MATEMÁTICA

1 a

O valor da expressão $y = \dfrac{0{,}49 - x^2}{0{,}7 + x}$ para $x = -1{,}3$ é:

a) 2 b) – 2 c) 2,6 d) 1,3 e) – 1,3

Resolução

$$y = \frac{0{,}49 - x^2}{0{,}7 + x} = \frac{(0{,}7 + x)(0{,}7 - x)}{(0{,}7 + x)} = 0{,}7 - x.$$

Para $x = -1{,}3$ *resulta*

$y = 0{,}7 - (-1{,}3) = 0{,}7 + 1{,}3 = 2$

2 e

A soma dos valores inteiros de x que satisfazem simultaneamente as desigualdades: $|x - 5| < 3$ e $|x - 4| \geq 1$ é:

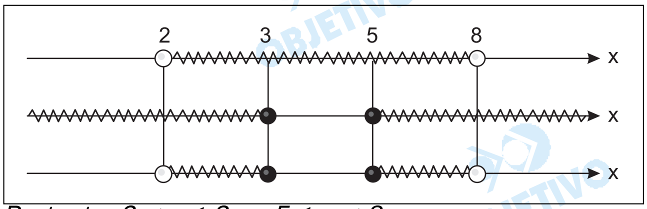
a) 25 b) 13 c) 16 d) 18 e) 21

Resolução

a) $|x - 5| < 3 \Leftrightarrow -3 < x - 5 < 3 \Leftrightarrow 2 < x < 8$

b) $|x - 4| \geq 1 \Leftrightarrow x - 4 \leq -1$ ou $x - 4 \geq 1 \Leftrightarrow x \leq 3$ ou $x \geq 5$

De ***a*** *e* ***b*** *resulta:*



Portanto, $2 < x \leq 3$ *ou* $5 \leq x < 8$.

Os valores inteiros de $\boldsymbol{x}$ *que satisfazem simultaneamente as duas desigualdades do enunciado são 3, 5, 6 e 7. A soma desses números é* $3 + 5 + 6 + 7 = 21$.

3 d

A e B são matrizes e A^t é a matriz transposta de A.

Se $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & y \\ x & 2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$, então a matriz $A^t \cdot B$

será nula para:

a) $x + y = -3$ b) $x \cdot y = 2$

c) $\dfrac{x}{y} = -4$ d) $x \cdot y^2 = -1$

c) $\dfrac{y}{x} = -8$

Resolução

$$A^t \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & x \\ -3 & y & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 + 2 + x = 0 \\ -3 + 2y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$$

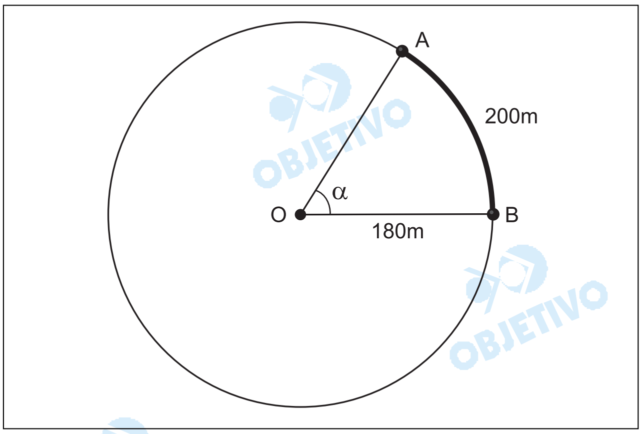
Dessa forma: $x \cdot y^2 = (-4) \cdot \dfrac{1}{4} = -1$

4 a

Em uma cidade do interior, a praça principal, em forma de um setor circular de 180 metros de raio e 200 metros de comprimento do arco, ficou lotada no comício político de um candidato a prefeito.
Admitindo uma ocupação média de 4 pessoas por metro quadrado, a melhor estimativa do número de pessoas presentes ao comício é:

a) 70 mil b) 30 mil c) 100 mil
d) 90 mil e) 40 mil

Resolução



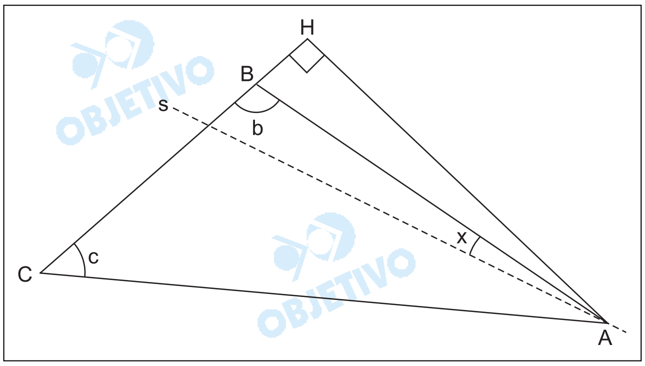
Sendo $\alpha = \dfrac{200}{180}$ *a medida, em radianos, do ângulo central* $A\hat{O}B$ *e S a área do setor circular correspondente, temos*

$$\frac{S}{\pi \cdot 180^2} = \frac{\dfrac{20}{18}}{2\pi} \Rightarrow S = 18\,000 m^2$$

Admitindo uma ocupação média de 4 pessoas por metro quadrado, estima-se a presença de $4 \cdot 18000 = 72000$ *pessoas presentes ao comício.*
Dentre as alternativas, a que apresenta a melhor estimativa é A.

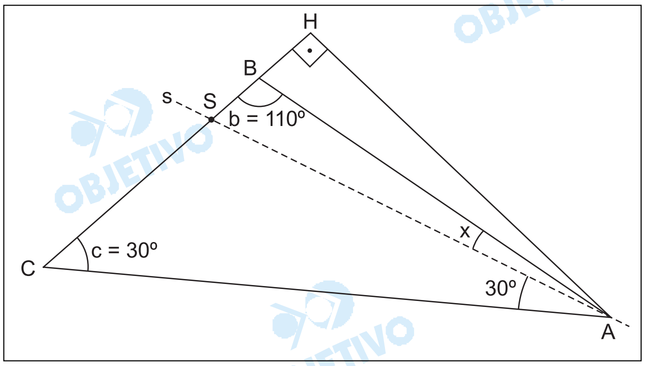
5 d

Na figura ao lado, o triângulo AHC é retângulo em H e s é a reta suporte da bissetriz do ângulo CÂH.
Se c = 30° e b = 110°, então:



a) x = 15°   b) x = 30°   c) x = 20°
d) x = 10°   e) x = 5°

Resolução



1) $\overrightarrow{AS}$ é bissetriz de $C\hat{A}H \Rightarrow C\hat{A}S = \dfrac{C\hat{A}H}{2} =$

$$= \frac{90° - c}{2} = \frac{90° - 30°}{2} = 30°$$

2) No triângulo ABC tem-se:

$b + c + x + C\hat{A}S = 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow 110° + 30° + x + 30° = 180 \Leftrightarrow x = 10°$

6 e

Se $\binom{n-1}{5} + \binom{n-1}{6} = \dfrac{n^2 - n}{2}$, então n é igual a:

a) 4 b) 6 c) 9 d) 5 e) 8

Resolução

Lembrando que $\binom{n}{2} = \dfrac{n!}{2!\,(n-2)!} = \dfrac{n^2-n}{2}$,

que $\binom{n-1}{5} + \binom{n-1}{6} = \binom{n}{6}$ *(relação de Stifel)*

e supondo n > 6 temos:

$$\binom{n-1}{5} + \binom{n-1}{6} = \frac{n^2-n}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \binom{n}{6} = \binom{n}{2} \Rightarrow n = 6 + 2 = 8$$

7 b

Seja $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & \sec x & \text{tg } x \\ 0 & \text{tg } x & \sec x \end{vmatrix}$. Se D = 0 e $\pi \le x \le 2\pi$,

então:

a) $x = \pi$ b) $x = 2\pi$ c) $x = \dfrac{5\pi}{4}$

d) $x = \dfrac{4\pi}{3}$ e) $x = \dfrac{7\pi}{6}$

Resolução

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & \sec x & \text{tg } x \\ 0 & \text{tg } x & \sec x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sec^2 x - \text{tg}^2 x - \sec x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sec^2 x - \sec^2 x + 1 - \sec x = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sec x = 1 \Rightarrow \cos x = 1$$

Temos:

$$\begin{cases} \cos x = 1 \\ \pi \le x \le 2\pi \end{cases} \Rightarrow x = 2\pi$$

8 C

A rede *Corcovado* de hipermercados promove a venda de uma máquina fotográfica digital pela seguinte oferta: *"Leve agora e pague daqui a 3 meses"*. Caso o pagamento seja feito à vista, *Corcovado* oferece ao consumidor um desconto de 20%.
Caso um consumidor prefira aproveitar a oferta, pagando no final do 3º mês após a compra, a taxa anual de juros simples que estará sendo aplicada no financiamento é de:
a) 20% b) 50% c) 100% d) 80% e) 120%

Resolução

*Seja **x** o preço sem desconto da máquina fotográfica e **i** a taxa anual de juros simples cobrada pela loja.*

Então, $\dfrac{0{,}8x \,.\, i \,.\, \dfrac{3}{12}}{100} = 0{,}2x \Leftrightarrow 0{,}2i = 20 \Leftrightarrow i = 100.$

9 C

Para produzir um objeto, uma empresa gasta R$ 12,00 por unidade. Além disso, há uma despesa fixa de R$ 4 000,00, independentemente da quantidade produzida. Vendendo os objetos produzidos a R$ 20,00 a unidade, o lucro atual da empresa é de R$ 16 000,00.
Com o intuito de enfrentar a concorrência, a empresa decide reduzir em 15% o preço unitário de venda dos objetos.
Para continuar auferindo o mesmo lucro, o aumento percentual na quantidade vendida deverá ser de:
a) 100% b) 15% c) 60% d) 40% e) 70%

Resolução

Sendo q_i e q_f as quantidades produzidas e vendidas antes e depois da decisão de reduzir o preço unitário, tem-se que o lucro L é tal que:

$L = R\$\ 20{,}00 \,.\, q_i - (R\$\ 4\,000{,}00 + R\$\ 12{,}00 \,.\, q_i) =$

$= 0{,}85 \,.\, R\$\ 20{,}00 \,.\, q_f - (R\$\ 4\,000{,}00 + R\$\ 12{,}00 \,.\, q_f) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow R\$\ 8{,}00 \,.\, q_i = R\$\ 5{,}00\ q_f \Leftrightarrow q_f = \dfrac{8{,}00}{5{,}00}\ q_i$

$\Leftrightarrow q_f = 1{,}60\ q_i \Leftrightarrow q_f = q_i + 60\%\ q_i.$

O aumento percentual na quantidade vendida deverá ser de 60%.

10 b

Em uma comunidade, 80% dos compradores de carros usados são bons pagadores.

Sabe-se que a probabilidade de um bom pagador obter cartão de crédito é de 70%, enquanto que é de apenas 40% a probabilidade de um mau pagador obter cartão de crédito.

Selecionando-se ao acaso um comprador de carro usado dessa comunidade, a probabilidade de que ele tenha cartão de crédito é de:

a) 56% b) 64% c) 70% d) 32% e) 100%

Resolução

A probabilidade de ser selecionado um bom pagador que tenha cartão de crédito é $p_1 = 0,8 \,.\, 0,7 = 0,56 = 56\%$.

A probabilidade de ser selecionado um mau pagador que tenha cartão de crédito é $p_2 = 0,2 \,.\, 0,4 = 0,08 = 8\%$.

A probabilidade pedida é, portanto,

$p = p_1 + p_2 = 56\% + 8\% = 64\%$

11 a

Considere os pontos A = (1, – 2); B = (– 2, 4) e C = (3, 3).

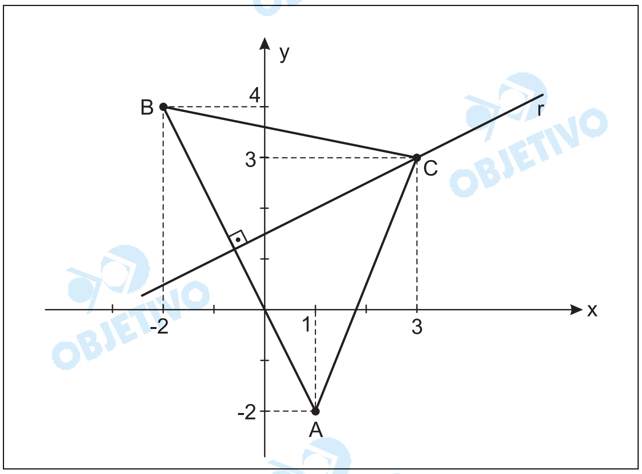
A altura do triângulo ABC pelo vértice C tem equação:

a) 2y – x – 3 = 0 b) y – 2x + 3 = 0

c) 2y + x + 3 = 0 d) y + 2x + 9 = 0

e) 2y + x – 9 = 0

Resolução



Sendo r a reta que contém a altura do triângulo ABC pelo vértice C e sendo, m_{AB} *e* m_r *respectivamente os coeficientes angulares das retas* $\overleftrightarrow{AB}$ *e r, temos:*

$$\begin{cases} m_{AB} = \dfrac{-2-4}{1-(-2)} = -2 \Rightarrow m_r = \dfrac{1}{2} \\ r \perp \overleftrightarrow{AB} \end{cases}$$

Dessa forma, a equação da reta r é

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x-3) \Rightarrow 2y - x - 3 = 0$$

12 e

Considere a função $f(x) = 2 - \dfrac{3\cos^4 x}{4}$. Os valores máximo e mínimo de f(x) são, respectivamente:

a) 1 e – 1 b) 1 e 0 c) 2 e $-\dfrac{3}{4}$

d) 2 e 0 e) 2 e $\dfrac{5}{4}$

Resolução

Observando que $-1 \le \cos x \le 1, \forall x \in \mathbb{R}$, temos

$$0 \le \cos^4 x \le 1 \Rightarrow 0 \le \frac{3\cos^4 x}{4} \le \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{4} \le -\frac{3\cos^4 x}{4} \le 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} \le 2 - \frac{3\cos^4 x}{4} \le 2 \Rightarrow \frac{5}{4} \le f(x) \le 2$$

Os valores máximo e mínimo de f(x) são respectivamente iguais a 2 e $\dfrac{5}{4}$.

13 d

O conjunto solução da equação

$$x\left(\log_2(7^x) + \log_2\left(\frac{7}{3}\right)\right) + \log_2(21^x) = 0,$$ sendo $\log_2(N)$, o logaritmo do número N na base 2 é:

a) Ø b) {0} c) {1} d) {0, – 2} e) {0, 2}

Resolução

$$x \cdot \left[\log_2(7^x) + \log_2\left(\frac{7}{3}\right)\right] + \log_2(21^x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (x \cdot \log_2 7 + \log_2 7 - \log_2 3) + x \cdot \log_2(3 \cdot 7) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (x \log_2 7 + \log_2 7 - \log_2 3 + \log_2 3 + \log_2 7) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (x \log_2 7 + 2 \log_2 7) = 0 \Leftrightarrow x \cdot \log_2 7 \cdot (x + 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -2 \Leftrightarrow V = \{0; -2\}$$

14 c

O polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$ satisfaz as seguintes condições:

$$\begin{cases} P(-1) = 0 \\ e \\ P(x) - P(-x) = x^3 \end{cases}$$, qualquer que seja x real. Então:

a) $P(1) = -1$ b) $P(1) = 0$ c) $P(2) = 0$
d) $P(2) = -8$ e) $P(2) = 12$

Resolução

1) $P(x) - P(-x) = x^3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (ax^3 + bx^2 + cx + 2) - (-ax^3 + ax^2 - cx + 2) = x^3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2ax^3 + 2cx = x^3 \Leftrightarrow 2a = 1 \text{ e } 2c = 0 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{2} \text{ e } c = 0$

2) $P(-1) = 0 \Rightarrow -a + b - c + 2 = 0$

De (1) e (2) resulta

$-\dfrac{1}{2} + b - 0 + 2 = 0 \Leftrightarrow b = -\dfrac{3}{2}$

Logo, o polinômio é $P(x) = \dfrac{1}{2} x^3 - \dfrac{3}{2} x^2 + 2$ *e*

$P(2) = \dfrac{1}{2} \cdot 2^3 - \dfrac{3}{2} \cdot 2^2 + 2 = 4 - 6 + 2 = 0$

15 a

O sistema linear $\begin{cases} x + \alpha y - 2z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$ admite solução não–trivial, se:

a) $\alpha = -2$ b) $\alpha \neq -2$
c) $\alpha = 2$ d) $\alpha \neq 2$
e) $\alpha \in$ R, sendo R o conjunto dos números reais.

Resolução

O sistema admite solução não trivial se e somente se

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \alpha = -2$$