

Física/Matemática

SÃO PAULO: CAPITAL DA VELOCIDADE

Diversos títulos foram sendo atribuídos à cidade de São Paulo durante seus mais de 500 anos de fundação, como, por exemplo, “A cidade que não pode parar”, “A capital da gastronomia” ou “O paraíso dos imigrantes”. Recentemente São Paulo passou a receber também o título de “Capital da velocidade” por ser a única cidade da América Latina a sediar uma etapa da mais consagrada competição de automobilismo: a Fórmula 1. Mas, para que isso pudesse ocorrer, a cidade precisou se preparar.

O tradicional autódromo “José Carlos Pace”, mais conhecido por autódromo de Interlagos, passou em 1990 por uma reforma que redesenhou o circuito então existente, reduzindo a extensão do antigo percurso de 7,8 km para os atuais 4,3 km, além de alterar sensivelmente o traçado de algumas retas e curvas (figuras 1 e 2). O número de voltas que um carro executa no circuito numa prova de Fórmula 1 é determinado pela distância total a ser percorrida, que, de acordo com as novas regras fixadas para 2006, é de 305 km, desde que não seja ultrapassado o tempo total previsto que é de 2 horas.

A velocidade e a aceleração dos carros variam bastante de trecho para trecho do circuito, dependendo do comprimento da reta ou do raio da curva. Para se ter uma idéia, observando a figura 2, um carro posicionado no início do grid consegue na largada da prova de Interlagos, em (A), na reta dos boxes, partir do repouso e atingir 216 km/h em 8 segundos. Em seguida, inicia a freada em (B), a uma distância de 125 metros do ponto (C), para entrar, então, na curva ao final da reta dos boxes a 108 km/h. Nessa curva, representada na figura 2 pelo arco CD de medida igual à quarta parte de uma circunferência de diâmetro 200 m, o piloto mantém constante o valor de 108 km/h para a velocidade do carro até completá-la totalmente.

Todas as etapas de aceleração, freada e retomada servem para compor a velocidade média do automóvel, de aproximadamente 200 km/h em cada volta do circuito.

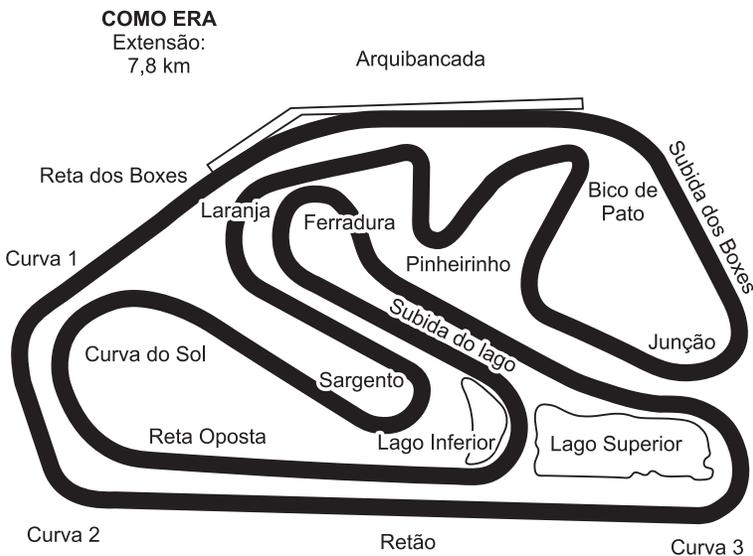


Figura 1

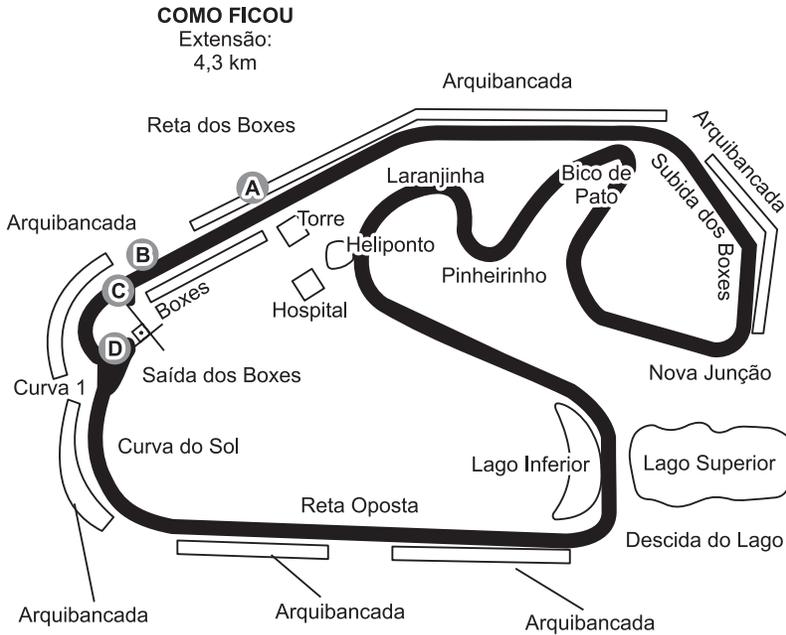


Figura 2

BRIGA DE GENTE GRANDE

Muitos são os interesses envolvidos nas competições da Fórmula 1, uma vez que as vitórias servem para a promoção das marcas de fabricantes de pneus, de combustível utilizado, dos patrocinadores que registram seus logotipos nos carros etc. Para quem, no entanto, acompanha apenas o resultado das provas, interessa, principalmente, a colocação final de cada piloto. Na tabela 1 estão registradas as frequências das colocações obtidas por 4 pilotos em todas as provas da temporada 2006, incluindo a de Interlagos, enquanto na tabela 2 estão registrados os pontos atribuídos a cada piloto de acordo com sua colocação em cada prova.



Tabela 1 • Frequência das classificações obtidas nas provas

Colocação	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Fernando Alonso	7	7	0	0	2	0	0	0
Michael Schumacher	7	4	1	1	1	1	0	1
Kimi Raikkonen	0	2	4	1	5	0	0	0
Felipe Massa	2	3	2	2	3	0	1	0

Tabela 2 • Pontos por colocação na prova

1º lugar	10
2º lugar	8
3º lugar	6
4º lugar	5
5º lugar	4
6º lugar	3
7º lugar	2
8º lugar	1

INSTRUÇÕES:

Nas respostas lembre-se de deixar os processos de resolução claramente expostos.

Não basta escrever apenas o resultado final. É necessário registrar os cálculos e/ou o raciocínio utilizado.

Sempre que necessário, utilize aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$; $\pi = 3$

Nas questões seguintes, eventualmente, você precisará de dados numéricos contidos no texto. Procure-os com atenção.

QUESTÕES

1. Qual foi a redução percentual do antigo percurso de uma volta do autódromo de Interlagos para que fosse obtido o comprimento do circuito atual? Escreva a resposta com uma casa decimal.
2. Desenhe um gráfico cartesiano para representar a variação da velocidade (em m/s) em função do tempo (em s) de um competidor de Fórmula 1 em Interlagos, desde a largada, em (A), até o momento em que completa a curva ao final da reta dos boxes, em (D). Para isso, utilize a região quadriculada na folha de respostas, registrando claramente os valores de velocidade e tempo correspondentes aos instantes de alteração de movimento. Considere constante o módulo da aceleração em cada etapa.
3. Calcule o coeficiente de atrito entre os pneus do carro e o piso da pista enquanto o carro executa a curva representada pelo arco CD na figura 2. Suponha que a velocidade desenvolvida pelo carro nesse momento corresponda ao máximo valor para que não ocorra derrapagem lateral.
4. Considere uma matriz A, de ordem 4×8 , formada pelos valores das frequências da tabela 1, e outra matriz B, de ordem 8×1 , formada pelos valores dos pontos por colocação da tabela 2. Em seguida, calcule a matriz $C = A \times B$, e descreva o significado de seus elementos em relação à temporada de 2006 da Fórmula 1.
5. Ao entrar na reta oposta, o competidor (1) emparelha seu carro de 4,50 m de comprimento com o carro do competidor (2), de mesmo comprimento. Suponha que neste instante os carros de (1) e (2) tenham a mesma velocidade, de módulo igual a 162 km/h e estejam sujeitos a acelerações constantes de módulos respectivamente iguais a $4,76 \text{ m/s}^2$ e $4,67 \text{ m/s}^2$. Calcule a distância que o competidor (1) percorrerá desde o instante em que emparelha com (2) até o momento em que completa a ultrapassagem.

Resposta

1) A redução percentual foi de $\frac{7,8 - 4,3}{7,8} \cong 44,9\%$ em relação à medida do antigo percurso.

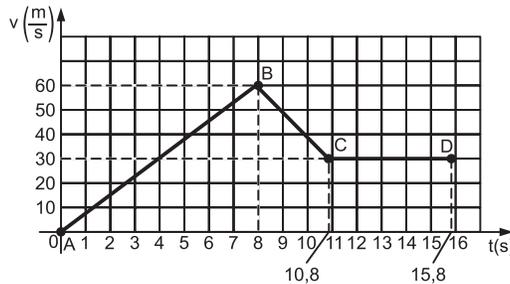
2) Entre B e C, temos um MUV, percorrido em um intervalo de tempo t_{BC} dado por:

$$\frac{v_B + v_C}{2} = \frac{d_{BC}}{t_{BC}} \Rightarrow \frac{\frac{216}{3,6} + \frac{108}{3,6}}{2} = \frac{125}{t_{BC}} \Rightarrow t_{BC} = 2,8 \text{ s}$$

Durante a curva entre C e D, o carro descreve um movimento uniforme e gasta um intervalo de tempo t_{CD} dado por:

$$t_{CD} = \frac{d_{CD}}{v_C} \Rightarrow t_{CD} = \frac{\frac{2\pi R}{4}}{v_C} \Rightarrow t_{CD} = \frac{3 \cdot 100}{2 \cdot 30} \Rightarrow t_{CD} = 5 \text{ s}$$

Assim, podemos esboçar o seguinte gráfico:



3) Supondo que o trecho CD seja uma curva plana, a resultante centrípeta deve ser a força de atrito estático máxima. Assim, sendo $v = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$ e o raio da curva $R = \frac{200}{2} = 100 \text{ m}$, temos:

$$f_{at.} = R_{cp} \Rightarrow \mu_e \cdot m \cdot g = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow \mu_e \cdot 10 = \frac{30^2}{100} \Rightarrow \mu_e = 0,9$$

4) Temos que $A_{4 \times 8} = \begin{bmatrix} 7 & 7 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 4 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 1 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ e $B_{8 \times 1} = \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ 6 \\ 5 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Logo:

$$C = A \times B = \begin{bmatrix} 7 \cdot 10 + 7 \cdot 8 + 0 \cdot 6 + 0 \cdot 5 + 2 \cdot 4 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 \\ 7 \cdot 10 + 4 \cdot 8 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \\ 0 \cdot 10 + 2 \cdot 8 + 4 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + 0 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 \\ 2 \cdot 10 + 3 \cdot 8 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 4 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow C = \begin{bmatrix} 134 \\ 121 \\ 65 \\ 80 \end{bmatrix}$$

Na matriz C:

- $c_{11} = 134$ é o total de pontos de Fernando Alonso na temporada 2006;
- $c_{21} = 121$ é o total de Michael Schumacher;
- $c_{31} = 65$ é o total de Kimi Raikkonen;
- $c_{41} = 80$ é o total de Felipe Massa.

5) Para que o competidor (1) ultrapasse o competidor (2) ele deve percorrer uma distância relativa $d = 4,5$ m. O tempo gasto nesse trecho é dado por:

$$d = \frac{a_1 t^2}{2} \Rightarrow 4,5 = \frac{(4,76 - 4,67)t^2}{2} \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

A distância percorrida pelo competidor (1) nesse intervalo de tempo é de:

$$d_1 = v_{01}t + \frac{a_1 \cdot t^2}{2} \Rightarrow d_1 = \frac{162}{3,6} \cdot 10 + 4,76 \cdot \frac{10^2}{2} \Rightarrow \boxed{d_1 = 688 \text{ m}}$$