1 c

Mário tomou um empréstimo de R$ 8.000,00 a juros de 5% ao mês. Dois meses depois, Mário pagou R$ 5.000,00 do empréstimo e, um mês após esse pagamento, liquidou todo o seu débito. O valor do último pagamento foi de:

a) R$ 3.015,00.
b) R$ 3.820,00.
c) R$ 4.011,00.
d) R$ 5.011,00.
e) R$ 5.250,00.

Resolução

Ao pagar R$ 5000,00, dois meses após tomar o empréstimo, Mário ficou devendo, em reais,

$$8000 \cdot (1{,}05)^2 - 5000 = 8820 - 5000 = 3820.$$

Um mês após esse pagamento, liquidou o seu débito, que passou a ser, em reais, de 3820 . 1,05 = 4011.

2 b

Em 05 de junho de 2004, foi inaugurada uma pizzaria que só abre aos sábados. No dia da inauguração, a pizzaria recebeu 40 fregueses. A partir daí, o número de fregueses que passaram a freqüentar a pizzaria cresceu em progressão aritmética de razão 6, até que atingiu a cota máxima de 136 pessoas, a qual tem se mantido. O número de sábados que se passaram, excluindo-se o sábado de inauguração, para que a cota máxima de fregueses fosse atingida pela primeira vez, foi:

a) 15.
b) 16.
c) 17.
d) 18.
e) 26.

Resolução

Na progressão aritmética (40, 46, 52, ..., 136) de razão r = 6, temos 17 termos, pois:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$136 = 40 + (n - 1) \cdot 6 \Leftrightarrow n = 17$$

Logo, se na inauguração a pizzaria recebeu 40 fregueses e, a partir daí, o número de fregueses cresceu em P.A. de razão 6, o número de sábados que se passaram, excluindo o de inauguração, para que fosse atingida a cota máxima de 136 pessoas foi de 16.

3 d

Uma faixa retangular de tecido deverá ser totalmente recortada em quadrados, todos de mesmo tamanho e sem deixar sobras. Esses quadrados deverão ter o maior tamanho (área) possível. Se as dimensões da faixa são 105 cm de largura por 700 cm de comprimento, o perímetro de cada quadrado, em centímetros, será:

a) 28. b) 60. c) 100. d) 140. e) 280.

Resolução

*Se as dimensões da faixa são 105 cm de largura por 700 cm de comprimento, e cada quadrado deve ter o maior tamanho (área) possível, sem deixar sobras, então o lado ℓ, **inteiro**, do quadrado é tal que:*

$$\ell = \text{mdc}\,(105, 700) = 35\ \text{cm},$$

e o perímetro de cada quadrado resulta $4 \cdot \ell = 140$ cm.

Obs.: O único valor não-inteiro, superior a 35 cm, que poderia ser lado do quadrado, sem deixar sobras na dimensão de 105 cm, é 52,5 cm. Todavia, esse valor deixaria sobras na dimensão de 700 cm.

4 d

O número de maneiras que 3 pessoas podem sentar-se em uma fileira de 6 cadeiras vazias de modo que, entre duas pessoas próximas (seguidas), sempre tenha exatamente uma cadeira vazia, é

a) 3. b) 6. c) 9. d) 12. e) 15.

Resolução

Se A, B e C forem as três pessoas, elas poderão se sentar de duas maneiras diferentes deixando sempre uma só cadeira vazia entre elas. As três pessoas poderão se sentar nas posições 1ª, 3ª e 5ª ou nas posições 2ª, 4ª e 6ª, conforme o esquema.

A		*B*		*C*	

ou

	A		*B*		*C*

Em cada caso podem permutar entre si e, portanto, o número total de possibilidades é

$$2 \cdot P_3 = 2 \cdot 3! = 2 \cdot 6 = 12$$

5 a

O gerente de uma loja de roupas, antes de fazer nova encomenda de calças jeans femininas, verificou qual a quantidade de calças vendidas no mês anterior, para cada número (tamanho). A distribuição de probabilidades referente aos números vendidos no mês anterior foi a seguinte:

Número (tamanho)	36	38	40	42	44	46
Probabilidade	0,12	0,22	0,30	0,20	0,11	0,05

Se o gerente fizer uma encomenda de 500 calças de acordo com as probabilidades de vendas dadas na tabela, as quantidades de calças encomendadas de número 40 ou menos, e de número superior a 40, serão, respectivamente:

a) 320 e 180.
b) 380 e 120.
c) 350 e 150.
d) 180 e 320.
e) 120 e 380.

Resolução

Se P_1 for a probabilidade referente às vendas dos números 40 ou menos e P_2 for a probabilidade referente às vendas dos números maiores que 40, então:

$$P_1 = 0{,}12 + 0{,}22 + 0{,}30 = 0{,}64 = 64\%$$

$$P_2 = 1 - 0{,}64 = 0{,}36 = 36\%$$

*Assim, sendo 64% de 500 = 320 e 36% de 500 = 180, o gerente deverá encomendar **320** calças com número 40 ou menos, e **180** calças com número superior a 40.*

6 b

Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & z \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ e } C = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{pmatrix},$$

com x, y, z números reais.
Se A . B = C, a soma dos elementos da matriz A é:
a) 9. b) 40. c) 41. d) 50. e) 81.

Resolução

Se $A = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & z \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ *e* $C = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{pmatrix}$,

temos:

1) $A \,.\, B = \begin{pmatrix} 1 + x & 2 + x \\ y + z & 2y + z \end{pmatrix}$

2) $A \,.\, B = C \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 + x & 2 + x \\ y + z & 2y + z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 36 & 45 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 + x = 4 \\ 2 + x = 5 \\ y + z = 36 \\ 2y + z = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 9 \\ z = 27 \end{cases}$$

Portanto, $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 9 & 27 \end{pmatrix}$ *e a soma dos elementos da matriz A é:* $1 + 3 + 9 + 27 = 40$.

7 c

Numa determinada empresa, vigora a seguinte regra, baseada em acúmulo de pontos. No final de cada mês, o funcionário recebe: 3 pontos positivos, se em todos os dias do mês ele foi pontual no trabalho, ou 5 pontos negativos, se durante o mês ele chegou pelo menos um dia atrasado.

Os pontos recebidos vão sendo acumulados mês a mês, até que a soma atinja, pela primeira vez, 50 ou mais pontos, positivos ou negativos. Quando isso ocorre, há duas possibilidades: se o número de pontos acumulados for positivo, o funcionário recebe uma gratificação e, se for negativo, há um desconto em seu salário. Se um funcionário acumulou exatamente 50 pontos positivos em 30 meses, a quantidade de meses em que ele foi pontual, no período, foi:

a) 15. b) 20. c) 25. d) 26. e) 28.

Resolução

Seja x o número de meses com pontuação positiva e y o número de meses com pontuação negativa.
A partir do enunciado, temos:

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ 3x - 5y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 5y = 150 \text{ (I)} \\ 3x - 5y = 50 \text{ (II)} \end{cases}$$

De (I) e (II), resulta: $8x = 200 \Leftrightarrow x = 25$.
Portanto, a quantidade de meses em que ele foi pontual (acumulou pontos positivos) foi igual a 25.

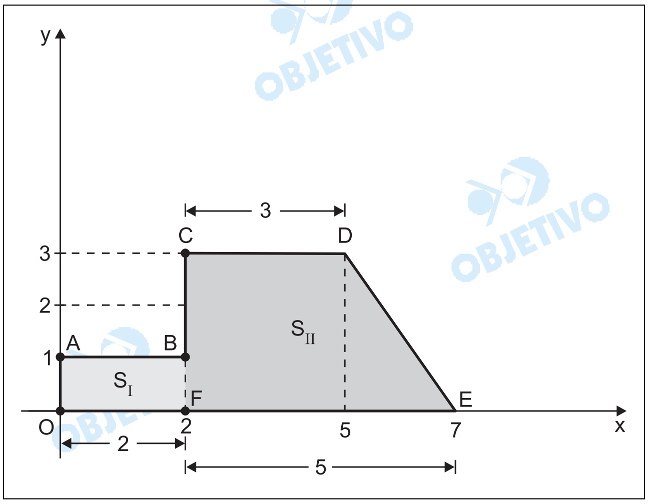
8 d

Considere os pontos do plano (0,0), (0,1), (2,1), (2,3), (5,3) e (7,0). Representando geometricamente esses pontos no plano cartesiano e ligando-os por meio de segmentos de retas obedecendo a seqüência dada, após ligar o último ponto ao primeiro obtém-se uma região limitada do plano.

Se a unidade de medida é dada em centímetros, a área dessa região, em cm^2, é:

a) 9. b) 10. c) 13. d) 14. e) 15.

Resolução



Os pontos 0 (0; 0), A(0; 1), B(2; 1), C(2; 3), D(5; 3) e E(7; 0), são os vértices da região cuja área S é igual a área S_I do retângulo OABF, mais a área S_{II} do trapézio CDEF, onde F(2; 0).

Dessa forma, temos:

$$S = S_I + S_{II} = 2 \,.\, 1 + \frac{(5 + 3) \,.\, 3}{2} = 2 + 12 = 14.$$

Se a unidade de medida é dada em centímetros, a área dessa região é igual a 14 cm^2.

9 c

Uma pessoa parte de carro de uma cidade X com destino a uma cidade Y. Em cada instante t (em horas), a distância que falta percorrer até o destino é dada, em dezenas de quilômetros, pela função D, definida por

$$D(t) = 4 \cdot \left(\frac{t+7}{t^2+1} - 1 \right)$$

Considerando o percurso da cidade X até a cidade Y, a distância, em média, por hora, que o carro percorreu foi:

a) 40 km. b) 60 km. c) 80 km.
d) 100 km. e) 120 km.

Resolução

1) No instante t = 0 o carro encontra-se à

$$D(0) = 4 \cdot \left(\frac{0+7}{0^2+1} - 1 \right) = 24 \text{ dezenas de quilômetros de Y.}$$

Portanto a distância de X a Y é 240km.

2) O carro chega à cidade Y quando

$$D(t) = 4 \cdot \left(\frac{t+7}{t^2+1} - 1 \right) = 0.$$

Desta forma, $\frac{t+7}{t^2+1} = 1 \Leftrightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 3,$

pois $t \geq 0$.

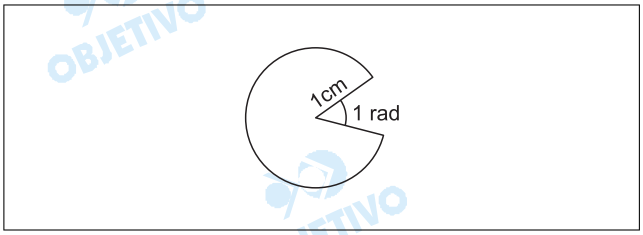
3) Conclui-se que o carro percorre, em média, por hora,

$$\frac{240\text{ km}}{3} = 80\text{km}.$$

Observe que no instante t = 0 e $t = \frac{1}{7}$ *o carro encontra-se a 240km de Y, significando que nos instantes iniciais o móvel nem sempre foi na direção e sentido de Y. Todavia, a distância, em média, por hora (velocidade média), que o carro percorre depende apenas da sua posição inicial, posição final e do intervalo de tempo gasto no deslocamento.*

10 e

Em um jogo eletrônico, o “monstro” tem a forma de um setor circular de raio 1 cm, como mostra a figura. A parte que falta no círculo é a boca do “monstro”, e o ângulo de abertura mede 1 radiano. O perímetro do “monstro”, em cm, é:



a) $\pi - 1$.
b) $\pi + 1$.
c) $2\pi - 1$.
d) 2π.
e) $2\pi + 1$.

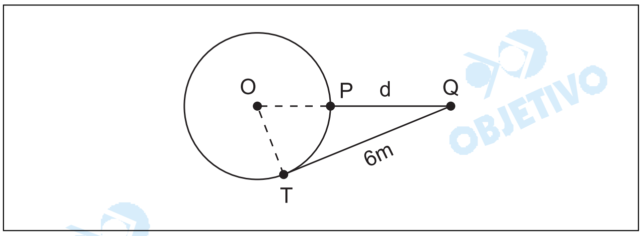
Resolução

Para calcular o perímetro P, do monstro, devemos calcular o comprimento de uma circunferência de raio r = 1cm, retirar o comprimento de um arco de 1 rad (1cm) e acrescentar a medida de dois raios (2cm), portanto, em cm, tem-se:

$$P = 2\pi r - r + 2r$$
$$P = 2\pi \cdot 1 - 1 + 2 \cdot 1 = 2\pi + 1$$

11 a

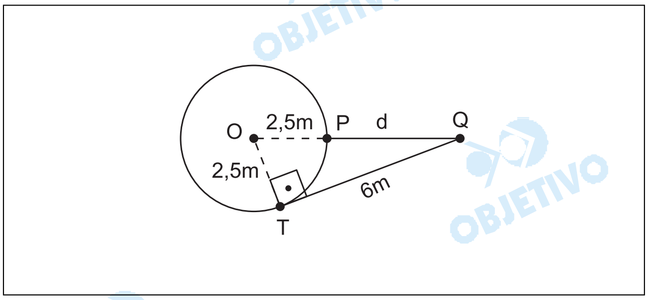
Em uma residência, há uma área de lazer com uma piscina redonda de 5 m de diâmetro. Nessa área há um coqueiro, representado na figura por um ponto Q.



Se a distância de Q (coqueiro) ao ponto de tangência T (da piscina) é 6 m, a distância d = $\overline{QP}$, do coqueiro à piscina, é:

a) 4 m.
b) 4,5 m.
c) 5 m.
d) 5,5 m.
e) 6 m.

Resolução



No triângulo retângulo OTQ e com as medidas dos segmentos em metros, tem-se:

$OT = \dfrac{5}{2} = 2,5$, $TQ = 6$, $OQ = 2,5 + PQ$ *e, portanto,*

$OQ^2 = OT^2 + TQ^2 \Leftrightarrow (2,5 + PQ)^2 = 2,5^2 + 6^2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2,5 + PQ = 6,5 \Leftrightarrow PQ = 4,0$. *Assim, d = 4m.*

12 e

O trato respiratório de uma pessoa é composto de várias partes, dentre elas os alvéolos pulmonares, pequeninos sacos de ar onde ocorre a troca de oxigênio por gás carbônico. Vamos supor que cada alvéolo tem forma esférica e que, num adulto, o diâmetro médio de um alvéolo seja, aproximadamente, 0,02 cm. Se o volume total dos alvéolos de um adulto é igual a 1 618 cm^3, o número aproximado de alvéolos dessa pessoa, considerando $\pi = 3$, é:

a) $1\ 618 \times 10^3$.
b) $1\ 618 \times 10^4$.
c) $5\ 393 \times 10^2$.
d) $4\ 045 \times 10^4$.
e) $4\ 045 \times 10^5$.

Resolução

O volume de cada alvéolo, em cm^3, é igual a

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (0{,}01)^3 = 4 \cdot 10^{-6}, \text{ pois } \pi = 3.$$

O número aproximado de alvéolos da pessoa é

$$n = \frac{1618\ cm^3}{4 \cdot 10^{-6}\ cm^3} = 404{,}5 \cdot 10^6 = 4045 \cdot 10^5$$

Matemática

Com questões bem elaboradas, algumas criativas, pouco trabalhosas e seletivas, a UNESP apresentou uma excelente prova de Matemática.