Matemática

Questão 1

Uma empresa fabrica componentes eletrônicos; quando são produzidas 1 000 unidades por mês, o custo de produção é R$35 000,00. Quando são fabricadas 2 000 unidades por mês, o custo é R$65 000,00.
Admitindo que o custo mensal seja uma função polinomial de 1° grau em termo do número de unidades produzidas, podemos afirmar que o custo (em reais) de produção de 0 (zero) unidade é:

a) 1 000 b) 2 000 c) 5 000
d) 3 000 e) 4 000

alternativa C

O custo de produção de 1 000 unidades por mês é R$ 35.000,00 e o de 2 000 unidades, R$ 65.000,00.
Sendo y o custo mensal, em reais, e x o número de unidades produzidas ao mês, y = ax + b e, desse modo, $\begin{cases} 1\,000a + b = 35\,000 \\ 2\,000a + b = 65\,000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 30 \\ b = 5\,000 \end{cases}$.

Assim, o custo de produção de zero unidade é $y = 30 \cdot 0 + 5\,000 = 5\,000$ *reais.*

Questão 2

Um computador desvaloriza-se exponencialmente em função do tempo, de modo que seu valor y, daqui a x anos, será $y = A \cdot k^x$, em que A e k são constantes positivas.
Se hoje o computador vale R$5 000,00 e valerá a metade desse valor daqui a 2 anos, seu valor daqui a 6 anos será:

a) R$625,00 b) R$550,00
c) R$575,00 d) R$600,00
e) R$650,00

alternativa A

Como hoje o computador vale R$ 5.000,00 e daqui a 2 anos valerá R$ 2.500,00, temos:

$$\begin{cases} 5\,000 = A \cdot k^0 \\ 2\,500 = A \cdot k^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 5\,000 \\ k^2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Logo o valor do computador daqui a 6 anos será $y = 5\,000 \cdot k^6 = 5\,000 \cdot (k^2)^3 = 5\,000 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$ $= 625$ *reais.*

Questão 3

Daqui a t anos, o número de habitantes de uma cidade será $N = 40\,000(1{,}02)^t$. O valor de t para que a população dobre em relação a de hoje é:

a) $\frac{\log 2}{\log 1{,}02}$ b) 50
c) $(\log 2)(\log 1{,}02)$ d) $2\frac{\log 2}{\log 1{,}02}$
e) $2(\log 2)(\log 1{,}02)$

alternativa A

A população de hoje (t = 0) é N = 40 000 habitantes.
O valor de t para que a população seja $2 \cdot 40\,000$ *habitantes é:*
$$2 \cdot 40\,000 = 40\,000(1{,}02)^t \Leftrightarrow 2 = (1{,}02)^t \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \log 2 = t \cdot \log 1{,}02 \Leftrightarrow t = \frac{\log 2}{\log 1{,}02}$$

Questão 4

Em uma cidade freqüentada por viajantes em férias, estima-se que o número de pessoas empregadas dependa da época do ano, e pode ser aproximada pela função:
$$N = 10 + 2\,\text{sen}(2\pi x)$$
em que, N é o número de pessoas empregadas (em milhares) e $x = 0$ representa o início do ano 2 005, $x = 1$ o início do ano 2 006 e assim por diante. O número de empregados atinge o menor valor:

a) No início do 1° trimestre de cada ano.
b) No início do 2° trimestre de cada ano.
c) No início do 3° trimestre de cada ano.
d) No início e no meio de cada ano.
e) No início do 4° trimestre de cada ano.

alternativa E

O número N, de empregados, atinge o menor valor se, e somente se, sen($2\pi x$) for mínimo, isto é, $\text{sen}(2\pi x) = -1 \Leftrightarrow 2\pi x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \ (k \in N) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x = \frac{3}{4} + k \ (k \in N)$. Como o ano tem 4 trimestres, o número de empregados atinge o menor valor no início do 4º trimestre de cada ano.

Questão 5

A equação $\frac{5x-3}{x-2} - \frac{5x+3}{x+2} = 0$ tem uma raiz que é um número:

a) Maior que 2
b) Menor que –2
c) Par
d) Primo
e) Divisor de 10

alternativa C

$$\frac{5x-3}{x-2} - \frac{5x+3}{x+2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} (5x-3)(x+2) - (5x+3)(x-2) = 0 \\ (x-2)(x+2) \neq 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} 14x = 0 \\ (x \neq 2 \text{ e } x \neq -2) \end{array} \right. \Leftrightarrow x = 0, \text{ que é par.}$$

Questão 6

Pedro aplicou R\$20 000,00 por um ano em dois fundos A e B. O fundo A rendeu 10% e B rendeu 25%. Sabendo que o ganho proporcionado pelo fundo B foi superior ao de A em R\$100,00, podemos afirmar que a diferença (em valor absoluto) dos valores aplicados em cada fundo foi de:

a) R\$8 000,00
b) R\$7 000,00
c) R\$5 000,00
d) R\$6 000,00
e) R\$9 000,00

alternativa A

Sejam x e 20 000 – x os valores aplicados, em reais, nos fundos A e B, respectivamente. Os ganhos proporcionados pelos fundos A e B são, respectivamente, 0,10x e 0,25(20 000 – x).
Assim, $0{,}25(20\,000 - x) - 0{,}10x = 100 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 14\,000$.
Logo a diferença entre os valores aplicados em cada fundo é 14 000 – (20 000 – 14 000) = 8 000 reais.

Questão 7

Dividindo o polinômio $P(x)$ por $x^2 + x - 1$ obtém-se quociente igual a $x - 5$ e resto igual a $13x + 5$. O valor de $P(1)$ é:

a) 12
b) 13
c) 15
d) 16
e) 14

alternativa E

$P(x) = (x^2 + x - 1) \cdot (x - 5) + 13x + 5$. Assim,
$P(1) = (1^2 + 1 - 1) \cdot (1 - 5) + 13 \cdot 1 + 5 = 14$.

Questão 8

Deseja-se criar uma senha para os usuários de um sistema, começando por três letras escolhidas entre as cinco A, B, C, D e E seguidas de quatro algarismos escolhidos entre 0, 2, 4, 6 e 8.
Se entre as letras puder haver repetição, mas se os algarismos forem todos distintos, o número total de senhas possíveis é:

a) 78 125
b) 7 200
c) 15 000
d) 6 420
e) 50

alternativa C

Como entre as três letras pode haver repetição, há $5 \cdot 5 \cdot 5$ escolhas possíveis. Já entre os quatro algarismos não pode haver repetição, havendo assim $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$ escolhas possíveis. Logo o número total de senhas possíveis é $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 15\,000$.

Questão 9

Uma urna contém quatro fichas numeradas, sendo:

- A 1ª com o número 5
- A 2ª com o número 10
- A 3ª com o número 15
- A 4ª com o número 20

Uma ficha é sorteada, tem seu número anotado e é recolocada na urna; em seguida outra ficha é sorteada e anotado seu número.
A probabilidade de que a média aritmética dos dois números sorteados esteja entre 6 e 14 é:

a) 5/12
b) 9/16
c) 6/13
d) 7/14
e) 8/15

alternativa B

As possíveis médias dos dois números sorteados estão na tabela a seguir, onde x é o resultado do primeiro sorteio e y, do segundo.

y \ x	5	10	15	20
5	5	7,5	10	12,5
10	7,5	10	12,5	15
15	10	12,5	15	17,5
20	12,5	15	17,5	20

Podemos observar na tabela que, dentre as 16 maneiras de sortear os dois números, em 9 obtemos a média dos dois números entre 6 e 14. Assim, a probabilidade procurada é $\frac{9}{16}$.

Questão 10

Em uma pesquisa de opinião sobre um projeto de lei, uma amostra de adultos de uma cidade revelou que:

- 360 eram a favor da lei.
- 480 eram contra a lei.
- 44% dos entrevistados não tinham opinião formada.

A porcentagem de adultos favoráveis à lei, em relação ao total de entrevistados, foi:

a) 21% b) 22% c) 24% d) 23% e) 25%

alternativa C

Como 44% dos entrevistados não tinham opinião formada, os 360 + 480 = 840 entrevistados que opinaram a favor ou contra a lei correspondem a 100% − 44% = 56% do total de entrevistados. Assim, o total de entrevistados é $\frac{840}{0{,}56} = 1\,500$ *e a porcentagem de adultos favoráveis à lei em relação ao total de entrevistados é* $\frac{360}{1\,500} = 0{,}24 = 24\%$.

Questão 11

Uma função $f(x)$ é tal que $f(2) = 0{,}4$ e $f(3) = -0{,}6$. Admitindo que para x entre 2 e 3 o gráfico seja um segmento de reta, podemos afirmar que o valor de k, tal que $f(k) = 0$, é:

a) 2,40 b) 2,35 c) 2,45
d) 2,50 e) 2,55

alternativa A

Como entre 2 e 3 o gráfico de f(x) é um segmento de reta, considerando o seu coeficiente angular $\frac{f(k) - f(2)}{k - 2} = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{0 - 0{,}4}{k - 2} = \frac{-0{,}6 - 0{,}4}{1} \Leftrightarrow k = 2{,}4.$$

Questão 12

Uma piscina com o formato de um paralelepípedo retângulo tem dimensões, em metros, iguais a 20 por 8 por h, em que h é a profundidade. Quando ela está cheia de água até 80% de sua capacidade, o volume de água é 256 m^3. Podemos concluir que a medida em metros de h é:

a) Um número racional não inteiro.
b) Um número inteiro.
c) Um número menor que 1,8.
d) Um número maior que 2,2.
e) Um número irracional.

alternativa B

O volume, em m^3, *da piscina é igual a* $20 \cdot 8 \cdot h = 160h$.
Como ela está cheia até 80% de sua capacidade, $\frac{80}{100} \cdot 160h = 256 \Leftrightarrow h = 2$ *m, que é um número inteiro.*

Questão 13

No plano cartesiano, seja P o ponto situado no 1º quadrante e pertencente à reta de equação $y = 3x$. Sabendo que a distância de P à reta de equação $3x + 4y = 0$ é igual a 3, podemos afirmar que a soma das coordenadas de P vale:

a) 5,6 b) 5,2 c) 4,8 d) 4,0 e) 4,4

alternativa D

Como o ponto P pertence ao 1º quadrante e à reta $y = 3x$, *então* $P = (a; 3a)$, *sendo* $a > 0$.
Sabendo que a distância de P à reta $3x + 4y = 0$ *é 3,* $\frac{|3a + 4 \cdot 3a + 0|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \Leftrightarrow \frac{|15a|}{5} = 3 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3a = 3 \Leftrightarrow a = 1$.
Portanto $P = (1; 3)$ *e a soma de suas coordenadas é* $1 + 3 = 4$.

Questão 14

No plano cartesiano, a circunferência que passa pelo ponto P(1,3) e é concêntrica com a circunferência $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 1 = 0$ tem a seguinte equação:

a) $x^2 + y^2 + 6x + 8y - 40 = 0$
b) $x^2 + y^2 - 3x - 4y + 5 = 0$
c) $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 20 = 0$
d) $x^2 + y^2 + 3x + 4y - 25 = 0$
e) $x^2 + y^2 - 3x + 4y - 19 = 0$

alternativa C

A circunferência de equação $x^2 + y^2 - 6x - 8y - 1 = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 = 26$ tem centro no ponto (3; 4). Como a circunferência de equação pedida é concêntrica com a anterior e passa pelo ponto P (1; 3), seu raio é $r = \sqrt{(3-1)^2 + (4-3)^2} \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow r = \sqrt{5}$ e sua equação é $(x-3)^2 + (y-4)^2 =$ $= (\sqrt{5})^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6x - 8y + 20 = 0$.

Questão 15

Um supermercado passou a vender certo produto com 10% de desconto; nessas condições, sua margem de contribuição é igual a 35% do custo. Comumente, chama-se “margem de contribuição” à diferença entre o preço da venda do produto e o valor (custo) pago pelo supermercado pelo produto.
Podemos afirmar que a margem de contribuição em relação ao custo antes do desconto era:

a) 45%
b) 47,5%
c) 55%
d) 50%
e) 52,5%

alternativa D

Sejam v o preço de venda sem o desconto e c o preço de custo do produto. Considerando a margem de contribuição com o desconto, temos que $(1 - 0{,}10)v - c = 0{,}35 \cdot c \Leftrightarrow 0{,}9v = 1{,}35c \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow v = 1{,}5c$.
Portanto, a margem de contribuição antes do desconto é $v - c = 1{,}5c - c = 0{,}5$, ou seja, 50% em relação ao custo.