

## QUESTÕES DISCURSIVAS

### Questão 1

Parabéns! Você foi aprovado no vestibular da FGV e durante os quatro primeiros semestres do curso destacou-se com boas notas. Agora, no final do quinto semestre, tenta conseguir um estágio em uma grande empresa.

Uma das fases do teste de admissão consiste em calcular o valor líquido que deve receber um funcionário demitido da empresa.

À sua frente há duas tabelas: uma delas contém instruções para calcular as quantias a que um funcionário faz jus nesta hipótese e os descontos legais correspondentes; na outra, o modelo de um termo de rescisão contratual que deverá ser preenchido com os valores calculados a partir das instruções. Mãos à obra!

Cálculo do valor líquido a receber pelo funcionário J.J. Silva Xavier, demitido em 30/09/2005 e cujo salário mensal é R\$3 600,00:

Admissão	Demissão	Retorno das férias	Saldo do FGTS	Salário mensal
01/02/2000	30/09/2005	31/01/2005	R\$15 468,00	R\$3 600,00

### TERMO DE RESCISÃO DE CONTRATO DE TRABALHO

RECEBIMENTOS			
1. Saldo de Salários	R\$	4. Férias proporcionais	R\$
2. Aviso-prévio	R\$	5. Abono constitucional	R\$
3. 13º salário	R\$	6. FGTS da rescisão	R\$
		7. Multa por demissão	R\$
TOTAL: (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7)			R\$

Valor líquido a receber: R\$

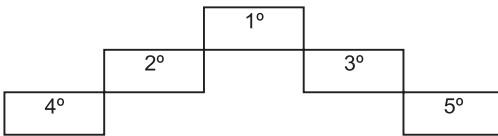
DESCONTOS	
8. INSS salários	R\$
9. INSS férias	R\$
10. INSS 13º salário	R\$
11. Imposto de Renda (IR)	R\$
TOTAL: (8 + 9 + 10 + 11)	R\$

### TABELA DE INSTRUÇÕES

RECEBIMENTOS	DESCONTOS
<u>Saldo de salários:</u> valor correspondente ao número de dias trabalhados no mês da demissão.	<u>INSS salários:</u> 11% sobre (saldo de salários + aviso-prévio), limitado, esse desconto, a um valor máximo de R\$293,50.
<u>Aviso prévio:</u> valor correspondente a um salário mensal.	<u>INSS férias:</u> 11% sobre (férias proporcionais + abono constitucional), limitado, esse desconto, a um valor máximo de R\$293,50.
<u>13º salário:</u> fração do salário mensal correspondente ao número de meses de permanência na empresa, em 2005, mais um mês de aviso prévio.	<u>INSS 13º salário:</u> 11% sobre o 13º salário, limitado, esse desconto, a um valor máximo de R\$293,50.
<u>Férias proporcionais:</u> fração do salário mensal correspondente ao número de meses, mais um mês de aviso prévio, contados a partir do retorno do último período de férias até a data da demissão.	<u>Imposto de Renda (IR):</u> 27,5% sobre (saldo de salários + aviso-prévio + 13º salário + férias proporcionais), deduzindo-se, desse valor, a importância de R\$465,35.
<u>Abono constitucional:</u> um terço do valor correspondente às férias proporcionais.	
<u>FGTS da rescisão:</u> 8% sobre (saldo de salários + aviso-prévio + 13º salário + férias proporcionais)	
<u>Multa por demissão:</u> 40% sobre (saldo do FGTS + FGTS da rescisão).	



**CLASSIFICAÇÃO FINAL DO PENTATLO MODERNO NOS JOGOS UNIVERSITÁRIOS**



**Resposta**

A partir das informações E e F e, em seguida, da informação G, podemos preencher parcialmente a tabela:

	Tiro		Esgrima		Natação		Equitação		Atletismo		Total de pontos.
	class.	ptos.	class.	ptos.	class.	ptos.	class.	ptos.	class.	ptos.	
Alex			1°	15							
Beto			3°	8							
Carlos											
Diego											
Edu					2°	11	1°	15			

Segundo a informação E, Beto ficou à frente de Diego e Edu em esgrima e, portanto, atrás de Alex e Carlos. Como Alex venceu a prova, Carlos ficou em 2º lugar.

Pela informação J, um dos estudantes ficou em 2º lugar em 4 provas e venceu a outra. Como são 5 provas, somente dois estudantes obtiveram todos os 2ºs lugares: Carlos e Edu. Como Edu não venceu a prova de esgrima, Carlos obteve quatro 2ºs lugares e venceu a prova de natação.

Pelas informações D e H, Beto ficou em 5º lugar na prova de tiro e o vencedor dessa prova ficou em 5º lugar nas outras provas. Observando a prova de esgrima, conclui-se que Diego ou Edu foi o 5º colocado; como Edu não foi 5º lugar em natação, então Diego foi o 5º colocado.

Assim, Diego venceu a prova de tiro e ficou em 5º lugar nas outras provas e Edu foi o 4º lugar em esgrima.

Temos, então:

	Tiro		Esgrima		Natação		Equitação		Atletismo		Total de pontos.
	class.	ptos.	class.	ptos.	class.	ptos.	class.	ptos.	class.	ptos.	
Alex			1°	15							
Beto	5°	2	3°	8							
Carlos	2°	11	2°	11	1°	15	2°	11	2°	11	59
Diego	1°	15	5°	2	5°	2	5°	2	5°	2	23
Edu			4°	5	2°	11	1°	15			

Pela informação G, Alex ganhou as duas únicas provas nas quais Beto foi classificado em 3º lugar.

Já determinamos os vencedores de todas as provas, exceto a de atletismo; logo essa prova foi vencida por Alex e Beto foi o 3º lugar. Por eliminação, Edu ficou em 4º lugar.

Determinamos, então, os dois 3ºs lugares de Beto. Portanto, Beto não foi 3º lugar em natação nem em equitação, ficando em 4º lugar; desse modo, Alex ficou em 3º lugar nessas provas.

Por fim, como Beto obteve dois 4ºs lugares e, pela informação I, Edu ficou em 4º em tiro, podemos, então, terminar de preencher a tabela:

	Tiro		Esgrima		Natação		Equitação		Atletismo		Total de pontos.
	class.	ptos.	class.	ptos.	class.	ptos.	class.	ptos.	class.	ptos.	
Alex	3°	8	1°	15	3°	8	3°	8	1°	15	54
Beto	5°	2	3°	8	4°	5	4°	5	3°	8	28
Carlos	2°	11	2°	11	1°	15	2°	11	2°	11	59
Diego	1°	15	5°	2	5°	2	5°	2	5°	2	23
Edu	4°	5	4°	5	2°	11	1°	15	4°	5	41

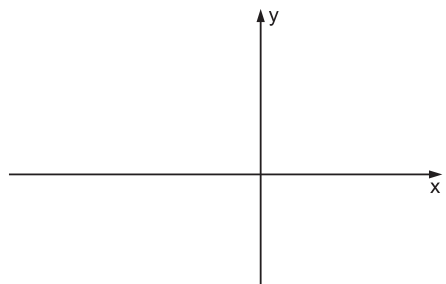
A classificação final do pentatlo é Carlos em 1º lugar, Alex em 2º, Edu em 3º, Beto em 4º e Diego em 5º.

**Questão 3**

Represente no plano cartesiano abaixo a região, R, dos pontos (x, y), definida pelas condições simultâneas:

$$\begin{cases} 2y + 3x - 12 \leq 0 \\ 3y - 2x - 6 \geq 0 \\ -4 \leq x \leq 0 \\ y \leq 5 \end{cases}$$

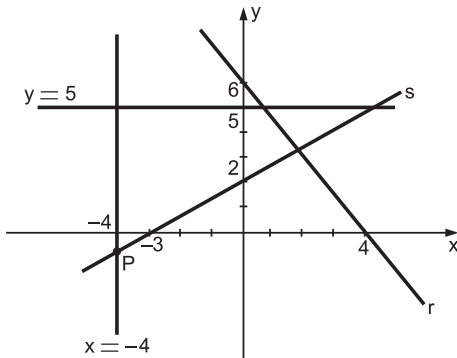
e calcule a área da região R representada.



**Resposta**

Sejam r e s as retas de equações  $2y + 3x - 12 = 0$  e  $3y - 2x - 6 = 0$ , respectivamente. Os pontos (4; 0) e (0; 6) pertencem à reta r e (-3; 0) e (0; 2) pertencem à reta s.

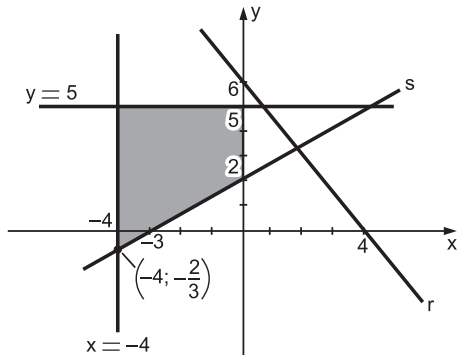
Assim podemos esboçar as retas  $r$ ,  $s$ ,  $x = -4$  e  $y = 5$  no plano cartesiano a seguir:



As retas  $s$  e  $x = -4$  interceptam-se no ponto  $P = \left(-4; -\frac{2}{3}\right)$ .

Como  $\begin{cases} 2y + 3x - 12 \leq 0 \\ 3y - 2x - 6 \geq 0 \\ -4 \leq x \leq 0 \\ y \leq 5 \end{cases}$ , então a região  $R$

do plano é a região destacada a seguir:



A região  $R$  é um trapézio de base maior  $5 - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{17}{3}$ , base menor  $5 - 2 = 3$  e altura 4, cuja área é  $\frac{\left(\frac{17}{3} + 3\right) \cdot 4}{2} = \frac{52}{3}$ .

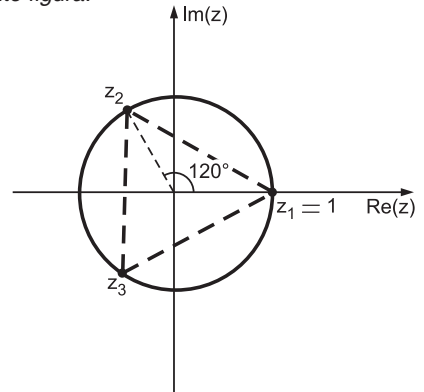
### Questão 4

Três números complexos estão representados no plano de Argand-Gauss por 3 pontos que dividem uma circunferência de centro na origem  $(0, 0)$  em partes iguais. Um desses números é igual a 1. Determine os outros dois números.

Faça um esboço da circunferência e calcule a área do triângulo cujos vértices são os três pontos.

### Resposta

Sejam  $z_1 = 1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  os números complexos pedidos. Assim, podemos representá-los pela seguinte figura:



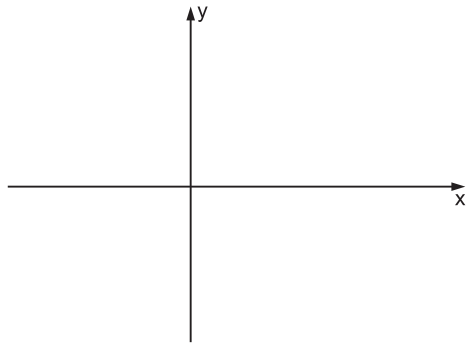
Como são representados por vértices de um triângulo equilátero,  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  são as raízes cúbicas de  $z_1^3 = 1$ , ou seja,  $z_1 = 1$ ,  $z_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i$  e  $z_3 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i$ . Temos ainda que o triângulo de vértices em  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  é um triângulo equilátero inscrito numa circunferência de raio 1 e, desta forma, sua área é  $3 \cdot \frac{1^2 \cdot \text{sen } 120^\circ}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$ .

### Questão 5

No plano cartesiano abaixo esboce o gráfico da função  $f(x)$  definida pelas equações

$$\begin{cases} x = \text{cost} \\ y = \text{cost} - 1 + (\text{sent})^2 \end{cases}$$

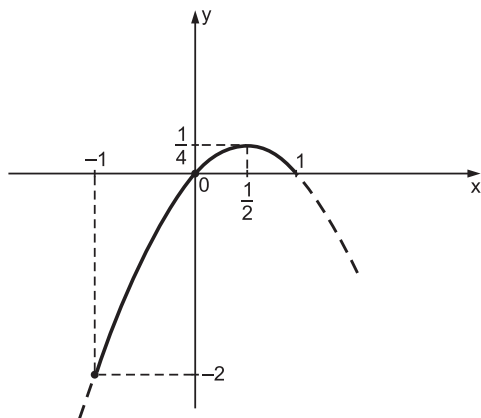
Indique o Domínio e a Imagem dessa função.



**Resposta**

$$\begin{aligned} x &= \cos t \\ y &= \cos t - 1 + \sin^2 t \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x &= \cos t \\ y &= \cos t - 1 + 1 - \cos^2 t \end{cases} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x &= \cos t \\ y &= \cos t - \cos^2 t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y &= -x^2 + x \\ -1 \leq x \leq 1 \end{cases}, \text{ pois} \\ -1 &\leq \cos t \leq 1. \end{aligned}$$

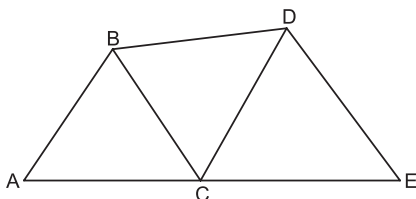
Assim, o gráfico de  $f(x)$  é um arco da parábola de raízes 0 e 1 e vértice  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ , exibido a seguir:



Logo  $D_f = [-1; 1]$  e  $Im = \left[-2; \frac{1}{4}\right]$ .

**Questão 6**

Na figura plana a seguir, os triângulos ABC e CDE são equiláteros. Os lados medem 4cm e 6cm, respectivamente. Calcule a área do quadrilátero ABDE.



**Resposta**

Como os triângulos ABC e CDE são equiláteros de lados de medidas 4 cm e 6 cm, respectivamente, e  $m(\widehat{ACE}) = 180^\circ$ , podemos afirmar que

$m(\widehat{BCD}) = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ ,  $BC = 4$  cm e  $CD = 6$  cm.

A área do quadrilátero ABDE é igual à soma das áreas dos triângulos ABC, BCD e CDE, ou seja, é igual a  $\frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \sin 60^\circ + \frac{6^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 19\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>.

**Questão 7**

Maria comprou um chocolate no valor de R\$2,00. Se ela leva na bolsa dez moedas de R\$0,25, uma moeda de R\$0,50 e uma moeda de R\$1,00, de quantos modos ela poderá pagar o chocolate?

**Resposta**

Há duas interpretações possíveis para o enunciado. Vamos considerar inicialmente as moedas de R\$ 0,25 distintas duas a duas. Temos então as seguintes possibilidades:

- duas moedas de R\$ 0,25; uma de R\$ 0,50; uma de R\$ 1,00:

$\binom{10}{2} = \frac{10 \cdot 9}{2} = 45$  modos.

- quatro moedas de R\$ 0,25; uma de R\$ 1,00:

$\binom{10}{4} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4!} = 210$  modos.

- seis moedas de R\$ 0,25; uma de R\$ 0,50:

$\binom{10}{6} = \binom{10}{4} = 210$  modos.

- oito moedas de R\$ 0,25:

$\binom{10}{8} = \binom{10}{2} = 45$  modos.

Logo Maria poderá pagar o chocolate de  $45 + 210 + 210 + 45 = 510$  modos.

Caso considerarmos as moedas de R\$ 0,25 iguais, há 4 maneiras de pagar o chocolate.

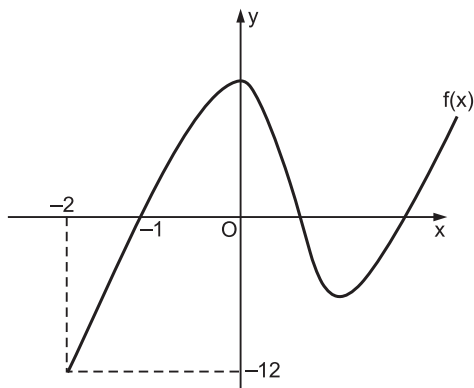
**Questão 8**

Considere a função  $y = f(x)$ , tal que:

$f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

e cujo gráfico está representado na figura a seguir. Determine o conjunto solução da inequação

$0 \leq x^3 - 2x^2 - x + 14 \leq 12$ .

**Resposta**

Temos que  $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2 = x^2 \cdot (x - 2) - (x - 2) = (x - 2) \cdot (x^2 - 1)$ , cujas raízes  $-1$ ,  $1$  e  $2$  são as abscissas dos pontos de intersecção do gráfico de  $f(x)$  com o eixo  $x$ .

Desta forma, considerando o gráfico dado,

$$0 \leq x^3 - 2x^2 - x + 14 \leq 12 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq f(x) + 12 \leq 12 \Leftrightarrow -12 \leq f(x) \leq 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow -2 \leq x \leq -1$  ou  $1 \leq x \leq 2$ , uma vez que  $f(x)$  é crescente para  $x \leq -1$  e para  $x \geq 2$ .

Portanto  $V = [-2; -1] \cup [1; 2]$ .

**Questão 9**

Alberto tomou um empréstimo de R\$20 000,00 à taxa de juro simples de 10% ao ano. Algum tempo depois, considerando que o valor dos juros era muito alto, obteve um outro empréstimo de R\$30 000,00, à taxa de juro simples de 8% ao ano. Liquidou a dívida do primeiro empréstimo, pagando também os juros e ainda restou algum dinheiro. Dezoito meses depois da data do primeiro empréstimo liquidou o débito, inclusive juros, do segundo empréstimo.

Determine os prazos dos dois empréstimos, em meses, sabendo que Alberto pagou R\$3 500,00 de juros totais nos dois empréstimos.

**Resposta**

Seja  $x$  o número de meses que Alberto demorou para quitar o primeiro empréstimo. Então, ele demorou  $18 - x$  meses para quitar o segundo.

Dessa maneira, considerando as taxas de juros simples e o fato de Alberto ter pagado um total de R\$ 3.500,00 de juros:

$$\frac{x}{12} \cdot 10\% \cdot 20\,000 + \frac{18 - x}{12} \cdot 8\% \cdot 30\,000 =$$

$$= 3\,500 \Leftrightarrow \frac{5x + (18 - x) \cdot 6}{3} = 35 \Leftrightarrow x = 3$$

Portanto Alberto quitou o primeiro empréstimo em 3 meses e o segundo em  $18 - 3 = 15$  meses.

**Questão 10**

Paulo tem R\$150 000,00 aplicados num fundo de investimentos, à taxa de juro composto de 20% ao ano e quer comprar um apartamento de R\$200 000,00 à vista. Para adquirir o imóvel, Pedro está diante de duas possibilidades:

**I** Comprar a prazo, mediante o seguinte plano de financiamento proposto pelo vendedor: R\$80 000,00 de entrada, R\$84 000,00 no final de 1 ano e R\$83 500,00 no final de 2 anos.

**II** Comprar à vista, obtendo um empréstimo de R\$50 000,00 à taxa de juro composto de 30% ao ano, a ser pago no final de 2 anos.

Por qual dos dois planos Paulo deveria optar? Justifique!

**Resposta**

Vamos considerar que onde está Pedro deveria estar Paulo.

Assim, se Paulo comprar à vista, o empréstimo de R\$ 50.000,00, tomados hoje à taxa de juro composto de 30% ao ano, se transformará numa dívida de  $50\,000 \cdot (1,3)^2 = \text{R\$ } 84.500,00$  ao final de 2 anos.

Na possibilidade de compra a prazo, com R\$ 80.000,00 de entrada, Paulo ainda possui R\$  $(150\,000 - 80\,000) = \text{R\$ } 70.000,00$  para investir à taxa de juro composto de 20% ao ano. Ao final de um ano, Paulo terá o capital de  $70\,000 \cdot (1,2)^2 = \text{R\$ } 84.000,00$ , exatamente a quantia para a segunda parcela do pagamento a prazo. Como o último pagamento na compra a prazo é de R\$ 83.500,00 ao final de 2 anos, e na compra à vista Paulo deve no final de 2 anos R\$ 84.500,00, ele deve optar pelo pagamento a prazo.