Matemática

FGV

ETAPA

Questão A

Uma rede de televisão encomendou uma pesquisa com a intenção de identificar valores e comportamentos de jovens entre 15 e 30 anos para lançar uma nova programação. Os 2000 jovens entrevistados, das classes A, B e C, das cidades de São Paulo, Rio de Janeiro, Brasília, Salvador e Porto Alegre, definiram sua geração por meio de palavras como “vaidosa” (37%), “consumista” (26%), “acomodada” (22%) e “individualista” (15%). Dentre aqueles que classificaram sua geração como “vaidosa”, 45% são homens.

A.a) Considerando tais dados, se for escolhido ao acaso um jovem que participou da pesquisa, qual a probabilidade de ele considerar sua geração “vaidosa” e ser mulher? *(1)*

A.b) Quantos jovens entrevistados não consideraram sua geração “acomodada”? *(2)*

Resposta

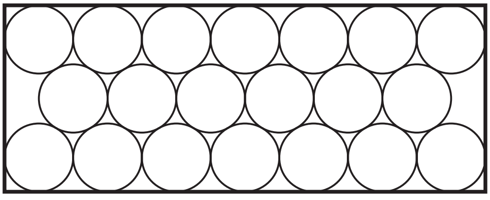
A.a) Dentre os entrevistados, 37% consideram sua geração "vaidosa". Desses, 100% − 45% = = 55% são mulheres.

Logo a probabilidade procurada é 37% · 55% = = 20,35%.

A.b) Não consideram sua geração "acomodada"
$(100\% - 22\%) \cdot 2\,000 = 78\% \cdot 2\,000 = 1\,560$ *jovens.*

Questão B

A secção transversal de uma caixa de latas de ervilhas é um retângulo que acomoda, exatamente, as latas, como mostra a figura abaixo:

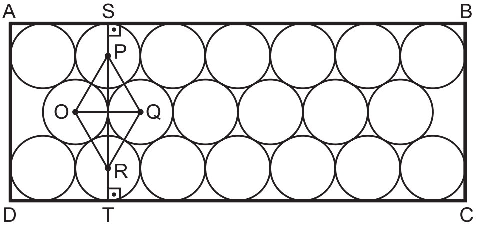


B.a) Sabendo que o raio da lata de ervilhas é 3,5 cm, determine a área da secção transversal. *(3)*

B.b) Supondo, ainda, que a altura da lata de ervilhas seja 8,5 cm e que sejam colocadas 60 latas em cada caixa, calcule o volume da caixa. *(4)*

Resposta

B.a) O lado AB do retângulo ABCD é igual a sete vezes o diâmetro da lata, ou seja, $AB = 7 \cdot 2 \cdot 3{,}5 = 49$ *cm.*



Como OP = PQ = OQ = OR = QR, os triângulos OPQ e OQR são eqüiláteros de lado $2 \cdot 3{,}5 = 7$ *cm. Portanto a medida AD do lado do retângulo é igual a dois raios, PS e RT, somados a duas alturas do triângulo eqüilátero de lado 7 cm, isto é,* $AD = 2 \cdot 3{,}5 + 2 \cdot \frac{7\sqrt{3}}{2} = 7 + 7\sqrt{3}$ *cm.*

Logo a área da secção transversal é $49(7 + 7\sqrt{3}) = 343(1 + \sqrt{3})\ cm^2$.

B.b) Na secção transversal, contam-se $7 + 6 + 7 = 20$ *latas. Como há 60 latas em cada caixa, a altura da caixa é* $\frac{60}{20} \cdot 8{,}5 = 25{,}5$ *cm.*

Portanto o volume da caixa é
$343(1 + \sqrt{3}) \cdot 25{,}5 = 8\,746{,}5(1 + \sqrt{3})\ cm^3$.

Questão C

Suponha que a temperatura (em ^{o}F) de uma cidade localizada em um país de latitude elevada do hemisfério norte, em um ano bissexto, seja modelada pela equação

$$T = 50 \cdot \left[sen\, \frac{2\pi}{366}(d - 91{,}5) \right] + 25$$

na qual d é dado em dias e $d = 0$ corresponde a 1º de janeiro.

C.a) Esboce o gráfico de T *versus* d para $0 \le d \le 366$. *(5)*

C.b) Use o modelo para prever qual será o dia mais quente do ano. *(6)*

C.c) Baseado no modelo, determine em quais dias a temperatura será 0 ^oF. *(7)*

Resposta

$sen\ \frac{2\pi}{366} \cdot (d - 91{,}5) = sen\left(\frac{2\pi}{366}d - \frac{\pi}{2}\right) =$

$= -cos\ \frac{\pi \cdot d}{183}$

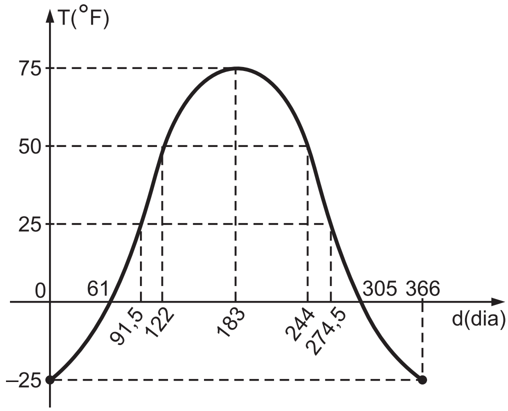
Assim, $T(d) = -50 \cdot cos\ \frac{\pi \cdot d}{183} + 25$.

C.a) ● Para todo $x \in R$, $-1 \le cos\ x \le 1 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow -50 \le -50 \cdot cos\ x \le 50 \Leftrightarrow -25 \le -50 \cdot cos\ x + 25 \le$ ≤ 75. Logo a imagem de $T(d)$ é $[-25; 75]$.

● O período de $T(d)$ é $\frac{2\pi}{\frac{\pi}{183}} = 366$.

● Finalmente, podemos montar uma tabela aproveitando alguns valores notáveis de $cos\ x$.

d	$\mathbf{T(d) = -50 \cdot cos\ \frac{\pi \cdot d}{183} + 25}$
0	$T(0) = -50 \cdot cos\ 0 + 25 = -25$
61	$T(61) = -50 \cdot cos\ \frac{\pi}{3} + 25 = 0$
91,5	$T(91{,}5) = -50 \cdot cos\ \frac{\pi}{2} + 25 = 25$
122	$T(122) = -50 \cdot cos\ \frac{2\pi}{3} + 25 = 50$
183	$T(183) = -50 \cdot cos\pi + 25 = 75$
244	$T(244) = -50 \cdot cos\ \frac{4\pi}{3} + 25 = 50$
274,5	$T(274{,}5) = -50 \cdot cos\ \frac{3\pi}{2} + 25 = 25$
305	$T(305) = -50 \cdot cos\ \frac{5\pi}{3} + 25 = 0$
366	$T(366) = -50 \cdot cos\ 2\pi + 25 = -25$



C.b) Temos que $T(d)$ é máximo quando $cos\ \frac{\pi \cdot d}{183} = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi \cdot d}{183} = \pi + 2k\pi,\ k \in Z \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow d = 183 + 366k,\ k \in Z$.

Como $0 \le d \le 366$, o dia mais quente do ano ocorrerá para $d = 183$, ou seja, será 2 de julho.

C.c) $T(d) = 0 \Leftrightarrow -50 \cdot cos\ \frac{\pi \cdot d}{183} + 25 = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow cos\ \frac{\pi \cdot d}{183} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi \cdot d}{183} = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in Z \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow d = \pm 61 + 366k,\ k \in Z$.

Como $0 \le d \le 366$, a temperatura do dia será $0^o F$ para $d = 61$, 2 de março, e $d = -61 + 366 = 305$, 1º de novembro.