



Matemática Aplicada

Módulo Discursivo



Vestibular 2008

Administração Economia



Instruções

Leia atentamente

- Confira se o seu nome e RG estão corretos.
- A prova poderá ser escrita a lápis.
- Não é permitido o uso de calculadoras.
- Não haverá substituição do Caderno de Questões em caso de rasura.
- O candidato é responsável pela devolução deste caderno de questões ao fiscal de sala até o término do horário permitido; após esse limite, a prova será anulada.
- A duração total do Módulo Discursivo é de 4h.
- O candidato só poderá deixar definitivamente os locais das provas a partir de duas horas após o seu início.

1ª QUESTÃO

Em um antigo reino, o rei mandou construir uma representação em miniatura do palácio real, que ficou perfeita. O que mais chamou a atenção na maquete foi a reprodução do tapete que decorava o aposento real. O rei ficou tão encantado com essa miniatura que chamou ao palácio o artesão que o tecera, com a intenção de encomendar-lhe um tapete idêntico àquele, em tamanho real.

O rei, famoso pela parcimônia nos gastos, antes de ordenar o serviço, quis saber o custo do tapete em miniatura.

– Duas moedas de ouro, respondeu-lhe o artesão. Uma pelo tapete e outra pelo bordado do contorno.

Então, pensou o soberano, como as dimensões do meu aposento são 60 vezes as da miniatura, o tapete, em tamanho real, deve custar 120 moedas de ouro. Mandou fazer.

No entanto, na entrega da encomenda, o rei assustou-se com a conta apresentada.

Quanto cobrou o artesão pelo tapete?

2ª QUESTÃO

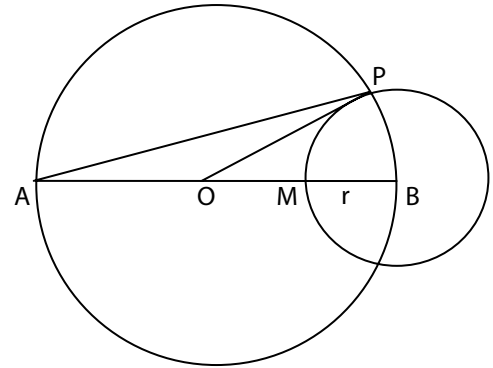
Encontre a área do triângulo ABC , cujos vértices obedecem às seguintes propriedades:

- 1 estão sobre a parábola $y = 2x^2 - 13x + 18$.
- 2 A e B estão sobre o eixo das abscissas.
- 3 a abscissa do vértice C é o ponto de mínimo da parábola.
- 4 as medidas dos lados estão em metros.

3ª QUESTÃO

Na figura ao lado, \overline{AB} é diâmetro da circunferência de centro O ; M é o ponto médio do raio \overline{OB} e B é o centro da circunferência menor, que passa por M e cujo raio é r . Sendo P o ponto de intersecção das circunferências, determine:

- A** a medida de \overline{AP} em função de r .
- B** O cosseno do ângulo $\hat{P}OB$.



4ª QUESTÃO

O pitagorismo, fundado pela lendária figura de Pitágoras de Samos (séc VI – V a.C.), foi a primeira escola na História a reverenciar a importância do número, vislumbrando ser o conhecimento quantitativo mais completo e objetivo que o qualitativo. Disse Filolau, um membro da escola pitagórica: “Todas as coisas têm um número e nada se pode compreender sem ele”.

Para dois números positivos a e b , os gregos antigos definiram três médias importantes: aritmética (M), geométrica (G) e harmônica (H), da seguinte forma:

$$\frac{a - M}{M - b} = \frac{a}{a} ; \frac{a - G}{G - b} = \frac{a}{G} \text{ e } \frac{a - H}{H - b} = \frac{a}{b}$$

- A** Prove que a média harmônica entre dois números positivos é o inverso da média aritmética dos inversos desses números.
- B** Encontre os números a e b , sabendo que a média aritmética e a média harmônica entre eles são, respectivamente, $\frac{4}{15}$ e $\frac{1}{4}$.
- C** Prove que, se os números positivos a , b e c , nessa ordem, são tais que o inverso do termo médio é a média harmônica dos inversos dos extremos, então a seqüência (a, b, c) é uma progressão aritmética.

5ª QUESTÃO

Um programa de TV tem um quadro em que o apresentador exibe uma caixa fechada que contém um cheque preenchido. Ganhará a quantia equivalente, em dinheiro, o espectador que, por telefone, com um único palpite, adivinhar o valor do cheque.

Decorridos quinze minutos, não havendo vencedor, o apresentador fornecerá as seguintes informações sobre o valor do cheque, em reais: é um número inteiro, composto por algarismos distintos, par, não divisível por 10, maior que 30 mil e menor que 50 mil.

- A** Conhecidas essas informações, qual a probabilidade de um espectador ganhar a quantia prometida?
- B** Se, ainda assim, não houver vencedor, decorridos mais dez minutos de programa, o apresentador dirá que aceitará duas tentativas e que o valor do cheque é um número terminado em 04. Qual a probabilidade de um espectador acertar o valor do cheque na segunda tentativa?

6ª QUESTÃO

Um agricultor vende a um grande fazendeiro os tomates que cultiva, lucrando 20% sobre o custo. O fazendeiro, por sua vez, revende os tomates lucrando, também, 20% sobre o preço pago, a um intermediário que os vende a um grande supermercado e este, ao público consumidor, cada um desses dois últimos lucrando, também, 20% sobre o que pagaram.

- A** Qual o percentual de aumento no preço do tomate, desde a origem (agricultor) até o consumidor final?
- B** Mantidas as margens de lucro das etapas anteriores, qual deveria ser o ganho percentual aproximado do supermercado, para que o preço do tomate chegasse ao consumidor final com um aumento de 80% sobre o custo do agricultor?

7ª QUESTÃO

Três homens que têm juntos 18 peças de ouro foram intimados a pagar uma taxa total de 7 peças de ouro, do seguinte modo:

- o primeiro, que tem a maior quantia, paga metade dessa quantia;
- o terceiro, que tem a menor quantia, paga um quarto dessa quantia;
- e o segundo paga um terço do que tem.

Se juntarmos o triplo do que tem o primeiro com o que tem o segundo, são 30 peças de ouro. Qual é a taxa que cada um deve pagar?

Para resolver este problema, que faz parte da história da Matemática, proceda do seguinte modo:

- A** Expresse o seu enunciado mediante um sistema de equações.
- B** Dê a solução geral do sistema.
- C** Encontre a solução particular do problema.

**8ª QUESTÃO**

Os biólogos consideram que, ao chegar a 100 indivíduos, a extinção de uma espécie animal é inevitável.

A população de determinada espécie animal, ameaçada de extinção, diminui segundo a função $f(t) = K \cdot a^t$, na qual K e a são números reais e $f(t)$ indica o número de indivíduos dessa espécie no instante t (em anos). Atualmente (instante $t = 0$) existem 1 500 indivíduos da espécie e estima-se que, daqui a 10 anos, haverá 750.

Caso nenhuma providência seja tomada, mantido tal decrescimento exponencial, daqui a quantos anos será atingido o nível de população que os biólogos consideram como irreversível para a extinção?

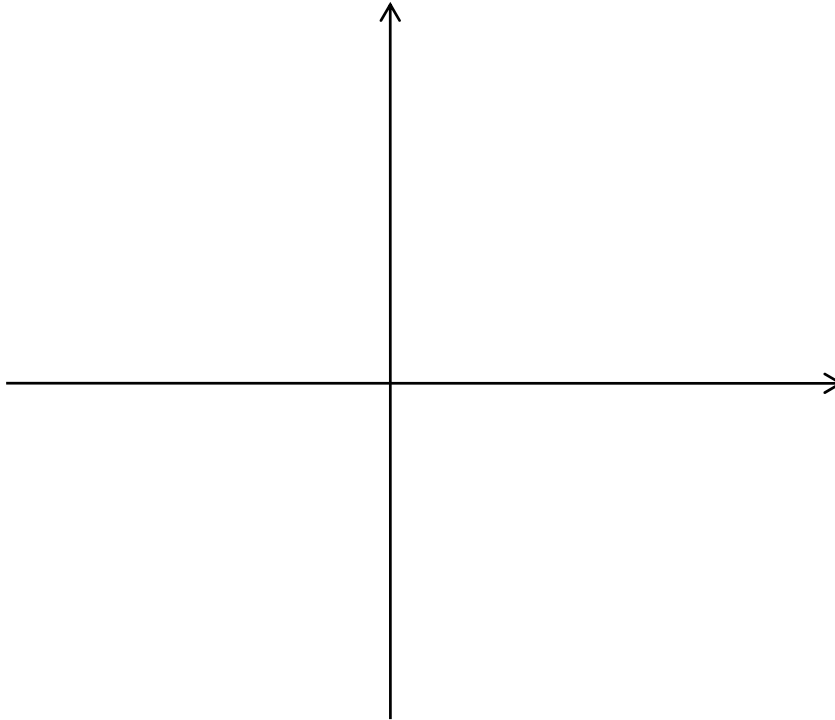
Para os cálculos, utilize, se necessário, alguns dos valores da tabela abaixo:

n	2	3	7	10
log n	0,30	0,47	0,85	1

9ª QUESTÃO

Considere as funções reais $f(x) = \frac{x}{x-1}$ e $g(x) = \frac{1}{x+1}$.

- A** Represente a função composta $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ no plano cartesiano abaixo.
- B** Determine os conjuntos Domínio e Imagem dessa função.



10ª QUESTÃO

Cada unidade de um brinquedo é vendida pela indústria que o fabrica por R\$40,00 e a esse preço são vendidas, semanalmente, 500 unidades. Empiricamente sabe-se que, a cada R\$1,00 de aumento no preço unitário do brinquedo, as vendas semanais diminuirão em 10 unidades.

- A** Nessas condições, qual o valor da receita semanal máxima dessa indústria?
- B** Se o custo médio semanal de fabricação de x unidades desse brinquedo é dado pela expressão: $C_{me}(x) = \frac{3000}{x} + 32$, determine o lucro semanal obtido pela indústria na condição de receita máxima. (Entende-se por custo médio a razão entre o custo total de produção e o número de unidades produzidas.)