Vestibular 2012 — 2ª fase
Gabarito — Física

Questão 01 (Valor: 15 pontos)

A medida em que a onda se desloca para perto da costa, a profundidade diminui.

Nos locais onde a profundidade são 4000m e 10m, a onda terá uma velocidade dada, respectivamente, por

$$v_i = \sqrt{gh} = \sqrt{4000.10} = 200\text{m/s}$$

$$v_f = \sqrt{gh} = \sqrt{10.10} = 10\text{m/s}$$

Visto que a energia é conservada, essa diminuição da velocidade será compensada com o aumento da amplitude, durante o trajeto da onda.
A partir da equação simplificada para a energia tem-se

$$E_i = E_f$$
$$kv_iA_i^2 = kv_fA_f^2$$
$$\frac{A_i^2}{v_f} = \frac{A_f^2}{v_i}$$
$$A_f = \sqrt{\frac{A_i^2}{v_f}.v_i} = \sqrt{\frac{1\text{m}^2}{10\text{m/s}}.200\text{m/s}} = \sqrt{20}\text{m} \approx 4{,}5\text{m}$$

A onda que tinha amplitude de 1m, em 4km de profundidade, tem, em 10m de profundidade, aproximadamente $\sqrt{20}$m de amplitude. Assim quanto mais perto da costa a onda vai atingindo maiores amplitudes.

Questão 02 (Valor: 15 pontos)

Utilizando a lei de Snell, que relaciona o índice de refração com o ângulo de incidência da luz, tem-se, na entrada da fibra,

$$n_{ar}\text{sen}\theta = n_{fibra}\text{sen}\phi \qquad (1)$$

sendo ϕ o ângulo entre o eixo da fibra e o feixe de luz transmitido.

Na parede da fibra, onde ocorre a reflexão total, tem-se $n_{fibra}\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) = n_{ar}\text{sen}\frac{\pi}{2}$, portanto

$$\cos\phi = \frac{n_{ar}}{n_{fibra}} \qquad (2)$$

substituindo (2) em (1), tem-se

$$\text{sen}\theta = \frac{n_{fibra}}{n_{ar}}\text{sen}\phi = \frac{n_{fibra}}{n_{ar}}\sqrt{1-\cos^2\phi}$$

$$\text{sen}\theta = \frac{n_{fibra}}{n_{ar}}\sqrt{1-\left(\frac{n_{ar}}{n_{fibra}}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{2}}.\sqrt{1-\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{2}}.\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Assim, $\text{sen}\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$, logo $\theta = 45^o$

Questão 03 (Valor: 15 pontos)

O período de um pêndulo é dado por $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell}{g}}$, sendo a variação da gravidade com a altura e a variação do comprimento com a temperatura fatores que alteram o período T do pêndulo em locais diferentes.

A condição necessária é que os períodos nos dois locais sejam iguais, isto é, $T_0 = T_1$, como $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_o}{g_o}}$ e $T_1 = 2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_1}{g_1}}$, tem-se

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell_o}{g_o}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g_1}} \text{ portanto, } \frac{\ell_o}{g_o} = \frac{\ell_1}{g_1} \text{ ou}$$

$$\frac{g_0}{g_1} = \frac{\ell_0}{\ell_1} = \frac{\ell_0}{\ell_o(1+\alpha\Delta t)}$$

$$\frac{g_0}{g_1} = \frac{1}{1+\alpha\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \frac{g_1}{g_0} = \alpha\Delta t + 1 \qquad \alpha\Delta t = \frac{g_1}{g_0} - 1$$

$$\alpha\Delta t = \frac{g_1 - g_0}{g_0} \qquad \alpha\Delta t = \frac{\Delta g}{g_0}$$

Explicitando o coeficiente de dilatação linear do fio tem-se $\alpha = \dfrac{1}{g_0} \cdot \dfrac{\Delta g}{\Delta t}$

Questão 04 (Valor: 15 pontos)

Para cada partícula, durante o processo de aceleração, a diferença da energia potencial é igual à energia cinética final $qU = \dfrac{1}{2}mv^2$.

Assim, $q_1U = \dfrac{1}{2}m_1v_1^2$ e $q_2U = \dfrac{1}{2}m_2v_2^2$ portanto,

$v_1^2 = \dfrac{2q_1U}{m_1}$, $v_1 = \sqrt{\dfrac{2q_1U}{m_1}}$ e $v_2^2 = \dfrac{2q_2U}{m_2}$, $v_2 = \sqrt{\dfrac{2q_2U}{m_2}}$ sendo a razão entre as velocidades $\dfrac{v_1}{v_2} = \sqrt{\dfrac{2q_1U}{m_1}}\sqrt{\dfrac{m_2}{2q_2U}} = \sqrt{\dfrac{2q_1U}{m_1}\dfrac{m_2}{2q_2U}} = \sqrt{\dfrac{2q_1U}{m_1}\dfrac{4m_1}{2.2q_1U}} = \sqrt{2}$

Logo, a razão entre as velocidades das partículas é $\dfrac{v_1}{v_2} = \sqrt{2}$ e as cargas das partículas são negativas.

Como a força magnética que atua sobre a partícula é a resultante centrípeta, para calcular a razão entre os raios das trajetórias das partículas, tem-se

$$\frac{mv^2}{R} = qvB\text{sen}90^o = qvB, \qquad R = \frac{mv^2}{qvB} \quad \text{ou} \quad R = \frac{mv}{qB}$$

Sendo assim, $R_1 = \dfrac{m_1v_1}{q_1B}$ e $R_2 = \dfrac{m_2v_2}{q_2B}$.

Como $v_1 = v_2 = v$, a razão entre os raios é dada por $\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_1 v}{q_1 B} \cdot \frac{q_2 B}{m_2 v} = \frac{m_1 q_2}{m_2 q_1} = \frac{m_1 . 2q_1}{4m_1 q_1} = \frac{1}{2}$

Logo, $\frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{2}$

Questão 05 (Valor: 20 pontos)

A carga elétrica no capacitor C_1 após atingir 12,0V é $q=C_1U$, isto é $q = 6.10^{-6}.12 = 72.10^{-6}\,C$.
Após a conexão ao capacitor descarregado a carga permanece a mesma mas a tensão se altera.
Da associação em paralelo obtém-se $C = C_1 + C_2 = 6.10^{-6} + 4.10^{-6} = 10.10^{-6}$ e a tensão final nos dois capacitores é, da definição $C = \frac{q}{U}$,

$$U = \frac{q}{C} = \frac{72.10^{-6}}{10.10^{-6}} = 7{,}2V$$

A energia potencial elétrica armazenada inicialmente no capacitor C_1 era

$$E_i = \frac{1}{2}C_1U^2 = \frac{1}{2}6.10^{-6}.12^2 = 3.144.10^{-6} = 432.10^{-6} = 4{,}32.10^{-4}\,J.$$

Na associação dos dois capacitores obtém-se $E_f = E_1 + E_2 = \frac{1}{2}C_1U_1^2 + \frac{1}{2}C_2U_2^2$.

Mas $U_1=U_2=7{,}2V$.
Assim, obtém-se

$$E_f = E_1 + E_2 = \frac{1}{2}6.10^{-6}.7{,}2^2 + \frac{1}{2}4.10^{-6}.7{,}2^2 = 5.51{,}84.10^{-6} = 259.10^{-6} = 2{,}59.10^{-4}\,J$$

$\Delta E = E_f - E_i = -172{,}8\mu J$

Observa-se que E_f é menor do que E_i.

Como em um sistema físico a energia se conserva, deve-se encontrar a explicação para a discrepância nos resultados inicial e final. A explicação qualitativa é que ao fluir carga do primeiro capacitor para o outro a energia é transformada em energia térmica, por efeito Joule, e também é transformada em radiação, devido à aceleração das cargas durante o processo.

Questão 06 (Valor: 20 pontos)

Calculando a diferença de massa dos reagentes e dos produtos da reação, tem-se

Massa dos reagentes		Massa dos produtos	
$^{235}_{92}U$	235,04 uma	$^{137}_{55}Cs$	136,91 uma
n	1,01 uma	$^{95}_{37}Rb$	94,93 uma
		4n	4.1,01 uma
	236,05 uma		235,88 uma

A massa diferença de massa dos reagentes e dos produtos é

236,05 uma − 235,88 uma = 0,17 uma

Utilizando a equação de Einsten de equivalência entre a massa e a energia, $E = \Delta mc^2$, a energia liberada na reação é

$$E = \Delta m.c^2 = 0{,}17 \text{ uma}.c^2 = 0{,}17 \text{ uma}.c^2(930 \text{ MeV}.\text{uma}^{-1}.c^{-2})$$

$$E \approx 158 \text{ MeV} \approx 0{,}158 \text{ GeV}$$

Portanto na referida reação de fissão do ${}^{235}_{92}U$, tem-se a liberação de 158 MeV de energia, principalmente na forma de energia cinética dos produtos.

- Os tipos mais comuns de decaimento nuclear são as partículas α e β e a radiação γ.

Obs.: Outras abordagens poderão ser aceitas, desde que sejam pertinentes.

Salvador, 19 de dezembro de 2011

Antonia Elisa Caló Oliveira Lopes
Diretora do SSOA/UFBA