

Questão 1

Quando camadas adjacentes de um fluido viscoso deslizam regularmente umas sobre as outras, o escoamento resultante é dito laminar. Sob certas condições, o aumento da velocidade provoca o regime de escoamento turbulento, que é caracterizado pelos movimentos irregulares (aleatórios) das partículas do fluido. Observa-se, experimentalmente, que o regime de escoamento (laminar ou turbulento) depende de um parâmetro adimensional (Número de Reynolds) dado por $R = \rho^\alpha v^\beta d^\gamma \eta^\tau$, em que ρ é a densidade do fluido, v , sua velocidade, η , seu coeficiente de viscosidade, e d , uma distância característica associada à geometria do meio que circunda o fluido. Por outro lado, num outro tipo de experimento, sabe-se que uma esfera, de diâmetro D , que se movimenta num meio fluido, sofre a ação de uma força de arrasto viscoso dada por $F = 3\pi D\eta v$.

Assim sendo, com relação aos respectivos valores de α , β , γ e τ , uma das soluções é

- $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 1, \tau = -1$.
- $\alpha = 1, \beta = -1, \gamma = 1, \tau = 1$.
- $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = -1, \tau = 1$.
- $\alpha = -1, \beta = 1, \gamma = 1, \tau = 1$.
- $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 0, \tau = 1$.

alternativa A

Utilizando as dimensões fundamentais M , L e T e sendo $F = 3\pi D\eta v$, temos:

$$[\eta] = \frac{[F]}{[D][v]} = \frac{MLT^{-2}}{LT^{-1}} = ML^{-1}T^{-1}$$

Assim, da expressão do número de Reynolds, vem:

$$[R] = [\rho]^\alpha [v]^\beta [d]^\gamma [\eta]^\tau$$

$$[\rho] = ML^{-3}$$

$$[v] = LT^{-1}$$

$$[d] = L$$

$$[\eta] = ML^{-1}T^{-1}$$

$$\Rightarrow M^0 L^0 T^0 = M^{\alpha} L^{-3\alpha} L^{\beta} T^{-\beta} L^{\gamma} M^{\tau} L^{-\tau} T^{-\tau} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M^0 L^0 T^0 = M^{\alpha+\tau} L^{-3\alpha+\beta+\gamma-\tau} T^{-\beta-\tau}$$

Comparando os expoentes, temos:

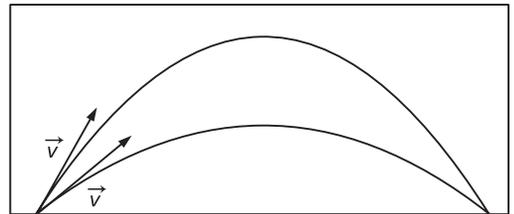
$$\begin{cases} \alpha + \tau = 0 \\ -\beta - \tau = 0 \\ -3\alpha + \beta + \gamma - \tau = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \beta = -\tau \\ -3\alpha + \alpha + \gamma + \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \beta = \gamma = -\tau$$

Assim, com relação aos respectivos valores de α , β , γ e τ , uma das soluções é $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 1$ e $\tau = -1$.

Questão 2

Um projétil de densidade ρ_p é lançado com um ângulo α em relação à horizontal no interior de um recipiente vazio. A seguir, o recipiente é preenchido com um superfluido de densidade ρ_s , e o mesmo projétil é novamente lançado dentro dele, só que sob um ângulo β em relação à horizontal. Observa-se, então, que, para uma velocidade inicial \vec{v} do projétil, de mesmo módulo que a do experimento anterior, não se altera a distância alcançada pelo projétil (veja figura). Sabendo que são nulas as forças de atrito num superfluido, podemos então afirmar, com relação ao ângulo β de lançamento do projétil, que



- $\cos \beta = (1 - \rho_s / \rho_p) \cos \alpha$.
- $\sin 2\beta = (1 - \rho_s / \rho_p) \sin 2\alpha$.
- $\sin 2\beta = (1 + \rho_s / \rho_p) \sin 2\alpha$.
- $\sin 2\beta = \sin 2\alpha / (1 + \rho_s / \rho_p)$.
- $\cos 2\beta = \cos \alpha / (1 + \rho_s / \rho_p)$.

alternativa B

Da 1ª situação, vem:

$$\Delta x = \frac{v^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} \quad (1)$$

Para a 2ª situação, temos:

$$P - E = m \cdot a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho_p \cdot \mathcal{N} \cdot g - \rho_s \cdot \mathcal{N} \cdot g = \rho_p \cdot \mathcal{N} \cdot a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{(\rho_p - \rho_s)}{\rho_p} g \Rightarrow a = \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_p}\right) g$$

O alcance horizontal Δx é dado por:

$$\Delta x = \frac{v^2 \cdot \text{sen } 2\beta}{\left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_p}\right) g} \quad (2)$$

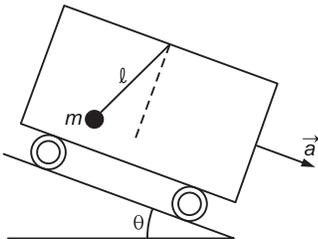
Igualando-se as equações (2) e (1), vem:

$$\frac{v^2 \cdot \text{sen } 2\beta}{\left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_p}\right) g} = \frac{v^2 \cdot \text{sen } 2\alpha}{g} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{sen } 2\beta = \left(1 - \frac{\rho_s}{\rho_p}\right) \cdot \text{sen } 2\alpha}$$

Questão 3

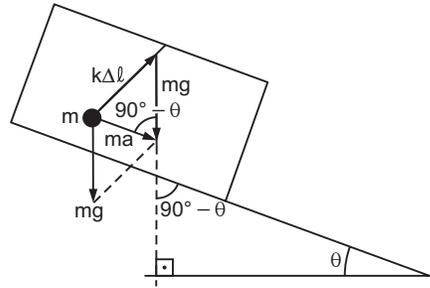
Considere uma rampa de ângulo θ com a horizontal sobre a qual desce um vagão, com aceleração \vec{a} , em cujo teto está dependurada uma mola de comprimento l , de massa desprezível e constante de mola k , tendo uma massa m fixada na sua extremidade. Considerando que l_0 é o comprimento natural da mola e que o sistema está em repouso com relação ao vagão, pode-se dizer que a mola sofreu uma variação de comprimento $\Delta l = l - l_0$ dada por



- a) $\Delta l = mg \text{ sen } \theta / k$.
 b) $\Delta l = mg \text{ cos } \theta / k$.
 c) $\Delta l = mg / k$.
 d) $\Delta l = m\sqrt{a^2 - 2ag \text{ cos } \theta + g^2} / k$.
 e) $\Delta l = m\sqrt{a^2 - 2ag \text{ sen } \theta + g^2} / k$.

alternativa E

Sendo ma a resultante das forças que atuam na massa m , temos o seguinte esquema:



Aplicando o teorema dos co-senos para o triângulo de forças anteriormente apresentado e sendo $\text{cos}(90^\circ - \theta) = \text{sen } \theta$, vem:

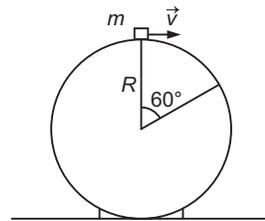
$$(k\Delta l)^2 = (ma)^2 + (mg)^2 - 2(ma)(mg) \cdot$$

$$\cdot \text{cos}(90^\circ - \theta) \Rightarrow k^2 \Delta l^2 = m^2 a^2 + m^2 g^2 - 2m^2 ag \text{ sen } \theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta l = m\sqrt{a^2 - 2ag \text{ sen } \theta + g^2} / k}$$

Questão 4

Um objeto pontual de massa m desliza com velocidade inicial \vec{v} , horizontal, do topo de uma esfera em repouso, de raio R . Ao escorregar pela superfície, o objeto sofre uma força de atrito de módulo constante dado por $f = 7mg/4\pi$. Para que o objeto se desprenda da superfície esférica após percorrer um arco de 60° (veja figura), sua velocidade inicial deve ter o módulo de



- a) $\sqrt{2gR/3}$.
 b) $\sqrt{3gR/2}$.
 c) $\sqrt{6gR/2}$.
 d) $3\sqrt{gR/2}$.
 e) $3\sqrt{gR}$.

alternativa A

Quando o objeto estiver na iminência de se desprender da superfície ($N = 0$), a resultante centrípeta sobre ele será dada por:

$$R_{cp} = \frac{mv'^2}{R} \Rightarrow mg \cos 60^\circ = \frac{mv'^2}{R} \Rightarrow v'^2 = \frac{Rg}{2}$$

Aplicando o Teorema da Energia Cinética para o objeto, do topo até a posição onde ele se desprende, vem:

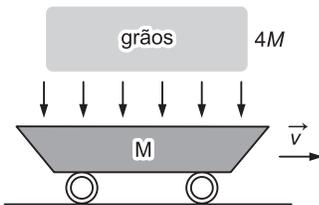
$$\vec{R}\tau = \Delta E_C \Rightarrow \vec{P}\tau + \vec{f}_{at}\tau + \vec{N}\tau = \frac{0}{2} \frac{mv'^2}{2} - \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m'g \frac{R}{2} - \frac{7m'g}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R}{6} = \frac{m'Rg}{4} - \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$$

Questão 5

Um vagão-caçamba de massa M se desprende da locomotiva e corre sobre trilhos horizontais com velocidade constante $v = 72,0$ km/h (portanto, sem resistência de qualquer espécie ao movimento). Em dado instante, a caçamba é preenchida com uma carga de grãos de massa igual a $4M$, despejada verticalmente a partir do repouso de uma altura de $6,00$ m (veja figura). Supondo que toda a energia liberada no processo seja integralmente convertida em calor para o aquecimento exclusivo dos grãos, então, a quantidade de calor por unidade de massa recebido pelos grãos é



- a) 15 J/kg.
- b) 80 J/kg.
- c) 100 J/kg.
- d) 463 J/kg.
- e) 578 J/kg.

alternativa C

Na horizontal o sistema é isolado. Assim, temos:

$$\vec{Q}_{antes} = \vec{Q}_{depois} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4M \cdot 0 + M \cdot 20 = (4M + M) \cdot v' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 20 \cdot M = 5Mv' \Rightarrow v' = 4,0 \text{ m/s}$$

Admitindo $g = 10 \text{ m/s}^2$ e desprezando o diâmetro das rodas do vagão ($h = 6 \text{ m}$ para um plano horizontal de referência no fundo do vagão), a energia mecânica inicial do sistema é dada por:

$$E_M = E_P + E_C = 4Mgh + \frac{Mv^2}{2} =$$

$$= 4M \cdot 10 \cdot 6 + \frac{M \cdot 20^2}{2} = 440M$$

A energia mecânica final do sistema é dada por:

$$E'_M = E'_C = \frac{(4M + M)v'^2}{2} = \frac{5M \cdot 4^2}{2} = 40M$$

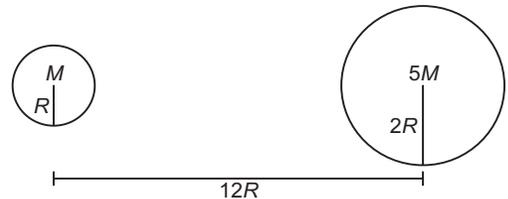
Assim, a quantidade de calor por unidade de massa dos grãos (Q) é obtida de:

$$Q = \frac{440M - 40M}{4M} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = 100 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Questão 6

Dois corpos esféricos de massa M e $5M$ e raios R e $2R$, respectivamente, são liberados no espaço livre. Considerando que a única força interveniente seja a da atração gravitacional mútua, e que seja de $12R$ a distância de separação inicial entre os centros dos corpos, então, o espaço percorrido pelo corpo menor até a colisão será de



- a) $1,5R$.
- b) $2,5R$.
- c) $4,5R$.
- d) $7,5R$.
- e) $10,0R$.

alternativa D

Admitindo que as duas esferas são homogêneas e adotando o referencial no centro do corpo menor, o centro de massa \bar{x} do sistema, o qual permanece constante no espaço já que o sistema está isolado, é dado por:

$$\bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \bar{x} = \frac{M \cdot 0 + 5M \cdot 12R}{M + 5M} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{60MR}{6M} \Rightarrow \bar{x} = 10R$$

No instante da colisão, adotando o referencial no centro do corpo menor, a posição do centro de massa desses dois corpos é:

$$\bar{x}' = \frac{m_1 x_1' + m_2 x_2'}{m_1 + m_2} \Rightarrow \bar{x}' = \frac{M \cdot 0 + 5M \cdot 3R}{M + 5M} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{x}' = \frac{15MR}{6M} \Rightarrow \bar{x}' = 2,5R$$

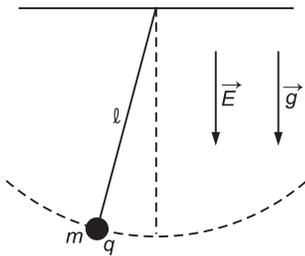
Assim, o espaço percorrido d pelo corpo menor até a colisão é:

$$d = \bar{x} - \bar{x}' \Rightarrow d = 10R - 2,5R \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 7,5R}$$

Questão 7

Considere um pêndulo de comprimento l , tendo na sua extremidade uma esfera de massa m com uma carga elétrica positiva q . A seguir, esse pêndulo é colocado num campo elétrico uniforme \vec{E} que atua na mesma direção e sentido da aceleração da gravidade \vec{g} . Deslocando-se essa carga ligeiramente de sua posição de equilíbrio e soltando-a, ela executa um movimento harmônico simples, cujo período é



- a) $T = 2\pi\sqrt{l/g}$.
 b) $T = 2\pi\sqrt{l/(g + q)}$.
 c) $T = 2\pi\sqrt{ml/(qE)}$.
 d) $T = 2\pi\sqrt{ml/(mg - qE)}$.
 e) $T = 2\pi\sqrt{ml/(mg + qE)}$.

alternativa E

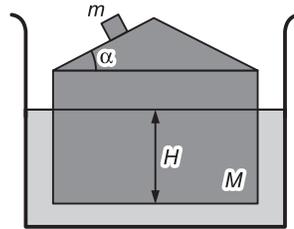
Sabendo que, nessas condições, a aceleração aparente g' é dada por $g' = g + \frac{qE}{m}$, temos que:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{qE}{m}}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{(mg + qE)}}$$

Questão 8

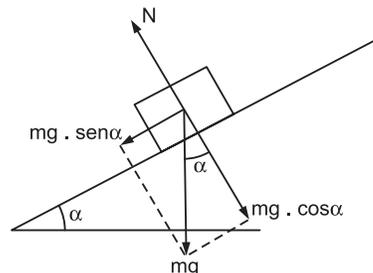
Um pequeno objeto de massa m desliza sem atrito sobre um bloco de massa M com o formato de uma casa (veja figura). A área da base do bloco é S e o ângulo que o plano superior do bloco forma com a horizontal é α . O bloco flutua em um líquido de densidade ρ , permanecendo, por hipótese, na vertical durante todo o experimento. Após o objeto deixar o plano e o bloco voltar à posição de equilíbrio, o decréscimo da altura submersa do bloco é igual a



- a) $m \sin \alpha / Sp$.
 b) $m \cos^2 \alpha / Sp$.
 c) $m \cos \alpha / Sp$.
 d) m / Sp .
 e) $(m + M) / Sp$.

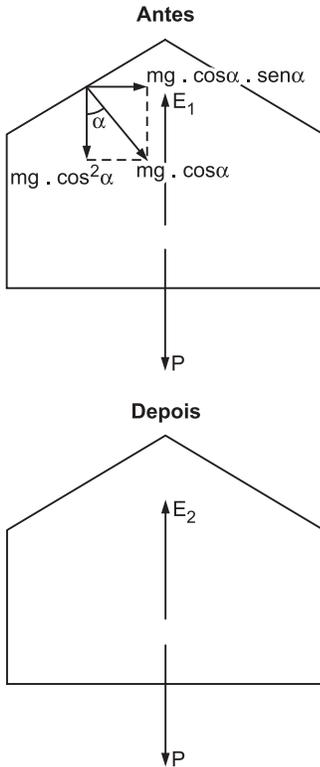
alternativa B

Isolando-se o pequeno objeto de massa m , vem:



Assim, temos $N = mg \cos \alpha$.

Isolando-se o bloco de massa M antes e depois de o pequeno objeto deixar o plano, vem:



Para o equilíbrio do bloco na vertical, devemos ter:

$$E_1 = P + mg \cos^2 \alpha \text{ e } E_2 = P$$

Assim, vem:

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \cancel{P} + mg \cos^2 \alpha - \cancel{P} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho \cdot g \cdot S \cdot \Delta H = mg \cos^2 \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta H = \frac{m \cdot \cos^2 \alpha}{S \cdot \rho}$$

Questão 9

Situa-se um objeto a uma distância p diante de uma lente convergente de distância focal f , de modo a obter uma imagem real a uma distância p' da lente. Considerando a condição de mínima distância entre imagem e objeto, então é correto afirmar que

- $p^3 + fpp' + p'^3 = 5f^3$.
- $p^3 + fpp' + p'^3 = 10f^3$.
- $p^3 + fpp' + p'^3 = 20f^3$.
- $p^3 + fpp' + p'^3 = 25f^3$.
- $p^3 + fpp' + p'^3 = 30f^3$.

alternativa C

A partir da equação dos pontos conjugados e considerando as condições de mínima distância, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \Rightarrow x = 2f$$

$$p = p' = x$$

Então é correto afirmar que:

$$p^3 + fpp' + p'^3 = x^3 + fx^2 + x^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p^3 + fpp' + p'^3 = 2x^3 + fx^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p^3 + fpp' + p'^3 = 2(2f)^3 + f(2f)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow p^3 + fpp' + p'^3 = 20f^3$$

Questão 10

Uma banda de rock irradia uma certa potência em um nível de intensidade sonora igual a 70 decibéis. Para elevar esse nível a 120 decibéis, a potência irradiada deverá ser elevada de

- 71%.
- 171%.
- 7 100%.
- 9 999 900%.
- 10 000 000%.

alternativa D

Da Equação de Weber-Fechner, temos:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \begin{cases} 70 = 10 \log \frac{I_1}{I_0} \\ 120 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 10^7 I_0 \\ I_2 = 10^{12} I_0 \end{cases}$$

Portanto, a potência irradiada deverá ser elevada de:

$$\Delta I = \left(\frac{I_2}{I_1} - 1 \right) \cdot 100\% = \left(\frac{10^{12} I_0}{10^7 I_0} - 1 \right) \cdot 100\% \Rightarrow$$

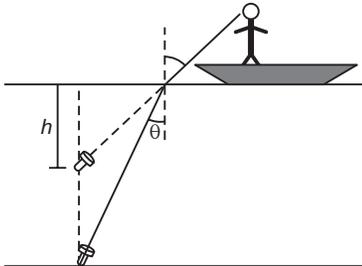
$$\Rightarrow \Delta I = 9\,999\,900\%$$

Obs.: a grafia correta da unidade de intensidade sonora, no plural, é decibels.

Questão 11

Um pescador deixa cair uma lanterna acesa em um lago a 10,0 m de profundidade. No fundo do lago, a lanterna emite um feixe luminoso formando um pequeno ângulo θ com a verti-

cal (veja figura). Considere: $\tan\theta \approx \sin\theta \approx \theta$ e o índice de refração da água $n = 1,33$. Então, a profundidade aparente h vista pelo pescador é igual a



- a) 2,5 m. b) 5,0 m. c) 7,5 m.
d) 8,0 m. e) 9,0 m.

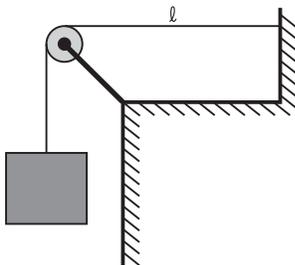
alternativa C

Da expressão do dioptrio plano, temos:

$$\frac{p'}{p} = \frac{n_{\text{passa}}}{n_{\text{provém}}} \Rightarrow \frac{h}{10,0} = \frac{1}{1,33} \Rightarrow h = 7,5 \text{ m}$$

Questão 12

São de 100 Hz e 125 Hz, respectivamente, as frequências de duas harmônicas adjacentes de uma onda estacionária no trecho horizontal de um cabo esticado, de comprimento $\ell = 2 \text{ m}$ e densidade linear de massa igual a 10 g/m (veja figura). Considerando a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, a massa do bloco suspenso deve ser de



- a) 10 kg. b) 16 kg. c) 60 kg.
d) 10^2 kg . e) 10^4 kg .

alternativa A

Das expressões de frequência e velocidade, aplicadas a uma corda, temos:

$$f = \frac{nv}{2\ell} \Rightarrow f = \frac{n}{2\ell} \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

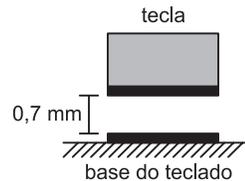
Para as frequências dadas, temos:

$$100 = \frac{n}{2 \cdot 2} \sqrt{\frac{10 \text{ m}}{10 \cdot 10^{-3}}} \Rightarrow m = 10 \text{ kg}$$

$$125 = \frac{n+1}{2 \cdot 2} \sqrt{\frac{10 \text{ m}}{10 \cdot 10^{-3}}}$$

Questão 13

Considere o vão existente entre cada tecla de um computador e a base do seu teclado. Em cada vão existem duas placas metálicas, uma delas presa na base do teclado e a outra, na tecla. Em conjunto, elas funcionam como um capacitor de placas planas paralelas imersas no ar. Quando se aciona a tecla, diminui a distância entre as placas e a capacitância aumenta. Um circuito elétrico detecta a variação da capacitância, indicativa do movimento da tecla. Considere então um dado teclado, cujas placas metálicas têm 40 mm^2 de área e $0,7 \text{ mm}$ de distância inicial entre si. Considere ainda que a permissividade do ar seja $\epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$. Se o circuito eletrônico é capaz de detectar uma variação da capacitância a partir de $0,2 \text{ pF}$, então, qualquer tecla deve ser deslocada de pelo menos



- a) 0,1 mm. b) 0,2 mm.
c) 0,3 mm. d) 0,4 mm.
e) 0,5 mm.

alternativa B

O valor inicial de capacitância (C_0) entre as placas é dado por:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d_0} = \frac{9 \cdot 10^{-12} \cdot 40 \cdot 10^{-6}}{0,7 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_0 = 5,1 \cdot 10^{-13} \text{ F}$$

Como a capacitância aumenta quando aproximamos as placas, para o acionamento, devemos ter:

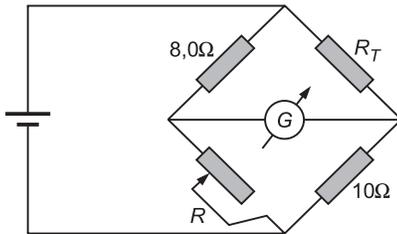
$$C_0 + \Delta C = \frac{\epsilon_0 \cdot A}{d} \Rightarrow 5,1 \cdot 10^{-13} + 0,2 \cdot 10^{-12} = \frac{9 \cdot 10^{-12} \cdot 40 \cdot 10^{-6}}{d} \Rightarrow d = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,5 \text{ mm}$$

Então, qualquer tecla deve sofrer um deslocamento (D) de:

$$D = d_0 - d = 0,7 - 0,5 \Rightarrow D = 0,2 \text{ mm}$$

Questão 14

O circuito da figura abaixo, conhecido como ponte de Wheatstone, está sendo utilizado para determinar a temperatura de óleo em um reservatório, no qual está inserido um resistor de fio de tungstênio R_T . O resistor variável R é ajustado automaticamente de modo a manter a ponte sempre em equilíbrio, passando de $4,00 \Omega$ para $2,00 \Omega$. Sabendo que a resistência varia linearmente com a temperatura e que o coeficiente linear de temperatura para o tungstênio vale $\alpha = 4,00 \times 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, a variação da temperatura do óleo deve ser de



- a) $-125 \text{ }^\circ\text{C}$.
- b) $-35,7 \text{ }^\circ\text{C}$.
- c) $25,0 \text{ }^\circ\text{C}$.
- d) $41,7 \text{ }^\circ\text{C}$.
- e) $250 \text{ }^\circ\text{C}$.

alternativa E

Como a condição de equilíbrio da ponte é mantida, temos:

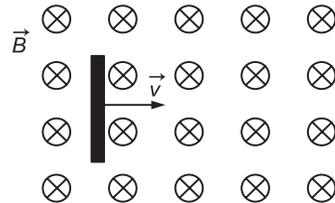
$$R_T \cdot 4,00 = R_T' \cdot 2,00$$

$$\frac{R_T'}{R_T} = 1 + \alpha \Delta\theta \Rightarrow 2 = 1 + \alpha \Delta\theta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2 = 1 + 4,00 \cdot 10^{-3} \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 250 \text{ }^\circ\text{C}$$

Questão 15

Quando uma barra metálica se desloca num campo magnético, sabe-se que seus elétrons se movem para uma das extremidades, provocando entre elas uma polarização elétrica. Desse modo, é criado um campo elétrico constante no interior do metal, gerando uma diferença de potencial entre as extremidades da barra. Considere uma barra metálica descarregada, de $2,0 \text{ m}$ de comprimento, que se desloca com velocidade constante de módulo $v = 216 \text{ km/h}$ num plano horizontal (veja figura), próximo à superfície da Terra. Sendo criada uma diferença de potencial (ddp) de $3,0 \times 10^{-3} \text{ V}$ entre as extremidades da barra, o valor do componente vertical do campo de indução magnética terrestre nesse local é de



- a) $6,9 \times 10^{-6} \text{ T}$.
- b) $1,4 \times 10^{-5} \text{ T}$.
- c) $2,5 \times 10^{-5} \text{ T}$.
- d) $4,2 \times 10^{-5} \text{ T}$.
- e) $5,0 \times 10^{-5} \text{ T}$.

alternativa C

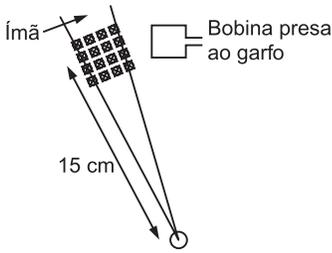
Sendo $v = 216 \text{ km/h} = 60 \text{ m/s}$, temos:

$$\epsilon = B \cdot v \cdot \ell \Rightarrow 3 \cdot 10^{-3} = B \cdot 60 \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Questão 16

Uma bicicleta, com rodas de 60 cm de diâmetro externo, tem seu velocímetro composto de um ímã preso em raios, a 15 cm do eixo da roda, e de uma bobina quadrada de 25 mm^2 de área, com 20 espiras de fio metálico, presa no garfo da bicicleta. O ímã é capaz de produzir um campo de indução magnética de $0,2 \text{ T}$ em toda a área da bobina (veja a figura). Com a bicicleta a 36 km/h , a força eletromotriz máxima gerada pela bobina é de



- a) 2×10^{-5} V. b) 5×10^{-3} V.
 c) 1×10^{-2} V. d) 1×10^{-1} V.
 e) 2×10^{-1} V.

alternativa D

A velocidade da bobina é dada por:

$$\frac{v}{r} = \frac{V}{R} \Rightarrow \frac{v}{15} = \frac{10}{30} \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

Sendo o lado da bobina $\ell = \sqrt{A} = \sqrt{25} = 5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$, a força eletromotriz máxima é dada por:

$$\mathcal{E} = 20 \cdot B \cdot v \cdot \ell = 20 \cdot 0,2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 1 \cdot 10^{-1} \text{ V}}$$

Questão 17

Um automóvel pára quase que instantaneamente ao bater frontalmente numa árvore. A proteção oferecida pelo air-bag, comparativamente ao carro que dele não dispõe, advém do fato de que a transferência para o carro de parte do momentum do motorista se dá em condição de

- a) menor força em maior período de tempo.
 b) menor velocidade, com mesma aceleração.
 c) menor energia, numa distância menor.
 d) menor velocidade e maior desaceleração.
 e) mesmo tempo, com força menor.

alternativa A

A variação total do momentum do motorista é a mesma, tanto com o uso do air-bag como sem o seu uso. Porém, o uso do air-bag aumenta o intervalo de tempo de atuação da força. Pelo Teorema do Impulso ($\vec{I}_R = \Delta \vec{Q} \Rightarrow R \cdot \Delta t = \Delta Q$) temos que para uma mesma variação de momentum, quanto maior o intervalo de tempo, menor a resultante das forças que atuam sobre o corpo.

Assim, a transferência para o carro de parte do momentum do motorista, com o uso do air-bag, se dá em condição de menor força em maior período de tempo.

Questão 18

Um avião de vigilância aérea está voando a uma altura de 5,0 km, com velocidade de $50\sqrt{10}$ m/s no rumo norte, e capta no radiogoniômetro um sinal de socorro vindo da direção noroeste, de um ponto fixo no solo. O piloto então liga o sistema de pós-combustão da turbina, imprimindo uma aceleração constante de $6,0 \text{ m/s}^2$. Após $40\sqrt{10}/3$ s, mantendo a mesma direção, ele agora constata que o sinal está chegando da direção oeste. Neste instante, em relação ao avião, o transmissor do sinal se encontra a uma distância de

- a) 5,2 km. b) 6,7 km. c) 12 km.
 d) 13 km. e) 28 km.

alternativa D

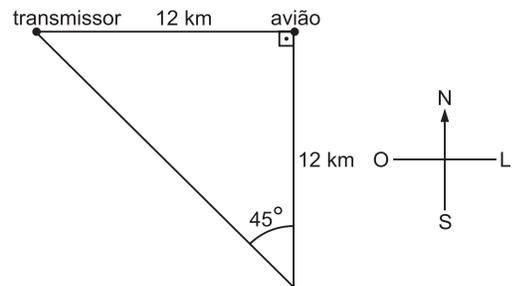
O deslocamento do avião para o norte é dado por:

$$\Delta S = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow$$

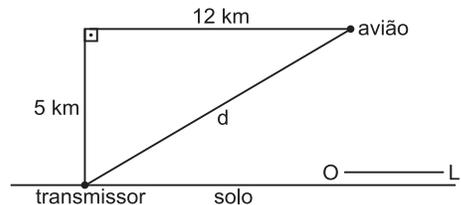
$$\Rightarrow \Delta S = 50\sqrt{10} \cdot \frac{40\sqrt{10}}{3} + \frac{6}{2} \cdot \left(\frac{40\sqrt{10}}{3}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta S = 12\,000 \text{ m} = 12 \text{ km}$$

Em uma vista superior, temos:



No plano vertical que contém o avião e o transmissor do sinal, temos:

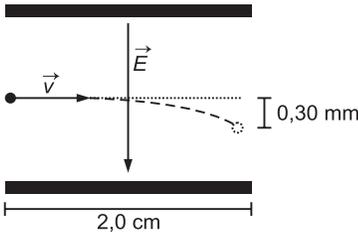


Assim, vem:

$$d^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow \boxed{d = 13 \text{ km}}$$

Questão 19

Em uma impressora a jato de tinta, gotas de certo tamanho são ejetadas de um pulverizador em movimento, passam por uma unidade eletrostática onde perdem alguns elétrons, adquirindo uma carga q , e, a seguir, se deslocam no espaço entre placas planas paralelas eletricamente carregadas, pouco antes da impressão. Considere gotas de raio igual a $10\ \mu\text{m}$ lançadas com velocidade de módulo $v = 20\ \text{m/s}$ entre placas de comprimento igual a $2,0\ \text{cm}$, no interior das quais existe um campo elétrico vertical uniforme, cujo módulo é $E = 8,0 \times 10^4\ \text{N/C}$ (veja figura). Considerando que a densidade da gota seja de $1000\ \text{kg/m}^3$ e sabendo-se que a mesma sofre um desvio de $0,30\ \text{mm}$ ao atingir o final do percurso, o módulo da sua carga elétrica é de



- a) $2,0 \times 10^{-14}\ \text{C}$. b) $3,1 \times 10^{-14}\ \text{C}$.
 c) $6,3 \times 10^{-14}\ \text{C}$. d) $3,1 \times 10^{-11}\ \text{C}$.
 e) $1,1 \times 10^{-10}\ \text{C}$.

alternativa B

Na direção horizontal temos um MU. Assim, o intervalo de tempo (Δt) do movimento das gotas até o final do percurso é dado por:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 20 = \frac{2,0 \cdot 10^{-2}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 1,0 \cdot 10^{-3}\ \text{s}$$

Na direção vertical temos um MUV cuja aceleração (γ) é dada por:

$$\Delta y = \frac{\gamma t^2}{2} \Rightarrow 0,30 \cdot 10^{-3} = \frac{\gamma(1,0 \cdot 10^{-3})^2}{2} \Rightarrow \Rightarrow \gamma = 6,0 \cdot 10^2\ \text{m/s}^2$$

Do Princípio Fundamental da Dinâmica, sendo $m = dV$, temos:

$$\begin{aligned} R = m\gamma &\Rightarrow F + P = m\gamma \Rightarrow q \cdot E + mg = m\gamma \Rightarrow \\ &\Rightarrow q \cdot E = m(\gamma - g) \Rightarrow q \cdot E = dV(\gamma - g) \Rightarrow \\ &\Rightarrow q \cdot 8,0 \cdot 10^4 = 1000 \cdot \frac{4}{3} \pi (10^{-5})^3 (6,0 \cdot 10^2 - 10) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{q = 3,1 \cdot 10^{-14}\ \text{C}}$$

Questão 20

A pressão exercida pela água no fundo de um recipiente aberto que a contém é igual a $P_{atm} + 10 \times 10^3\ \text{Pa}$. Colocado o recipiente num elevador hipotético em movimento, verifica-se que a pressão no seu fundo passa a ser de $P_{atm} + 4,0 \times 10^3\ \text{Pa}$. Considerando que P_{atm} é a pressão atmosférica, que a massa específica da água é de $1,0\ \text{g/cm}^3$ e que o sistema de referência tem seu eixo vertical apontado para cima, conclui-se que a aceleração do elevador é de

a) $-14\ \text{m/s}^2$. b) $-10\ \text{m/s}^2$.
 c) $-6\ \text{m/s}^2$. d) $6\ \text{m/s}^2$.
 e) $14\ \text{m/s}^2$.

alternativa C

Supondo a situação inicial como um referencial inercial, temos:

$$\begin{aligned} p &= P_{atm} + \mu g H \Rightarrow \\ \Rightarrow P_{atm} + 10 \cdot 10^3 &= P_{atm} + 10^3 \cdot 10 \cdot H \Rightarrow \\ \Rightarrow H &= 1\ \text{m} \end{aligned}$$

No referencial do elevador, temos:

$$\begin{aligned} p &= P_{atm} + \mu \cdot g' \cdot H \Rightarrow \\ \Rightarrow P_{atm} + 4 \cdot 10^3 &= P_{atm} + 10^3 \cdot g' \cdot 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow g' &= 4\ \text{m/s}^2 \end{aligned}$$

Como o elevador tem uma aceleração a em relação ao referencial inercial, vem:

$$g' = g + a \Rightarrow 4 = 10 + a \Rightarrow \boxed{a = -6\ \text{m/s}^2}$$

As questões dissertativas, numeradas de 21 a 30, devem ser respondidas no caderno de soluções

Questão 21

Um átomo de hidrogênio inicialmente em repouso emite um fóton numa transição do estado de energia n para o estado fundamental. Em seguida, o átomo atinge um elétron em repouso que com ele se liga, assim permanecendo após a colisão. Determine literalmente a velocidade do sistema átomo + elétron após a colisão. Dados: a energia do átomo de hidrogênio no estado n é $E_n = E_0/n^2$; o momentum

do fóton é $h\nu/c$; e a energia deste é $h\nu$, em que h é a constante de Planck, ν a frequência do fóton e c a velocidade da luz.

Resposta

A energia do fóton emitido é dada por:

$$E_{\text{fóton}} = E_0 - E_n \Rightarrow h\nu = E_0 - \frac{E_0}{n^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h\nu = \frac{E_0(n^2 - 1)}{n^2} \quad (1)$$

Do Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento na emissão do fóton, temos:

$$\vec{Q}_i = \vec{Q}_f \Rightarrow \vec{0} = \vec{Q}_H + \vec{Q}_{\text{fóton}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_H = Q_{\text{fóton}} = \frac{h\nu}{c} \quad (2)$$

Das equações (1) e (2), obtemos:

$$Q_H = \frac{E_0(n^2 - 1)}{n^2 c} \quad (3)$$

Como a seguir, o átomo de hidrogênio atinge um elétron numa colisão perfeitamente inelástica, a velocidade v do sistema resultante é determinada através do Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento.

$$\vec{Q}_i = \vec{Q}_f \Rightarrow Q_H = Q_{(H+e)} \quad (4)$$

Das equações (3) e (4), obtemos:

$$\frac{E_0(n^2 - 1)}{n^2 c} = (m_H + m_e) \cdot v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v = \frac{E_0(n^2 - 1)}{n^2 c(m_H + m_e)}$$

Sendo a massa do próton m_p muito maior que a do elétron, temos $m_H \cong m_p \gg m_e$. Assim, a velocidade v é dada por:

$$v = \frac{E_0(n^2 - 1)}{n^2 c m_p}$$

Observação: considerando o modelo do átomo de hidrogênio de Bohr temos $E_0 = \frac{m_p Z^2 \cdot e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}$, com

$Z = 1$. Assim, a velocidade v é dada por:

$$v = \frac{m_p \cdot e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{(n^2 - 1)}{n^2 c m_p} \Rightarrow v = \frac{e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 c} \cdot \frac{n^2 - 1}{n^2}$$

Questão 22

Inicialmente 48 g de gelo a 0°C são colocados num calorímetro de alumínio de 2,0 g, também a 0°C . Em seguida, 75 g de água a 80°C

são despejados dentro desse recipiente. Calcule a temperatura final do conjunto. Dados: calor latente do gelo $L_g = 80 \text{ cal/g}$, calor específico da água $c_{H_2O} = 1,0 \text{ cal g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, calor específico do alumínio $c_{Al} = 0,22 \text{ cal g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Resposta

A quantidade de calor máxima $|Q_a|$ que pode ser cedida pela água é dada por:

$$|Q_a| = m_A c_{H_2O} |\Delta\theta_A| = 75 \cdot 1,0 \cdot |0 - 80| = 6,0 \cdot 10^3 \text{ cal}$$

A quantidade de calor Q_g necessária para a fusão total do gelo é dada por:

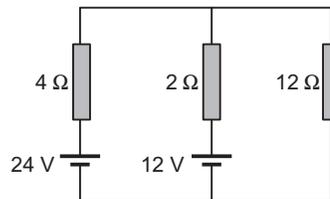
$$Q_g = m_g L_g = 48 \cdot 80 = 3,84 \cdot 10^3 \text{ cal}$$

Sendo $|Q_a|$ maior que Q_g conclui-se que todo gelo derreterá e o equilíbrio ocorrerá a uma temperatura θ maior que 0°C . Assim, temos:

$$\begin{aligned} |Q_a| - Q_g &= m_{H_2O} c_{H_2O} \Delta\theta_{H_2O} + m_{Al} c_{Al} \Delta\theta_{Al} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 6,0 \cdot 10^3 - 3,84 \cdot 10^3 = \\ &= (75 + 48) \cdot 1,0 \cdot (\theta - 0) + 2,0 \cdot 0,22 \cdot (\theta - 0) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \boxed{\theta = 17,5^\circ\text{C}} \end{aligned}$$

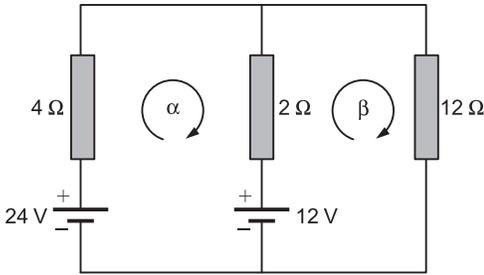
Questão 23

Um técnico em eletrônica deseja medir a corrente que passa pelo resistor de 12Ω no circuito da figura. Para tanto, ele dispõe apenas de um galvanômetro e uma caixa de resistores. O galvanômetro possui resistência interna $R_g = 5 \text{ k}\Omega$ e suporta, no máximo, uma corrente de $0,1 \text{ mA}$. Determine o valor máximo do resistor R a ser colocado em paralelo com o galvanômetro para que o técnico consiga medir a corrente.



Resposta

Aplicando-se o Método das Correntes Fictícias de Maxwell, temos:

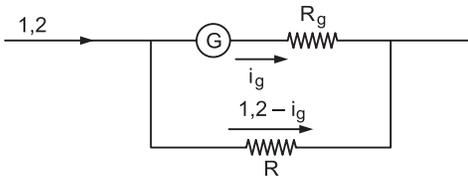


$$\begin{cases} -24 + 4\alpha + 2(\alpha - \beta) + 12 = 0 \\ -12 + 2(\beta - \alpha) + 12\beta = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3\alpha - \beta = 6 \\ \alpha - 7\beta = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2,4 \text{ A} \\ \beta = 1,2 \text{ A} \end{cases}$$

Portanto, a corrente no resistor de 12Ω tem valor $1,2 \text{ A}$ e mesmo sentido de β .

Para correntes em ampères, devemos ter:



Da associação em paralelo, temos:

$$R_g \cdot i_g = R(1,2 - i_g) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5 \cdot 10^3 \cdot i_g = R(1,2 - i_g) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_g = \frac{1,2R}{5 \cdot 10^3 + R} \leq 0,1 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R \leq \frac{0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^3}{1,2 - 0,1 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow R \leq 0,42 \Omega$$

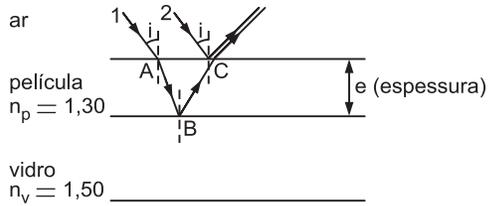
Portanto, o valor máximo de R é $0,42 \Omega$.

Questão 24

Uma fina película de fluoreto de magnésio recobre o espelho retrovisor de um carro a fim de reduzir a reflexão luminosa. Determine a menor espessura da película para que produza a reflexão mínima no centro do espectro visível. Considere o comprimento de onda $\lambda = 5500 \text{ \AA}$, o índice de refração do vidro $n_v = 1,50$ e, o da película, $n_p = 1,30$. Admita a incidência luminosa como quase perpendicular ao espelho.

Resposta

Do enunciado, podemos montar o esquema a seguir:



Para reduzir a reflexão luminosa, o raio 1, após sofrer refração em A e reflexão parcial em B, terá de sofrer interferência destrutiva com o raio 2 refletido parcialmente em C.

Sabendo-se que tanto o raio 1 quanto o 2 sofrem inversão de fase ao refletirem-se parcialmente, para o ângulo de incidência $i \cong 0^\circ$, a diferença de caminho óptico é próxima a $2e$. Assim, para a interferência destrutiva, temos:

$$\begin{cases} 2e = \frac{1}{2} \lambda_p \\ \lambda_p = \frac{\lambda_{ar}}{n_p} \Rightarrow e = \frac{\lambda_{ar}}{4 \cdot n_p} \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow e = \frac{5500 \cdot 10^{-10}}{4 \cdot 1,30} \Rightarrow \boxed{e = 1058 \text{ \AA}}$$

Questão 25

Num experimento, foi de $5,0 \times 10^3 \text{ m/s}$ a velocidade de um elétron, medida com a precisão de $0,003\%$. Calcule a incerteza na determinação da posição do elétron, sendo conhecidos: massa do elétron $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ e constante de Plank reduzida $\hbar = 1,1 \times 10^{-34} \text{ J s}$.

Resposta

Determinamos a incerteza Δx na determinação da posição do elétron através do Princípio da Incerteza de Heisenberg, como segue:

$$\Delta Q \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \Rightarrow m_e \cdot \Delta v_e \cdot \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot \Delta x \geq \frac{1,1 \cdot 10^{-34}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta x \geq 4 \cdot 10^{-4} \text{ m} \Rightarrow \boxed{\Delta x \geq 0,4 \text{ mm}}$$

Questão 26

Suponha que na Lua, cujo raio é R , exista uma cratera de profundidade $R/100$, do fundo da qual um projétil é lançado verticalmente

para cima com velocidade inicial v igual à de escape. Determine literalmente a altura máxima alcançada pelo projétil, caso ele fosse lançado da superfície da Lua com aquela mesma velocidade inicial v .

Resposta

No deslocamento vertical do fundo do buraco até a superfície da Lua, a força gravitacional é oposta ao deslocamento (trabalho negativo); logo a velocidade v de escape "do fundo do buraco" é maior que a velocidade de escape v' necessária a partir da superfície.

Se lançarmos o projétil com uma velocidade v da superfície, como $v > v'$, haverá escape e a altura atingida será infinita.

Questão 27

Estime a massa de ar contida numa sala de aula. Indique claramente quais as hipóteses utilizadas e os quantitativos estimados das variáveis empregadas.

Resposta

Considerando a sala de aula com 3 m de pé direito, 10 m de largura e 10 m de comprimento, temos:

$$V = 10 \cdot 10 \cdot 3 = 300 \text{ m}^3 = 3 \cdot 10^5 \ell$$

Considerando o ar uma mistura de 70% de nitrogênio e 30% de oxigênio, calculamos a massa molar como segue:

$$M = \frac{70 \cdot 28 + 30 \cdot 32}{100} = 29,2 \text{ g/mol}$$

Considerando a pressão 1 atm e a temperatura 27°C, pela equação de estado, temos:

$$pV = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 3 \cdot 10^5 = \frac{m}{29,2} \cdot 0,082 \cdot 300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = 356 \cdot 10^3 \text{ g} \Rightarrow \boxed{m = 356 \text{ kg}}$$

Questão 28

Uma cesta portando uma pessoa deve ser suspensa por meio de balões, sendo cada qual inflado com 1 m^3 de hélio na temperatura local (27 °C). Cada balão vazio com seus apetrechos pesa 1,0 N. São dadas a massa atômica do oxigênio $A_O = 16$, a do nitrogênio

$A_N = 14$, a do hélio $A_{He} = 4$ e a constante dos gases $R = 0,082 \text{ atm } \ell \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Considerando que o conjunto pessoa e cesta pesa 1000 N e que a atmosfera é composta de 30% de O_2 e 70% de N_2 , determine o número mínimo de balões necessários.

Resposta

Sendo a densidade de um gás dada por $d = \frac{pA}{RT}$,

as densidades do He e do ar são dadas por:

$$d_{He} = \frac{1 \cdot 4}{0,082 \cdot 300} \Rightarrow d_{He} = 0,16 \text{ g/}\ell = 0,16 \text{ kg/m}^3$$

$$d_{ar} = 0,3d_{O_2} + 0,7d_{N_2} = \frac{p(0,3A_{O_2} + 0,7A_{N_2})}{RT} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{ar} = \frac{2p(0,3A_O + 0,7A_N)}{RT} =$$

$$= \frac{2 \cdot 1 \cdot (0,3 \cdot 16 + 0,7 \cdot 14)}{0,082 \cdot 300} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d_{ar} = 1,19 \text{ g/}\ell = 1,19 \text{ kg/m}^3$$

Sendo n o número de balões, no equilíbrio, temos:

$$n \cdot E_{bal\tilde{a}o} = n(P_{bal\tilde{a}o} + P_{He}) + P_{cesta/pessoa} \Rightarrow$$

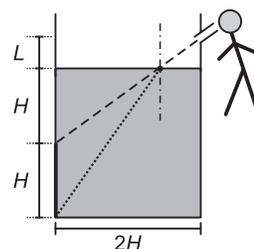
$$\Rightarrow n \cdot d_{ar} \cdot V \cdot g = n(P_{bal\tilde{a}o} + d_{He} \cdot V \cdot g) +$$

$$+ P_{cesta/pessoa} \Rightarrow n \cdot 1,19 \cdot 1 \cdot 10 =$$

$$= n(1 + 0,16 \cdot 1 \cdot 10) + 1000 \Rightarrow \boxed{n = 108 \text{ bal\tilde{a}es}}$$

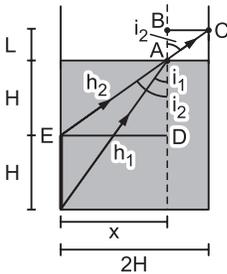
Questão 29

Através de um tubo fino, um observador enxerga o topo de uma barra vertical de altura H apoiada no fundo de um cilindro vazio de diâmetro $2H$. O tubo encontra-se a uma altura $2H + L$ e, para efeito de cálculo, é de comprimento desprezível. Quando o cilindro é preenchido com um líquido até uma altura $2H$ (veja figura), mantido o tubo na mesma posição, o observador passa a ver a extremidade inferior da barra. Determine literalmente o índice de refração desse líquido.



Resposta

Podemos montar o seguinte esquema:



Da Lei de Snell-Descartes, considerando que o tubo se encontra no ar, vem:

$$n \cdot \sin i_1 = 1 \cdot \sin i_2 \Rightarrow n \cdot \frac{x}{h_1} = \frac{x}{h_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n \cdot \frac{x}{\sqrt{(2H)^2 + x^2}} = \frac{x}{\sqrt{H^2 + x^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \sqrt{\frac{(2H)^2 + x^2}{H^2 + x^2}} \quad (1)$$

Da figura, da semelhança dos triângulos ABC e ADE, temos:

$$\frac{x}{2H - x} = \frac{H}{L} \Rightarrow x = \frac{2H^2}{L + H}$$

Portanto, substituindo na equação (1), vem:

$$n = \sqrt{\frac{(2H)^2 + \left(\frac{2H^2}{L + H}\right)^2}{H^2 + \left(\frac{2H^2}{L + H}\right)^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = 2 \sqrt{\frac{(L + H)^2 + H^2}{(L + H)^2 + 4H^2}}$$

Questão 30

Satélite síncrono é aquele que tem sua órbita no plano do equador de um planeta, mantendo-se estacionário em relação a este. Considere um satélite síncrono em órbita de Júpiter cuja massa é $M_J = 1,9 \times 10^{27}$ kg e cujo raio é $R_J = 7,0 \times 10^7$ m. Sendo a constante da gravitação universal $G = 6,7 \times 10^{-11}$ m³ kg⁻¹ s⁻² e considerando que o dia de Júpiter é de aproximadamente 10 h, determine a altitude do satélite em relação à superfície desse planeta.

Resposta

Da Terceira Lei de Kepler, temos:

$$\begin{cases} T^2 = kr^3 \\ k = \frac{4\pi^2}{GM_J} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_J} \cdot r^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2 GM_J}{4\pi^2}} \end{cases}$$

Como a distância (r) do satélite ao centro de Júpiter é $r = R_J + h$ e seu período é $T = 10$ h = $3,6 \cdot 10^4$ s, a altitude (h) do satélite é dada por:

$$\begin{aligned} R_J + h &= \sqrt[3]{\frac{T^2 GM_J}{4\pi^2}} \Rightarrow 7,0 \cdot 10^7 + h = \\ &= \sqrt[3]{\frac{(3,6 \cdot 10^4)^2 \cdot 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 1,9 \cdot 10^{27}}{4\pi^2}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow h = 9,1 \cdot 10^7 \text{ m} \end{aligned}$$