22

Foi realizada uma pesquisa, num bairro de determinada cidade, com um grupo de 500 crianças de 3 a 12 anos de idade. Para esse grupo, em função da idade x da criança, concluiu-se que o peso médio p(x), em quilogramas, era dado pelo determinante da matriz A, onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

Com base na fórmula p(x) = det A, determine:

a) o peso médio de uma criança de 5 anos;

b) a idade mais provável de uma criança cujo peso é 30 kg.

Resolução

Sendo $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -x \\ 0 & 2 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$, *então*

$\det A = 2x + 8$

Como o "peso" (massa) médio, em quilogramas, é dado por p(x) = det A, onde x é a idade da criança:

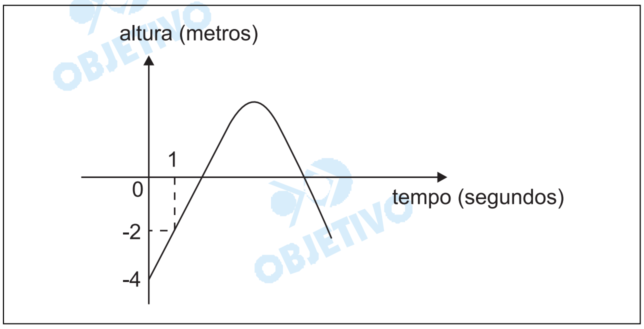
a) $p(5) = 2 . 5 + 8 = 18$

b) $p(x) = 30 \Rightarrow 2x + 8 = 30 \Leftrightarrow x = 11$

Resposta: a) 18 kg b) 11 anos

23

O gráfico representa uma função f que descreve, aproximadamente, o movimento (em função do tempo t em segundos) por um certo período, de um golfinho que salta e retorna à água, tendo o eixo das abscissas coincidente com a superfície da água.



a) Sabendo que a parte negativa do gráfico de f é constituída por segmentos de retas, determine a expressão matemática de f nos instantes anteriores à saída do golfinho da água. Em que instante o golfinho saiu da água?

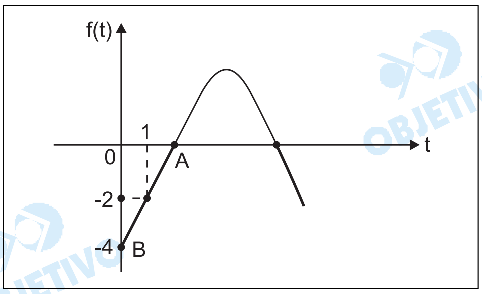
b) A parte positiva do gráfico de f é formada por parte de uma parábola, dada por $f(t) = -\dfrac{3}{4}t^2 + 6t - 9$.

Determine quantos segundos o golfinho ficou fora da água e a altura máxima, em metros, atingida no salto.

Resolução

a) 1) A expressão matemática de f nos instantes anteriores à saída do golfinho da água é do tipo

$$f(t) = at + b$$



2) Os pontos (0, –4) e (1, –2) pertencem a f e portanto

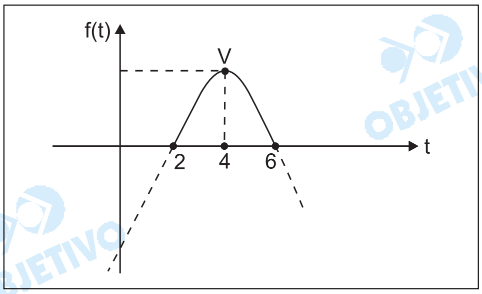
$$\begin{cases} f(0) = a \cdot 0 + b = -4 \\ f(1) = a \cdot 1 + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow f(t) = 2t - 4$$

3) O instante em que o golfinho sai da água é aquele em que f(t) = 0. Assim sendo:

$$f(t) = 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2$$

b) A parte positiva do gráfico de f é formada por parte da parábola, dada por $f(t) = -\dfrac{3}{4} \cdot t^2 + 6t - 9.$

Assim:



1) $f(t) = 0 \Rightarrow -\dfrac{3}{4}\ t^2 + 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow t = 2$ ou $t = 6$

2) O golfinho ficou fora da água durante
$(6 - 2)$ segundos $= 4$ segundos

3) $f(4) = -\dfrac{3}{4}\ .\ 4^2 + 6\ .\ 4 - 9 \Leftrightarrow f(4) = 3 \Rightarrow V\ (4;\ 3)$

4) A altura máxima, em metros, atingida no salto é a ordenada do vértice da parábola que é 3.

Respostas: a) $f(t) = 2t - 4$ para $0 \le t \le 2$; 2 s
b) 4 s; 3 m

24

Numa plantação de certa espécie de árvore, as medidas aproximadas da altura e do diâmetro do tronco, desde o instante em que as árvores são plantadas até completarem 10 anos, são dadas respectivamente pelas funções:

altura: $H(t) = 1 + (0,8).\log_2 (t + 1)$

diâmetro do tronco: $D(t) = (0,1).\ 2^{\frac{t}{7}}$

com H(t) e D(t) em metros e t em anos.

a) Determine as medidas aproximadas da altura, em metros, e do diâmetro do tronco, em centímetros, das árvores no momento em que são plantadas.

b) A altura de uma árvore é 3,4 m. Determine o diâmetro aproximado do tronco dessa árvore, em centímetros.

Resolução

a) A medida da altura dessa espécie de árvore, em metros, no momento em que é plantada é

$H(0) = 1 + (0,8) . \log_2(0 + 1) = 1 + 0,8 . 0 = 1$

A medida do diâmetro do tronco, em centímetros, no momento em que a árvore é plantada é

$100 . D(0) = 100 . (0,1) . 2^{\frac{0}{7}} = 100 . 0,1 . 1 = 10$

b) $H(t) = 1 + (0,8) . \log_2 (t + 1)$ *e* $H(t) = 3,4 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3,4 = 1 + (0,8) . \log_2(t + 1) \Leftrightarrow \log_2(t + 1) = 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t + 1 = 8 \Leftrightarrow t = 7$

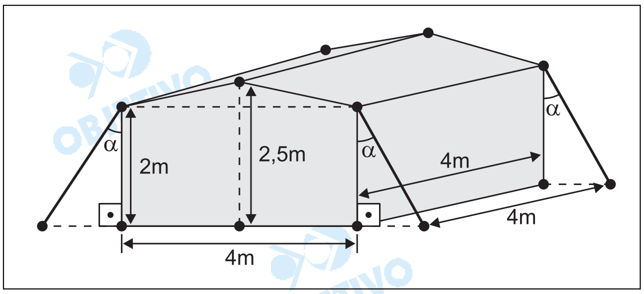
Para t = 7 o diâmetro, em centímetros, é dado por

$100 . D(7) = 100 . (0,1) . 2^{\frac{7}{7}} = 100 . (0,1) . 2 = 20$

Respostas: a) altura: 1 metro;
diâmetro: 10cm
b) 20cm

25

Em um *camping*, sobre uma área plana e horizontal, será montada uma barraca com a forma e as dimensões dadas de acordo com a figura.

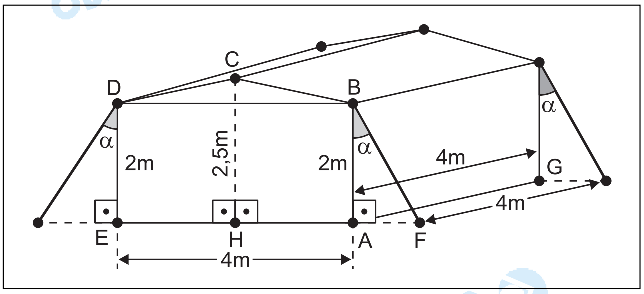


Em cada um dos quatro cantos do teto da barraca será amarrado um pedaço de corda, que será esticado e preso a um gancho fixado no chão, como mostrado na figura.

a) Calcule qual será o volume do interior da barraca.

b) Se cada corda formará um ângulo α de 30º com a lateral da barraca, determine, aproximadamente, quantos metros de corda serão necessários para fixar a barraca, desprezando-se os nós. (Use, se necessário, a aproximação $\sqrt{3} = 1,73$).

Resolução



*a) Admitindo-se que o interior da barraca forme um **prisma pentagonal reto**, de base ABCDE, cuja altura mede 4m, e que **ABDE é retângulo**, tem-se:*

1) A área S_b da base ABCDE, equivalente a dois trapézios retângulos, é, em m^2, tal que

$$S_b = \frac{(2,5 + 2)\,.\,AH}{2} + \frac{(2,5 + 2)\,.\,HE}{2} = \frac{4,5}{2}(AH + HE) =$$

$$= \frac{4,5}{2}\,.\,AE = \frac{4,5}{2}\,.\,4 = 9$$

2) O volume do interior da barraca é, em m^3, igual a:
$V = S_b\,.\,AG = 9\,.\,4 = 36$

b) No triângulo retângulo ABF tem-se

$$BF = \frac{AB}{\cos\alpha} \Leftrightarrow BF = \frac{2}{\cos 30°} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cong$$

$$\cong \frac{4\,.\,1,73}{3} \Leftrightarrow BF \cong 2,307m.$$ *Assim, para as amarras serão necessários $4\,.\,BF \cong 9,23m$.*

Respostas: a) $36m^3$; b) 9,23m.

Matemática

Apesar do pouco rigor na descrição do sólido apresentado na questão 25, a Unesp elaborou uma boa prova de Matemática para a área de biológicas. Questões de poucos cálculos, assuntos tradicionais, mas que permitem selecionar candidatos melhor preparados.