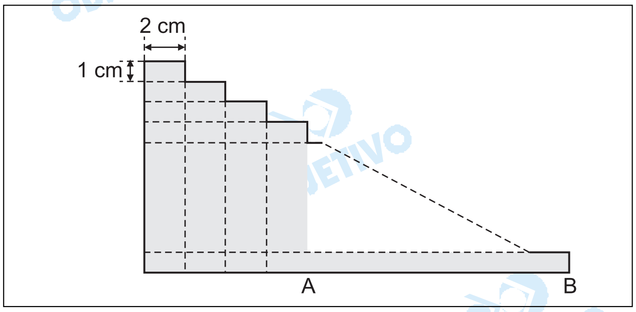
A primeira figura representa um retângulo de 100 cm por 50 cm, com uma escada E_1 contendo 50 degraus de 1 cm de largura por 1 cm de altura. O ponto A indica a extremidade inferior da escada E_1. Pretende-se ampliar a largura dos degraus de E_1, de forma a obter uma nova escada, E_2, contendo também 50 degraus, todos de mesma largura e tendo como extremidade inferior o ponto B, conforme figura. Na nova escada, E_2, a altura dos degraus será mantida, igual a 1 cm.



A área da região sombreada, sob a escada E_2, conforme a segunda figura, será:

a) 2.050 cm^2. b) 2.500 cm^2. c) 2.550 cm^2.
d) 2.750 cm^2. e) 5.000 cm^2.

Resolução



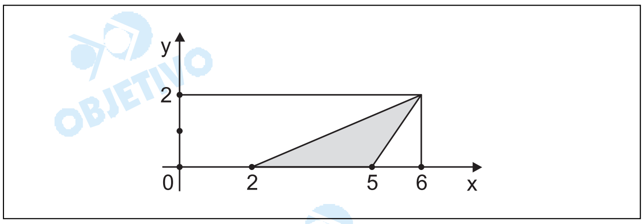
Cada degrau da nova escada terá 2cm de comprimento, e altura, em relação à reta $\overleftrightarrow{AB}$, igual a um dos termos da progressão aritmética (50, 49, 48, ... , 1), em centímetros. A área da região sombreada, sob a escada E_2, em centímetros quadrados, é

50 . 2 + 49 . 2 + 48 . 2 + ... + 1 . 2 =

$$= \frac{(50 + 1) \,.\, 50}{2} \,.\, 2 = 2550$$

7 b

Considere, no plano complexo, conforme a figura, o triângulo de vértices $z_1 = 2$, $z_2 = 5$ e $z_3 = 6 + 2i$.



A área do triângulo de vértices $w_1 = iz_1$, $w_2 = iz_2$ e $w_3 = 2iz_3$ é:

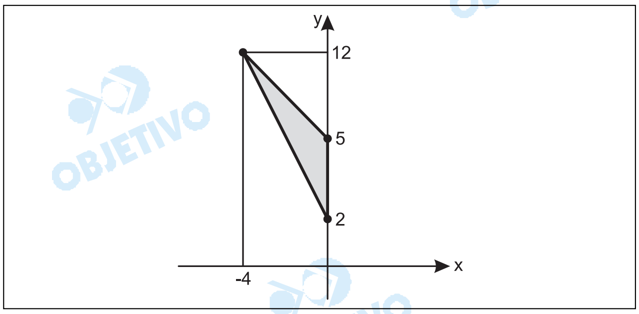
a) 8. b) 6. c) 4. d) 3. e) 2.

Resolução

$z_1 = 2 \rightarrow w_1 = i \,.\, z_1 = 2\,i$

$z_2 = 5 \rightarrow w_2 = i \,.\, z_2 = 5\,i$

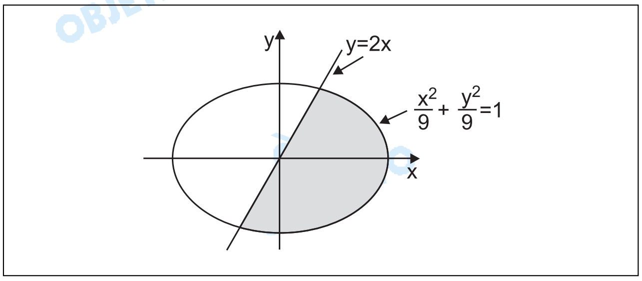
$z_3 = 6 + 2i \rightarrow w_3 = 2i \,.\, z_3 = 2i \,.\, (6 + 2i) = -4 + 12i$



A área do triângulo fica: $A = \dfrac{3 \,.\, 4}{2} = 6.$

8 C

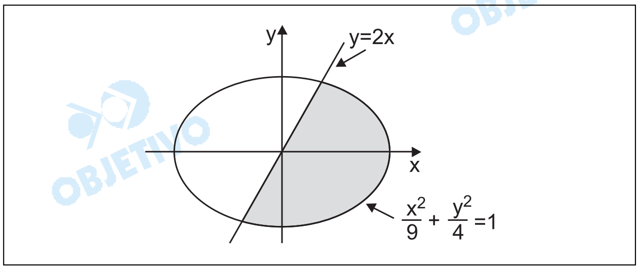
A área sombreada na figura,



limitada pela elipse e pela reta indicadas, é:

a) π. b) 2π. c) 3π. d) 4π. e) 6π.

Resolução



A equação da elipse é: $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$

A equação da reta é: $y = 2x$

A área sombreada é igual à metade da área limitada pela elipse, com $a = 3$ *e* $b = 2$*. Portanto:*

$$A = \frac{\pi \,.\, a \,.\, b}{2} = \frac{\pi \,.\, 3 \,.\, 2}{2} = 3\pi$$

9 e

Imagine uma fila de 50 portas fechadas e outra de 50 estudantes, portas e estudantes numerados conforme a posição em sua fila. Do primeiro ao qüinquagésimo e em ordem crescente, o estudante que ocupa a n-ésima posição na fila deverá fechar ou abrir as portas de números n, 2n, 3n, ... (ou seja, múltiplos de n) conforme estejam abertas ou fechadas, respectivamente, não tocando nas demais. Assim, como todas as portas estão inicialmente fechadas, o primeiro estudante tocará em todas, abrindo-as. O segundo estudante tocará apenas nas portas de números 2, 4, 6, ..., fechando-as, pois vai encontrá-las abertas. O terceiro estudante tocará apenas nas portas de números 3 (fechando-a), 6 (abrindo-a), 9 (fechando-a) e assim por diante. Se A significa "aberta" e F "fechada", após o qüinquagésimo estudante ter realizado sua tarefa, as portas de números 4, 17 e 39 ficarão, respectivamente,

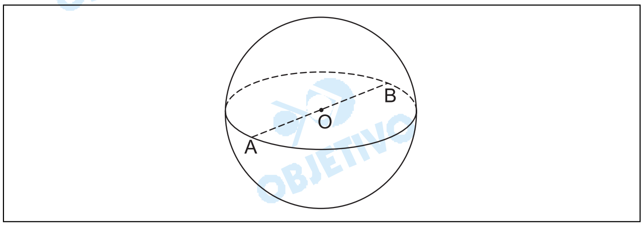
a) F, A e A.
b) F, A e F.
c) F, F e A.
d) A, F e A.
e) A, F e F.

Resolução

	Porta 4	*Porta 17*	*Porta 39*
Aluno 1	*A*	*A*	*A*
Aluno 2	*F*		
Aluno 3			*F*
Aluno 4	*A*		
Aluno 13			*A*
Aluno 17		*F*	
Aluno 39			*F*

10 a

Um inseto vai se deslocar sobre uma superfície esférica de raio 50 cm, desde um ponto A até um ponto B, diametralmente opostos, conforme a figura.



O menor trajeto possível que o inseto pode percorrer tem comprimento igual a:

a) $\dfrac{\pi}{2}$ m. b) π m. c) $\dfrac{3\pi}{2}$ m.

d) 2π m. e) 3π m.

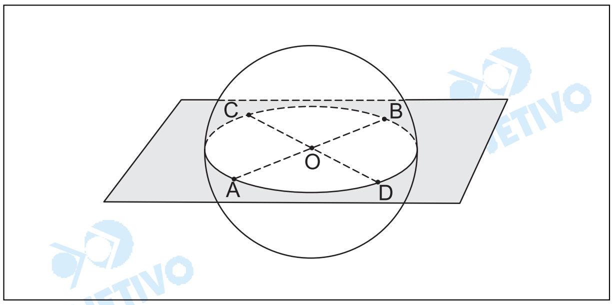
Resolução

Um trajeto possível que o inseto pode percorrer é a semicircunferência de centro 0 e raio 50cm.

Na figura, pode ser a semicircunferência $\overset{\frown}{ACB}$ *ou a semicircunferência* $\overset{\frown}{ADB}$*, ambas de comprimento*

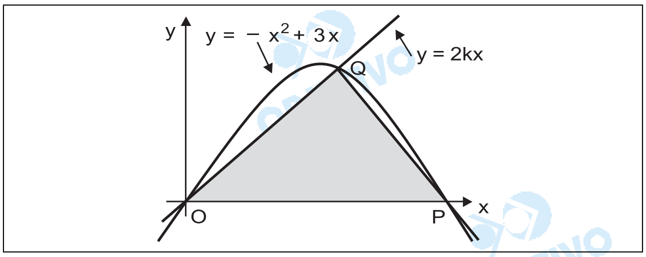
$$\frac{2\,.\,\pi\,.\,50}{2} = 50\pi \text{ cm} = \frac{\pi}{2} \text{ m}$$

que é o menor valor, dos cinco apresentados.



11 b

Na figura, estão representados, no plano cartesiano xOy, a reta de equação y = 2kx, $0 \le k \le 3/2$, a parábola de equação $y = -x^2 + 3x$ e os pontos O, P e Q de intersecções da parábola com o eixo Ox e da reta com a parábola.



Nestas condições, o valor de k para que a área do triângulo OPQ seja a maior possível é:

a) $\dfrac{1}{2}$. b) $\dfrac{3}{4}$. c) $\dfrac{9}{8}$. d) $\dfrac{11}{8}$. e) $\dfrac{3}{2}$.

Resolução

A parábola $y = -x^2 + 3x$ *tem vértice* $V\left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{9}{4}\right)$

A área do triângulo OPQ é máxima quando a reta $y = 2kx$ *passa pelo vértice, portanto:*

$$\frac{9}{4} = 2 \,.\, k \,.\, \frac{3}{2} \Leftrightarrow k = \frac{3}{4}$$

12 d

Se |A| denota o determinante da matriz A, e se

$$A = \begin{pmatrix} |A| & 1 \\ 2 & |A| \end{pmatrix},$$

então,

a) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$, se $|A| < 0$.

c) $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, se $|A| > 0$.

d) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ ou $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

e) $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ ou $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Resolução

Se |A| denota o determinante da matriz A então:

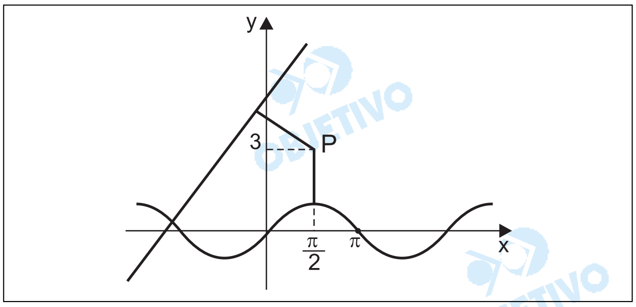
$$A = \begin{pmatrix} |A| & 1 \\ 2 & |A| \end{pmatrix} \Rightarrow |A| = |A|^2 - 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |A|^2 - |A| - 2 = 0 \Leftrightarrow |A| = 2 \text{ ou } |A| = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \text{ ou } A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

13 e

Considere a reta de equação $4x - 3y + 15 = 0$, a senóide de equação $y = \text{sen}(x)$ e o ponto $P = \left(\frac{\pi}{2}, 3\right)$, conforme a figura.



A soma das distâncias de P à reta e de P à senóide é:

a) $\frac{12 + 2\pi}{5}$. b) $\frac{13 + 2\pi}{5}$. c) $\frac{14 + 2\pi}{5}$.

d) $\frac{15 + 2\pi}{5}$. e) $\frac{16 + 2\pi}{5}$.

Resolução

A distância de $P\left(\frac{\pi}{2}; 3\right)$ *à reta* ***r*** *é:*

$$d_1 = \frac{\left| 4 \cdot \frac{\pi}{2} - 3 \cdot 3 + 15 \right|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{|2\pi + 6|}{5} = \frac{2\pi + 6}{5}$$

A distância de $P\left(\frac{\pi}{2}; 3\right)$ *à senóide é:* $d_2 = 3 - 1 = 2$

Então: $d_1 + d_2 = \frac{2\pi + 6}{5} + 2 = \frac{16 + 2\pi}{5}$

14 c

Os alunos quartanistas do curso diurno e do curso noturno de uma faculdade se submeteram a uma prova de seleção, visando à participação numa olimpíada internacional. Dentre os que tiraram nota 9,5 ou 10,0 será escolhido um aluno, por sorteio.

Nota	Curso	
	Diurno	Noturno
9,5	6	7
10,0	5	8

Com base na tabela, a probabilidade de que o aluno sorteado tenha tirado nota 10,0 e seja do curso noturno é:

a) $\frac{12}{26}$ b) $\frac{6}{14}$ c) $\frac{4}{13}$ d) $\frac{12}{52}$ e) $\frac{1}{6}$

Resolução

Dos 11 + 15 = 26 alunos, existem 8 alunos nota 10 do curso noturno. Então:

$$P = \frac{8}{26} = \frac{4}{13}$$

15 d

Numa determinada livraria, a soma dos preços de aquisição de dois lápis e um estojo é R$ 10,00. O preço do estojo é R$ 5,00 mais barato que o preço de três lápis. A soma dos preços de aquisição de um estojo e de um lápis é

a) R$ 3,00. b) R$ 4,00. c) R$ 6,00.
d) R$ 7,00. e) R$ 12,00.

Resolução

x é o preço de 1 lápis e
y é o preço de 1 estojo
Tem-se que:

$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3 \text{ e } y = 4$$

Portanto: x + y = 7