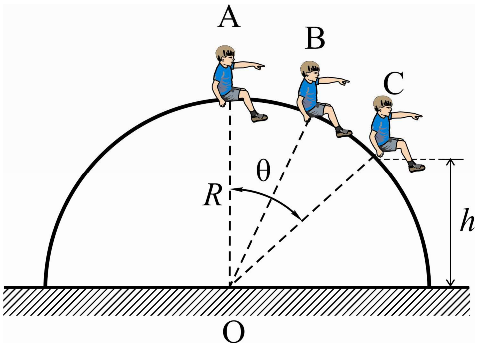
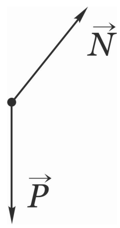
Na solução da prova, use quando necessário:

- Aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$; Densidade da água $\rho_a = 1{,}0\ g/cm^3 = 1000\ kg/m^3$
- Velocidade da luz no vácuo $c = 3{,}0 \times 10^8\ m/s$
- Constante de Planck $h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ J \times s = 4{,}14 \times 10^{-15} eV \times s$;
- Constante $\pi = 3{,}14$



Questão 1 – A Figura ao lado mostra um escorregador na forma de um semicírculo de raio $R = 5{,}0\ m$. Um garoto escorrega do topo (ponto A) até uma altura h (ponto C) abaixo do topo, onde perde o contato com o escorregador. Nessa posição, a reta que passa pelo ponto C e pelo centro O do círculo faz um ângulo θ com a reta normal à base do semicírculo. A Figura mostra também um ponto B que está entre o ponto A e o ponto C. Desprezando os atritos ou quaisquer perdas de energia:

a) faça o diagrama das forças que atuam sobre o garoto no ponto B e identifique cada uma das forças.

Diagrama de Forças	Identificação das Forças
	$\vec{P} \rightarrow Peso\ do\ garoto$ $\vec{N} \rightarrow Força\ Normal$

b) calcule a altura h no momento em que o garoto perde o contato com o escorregador.

O garoto perde o contato com o escorregador no ponto C onde

$$mg\cos\theta = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = Rg\cos\theta$$

Por outro lado, como a energia se conserva:

$$mg(R-h) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow g(R-h) = \frac{1}{2}Rg\cos\theta \Rightarrow (R-h) = \frac{1}{2}R\cos\theta$$

ou, como $\cos\theta = h/R$,

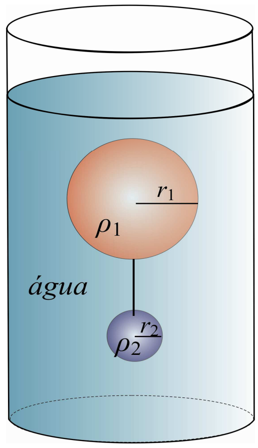
$$(R-h) = \frac{1}{2}h \Rightarrow h = \frac{2}{3}R = \frac{2}{3}(5\ m) \approx 3{,}33\ m$$

c) calcule o valor da velocidade tangencial na situação do item (**b**).

Da expressão da conservação da energia:

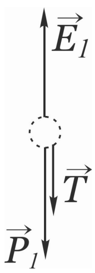
$$mg(R-h) = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow g\left(R - \frac{2}{3}R\right) = \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow \frac{1}{3}Rg = \frac{1}{2}v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{3}(5\ m) \times 10\ m/s^2} \approx 5{,}8\ m/s$$

Questão 2 – Um estudante de Física faz um experimento no qual ele prende duas esferas de densidades ρ_1 e ρ_2 e raios r_1 e r_2 relacionados por $\rho_1 = \rho_2/2$ e $r_1 = 2r_2 = 10{,}0\ cm$. O estudante amarra as esferas com um barbante de massa desprezível e coloca o conjunto dentro de um grande tanque contendo água. Como mostra a Figura ao lado, o conjunto de esferas flutua totalmente submerso na água, mantendo uma tração $\vec{T}$ no barbante.



a) Faça diagramas de forças que atuam nas esferas e identifique cada uma das forças.

ESFERA 1

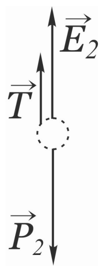


$\vec{P}_1 \rightarrow$ *Peso da esfera 1*

$\vec{T} \rightarrow$ *Tração do barbante sobre a esfera 1*

$\vec{E}_1 \rightarrow$ *Empuxo sobre o esfera 1*

ESFERA 2



$\vec{P}_2 \rightarrow$ *Peso da esfera 2*

$\vec{T} \rightarrow$ *Tração do barbante sobre a esfera 2*

$\vec{E}_2 \rightarrow$ *Empuxo sobre o esfera 2*

b) Calcule os módulos das forças de empuxo que atuam em cada esfera.

$$E_1 = \rho_a V_1 g = \rho_a \frac{4}{3}\pi r_1^3 g = 10^3\ kg/m^3\, \frac{4}{3}\pi\left(10^{-1}\ m\right)^3 \times 10\ m/s^2 \approx 41{,}9\ N$$

$$E_2 = \rho_a V_2 g = \rho_a \frac{4}{3}\pi r_2^3 g = 10^3\ kg/m^3\, \frac{4}{3}\pi\left(5\times 10^{-2}\ m\right)^3 \times 10\ m/s^2 \approx 5{,}2\ N$$

c) Calcule as densidades das esferas.

No equilíbrio: $E_1 = P_1 + T$ e $E_2 = P_2 - T$. Somando obtém-se

$$E_1 + E_2 = P_1 + P_2 \ \Rightarrow\ \rho_a V_1 g + \rho_a V_2 g = m_1 g + m_2 g \ \Rightarrow\ \rho_a\left(r_1^3 + r_2^3\right) = \rho_1 r_1^3 + \rho_2 r_2^3$$

$$\Rightarrow \rho_a\left[1 + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3\right] = \rho_1 + \rho_2\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3.$$ Como $\rho_2 = 2\rho_1$ e $r_2/r_1 = 1/2$, então

$$\rho_a\left[1 + (1/2)^3\right] = \rho_1 + 2\rho_1(1/2)^3 \ \Rightarrow\ (9/8)\rho_a = (5/4)\rho_1 \ \Rightarrow\ \rho_1 = (9/10)\rho_a = 0{,}9\ g/cm^3$$

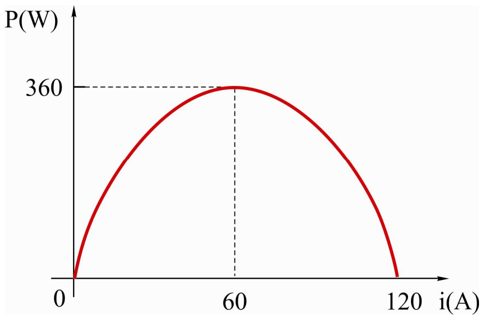
$$\rho_2 = 2\rho_1 = 1{,}8\ g/cm^3$$

d) Calcule o módulo da tração $\vec{T}$ que atua no barbante.

$$T = E_1 - P_1 = \rho_a V_1 g - \rho_1 V_1 g = (\rho_a - \rho_1)\frac{4}{3}\pi r_1^3 g = \left(1000\ kg/m^3 - 900\ kg/m^3\right)\frac{4}{3}\pi\left(10^{-1} m\right)^3 \times 10\ m/s^2$$

$$\Rightarrow T = 10^2 kg/m^3 \times \frac{4}{3}\pi \times 10^{-3} m^3 \times 10\ m/s^2 = 4{,}19\ N$$

Questão 3 – Uma bateria de automóvel tem uma força eletromotriz $\varepsilon = 12\ V$ e resistência interna r desconhecida. Essa bateria é necessária para garantir o funcionamento de vários componentes elétricos embarcados no automóvel. Na Figura ao lado, é mostrado o gráfico da potência útil P em função da corrente i para essa bateria, quando ligada a um circuito elétrico externo.



a) Determine a corrente de curto-circuito da bateria e a corrente na condição de potência útil máxima. Justifique sua resposta.

Em regime de corrente de curto-circuito i_{cc} a potência elétrica do gerador é toda dissipada na sua resistência interna e, nesse caso, nenhuma potência elétrica é fornecida ao circuito. De acordo com o gráfico, $i_{cc} = 120\ A$ e a corrente para $P = P_{máx}$ é $i = 60\ A$.

b) Calcule a resistência interna r da bateria.

A resistência interna r é calculada assumindo $V = 0$ e $i = i_{cc}$ na equação da bateria $V = \varepsilon - ri$:

$$\varepsilon - ri_{cc} = 0 \Rightarrow r = \frac{\varepsilon}{i_{cc}} = \frac{12\ V}{120\ V} \Rightarrow r = 0{,}1\ \Omega$$

c) Calcule a resistência R do circuito externo nas condições de potência máxima.

A diferença de potencial para $P = P_{máx}$ pode ser calculada a partir da equação da bateria:

$V = \varepsilon - ri = 12 - 0{,}1 \times 60 = 6\ V$. Logo, da lei de Ohm,

$$V = Ri \Rightarrow 6 = 60R \Rightarrow R = 0{,}1\ \Omega$$

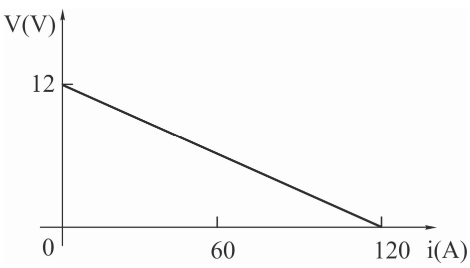
d) Sabendo que a eficiência η de uma bateria é a razão entre a diferença de potencial V fornecida pela bateria ao circuito e a sua força eletromotriz ε, calcule a eficiência da bateria nas condições de potência máxima.

$$\eta = \frac{V}{\varepsilon} = \frac{6\ V}{12\ V} = \frac{1}{2} = 50\%$$

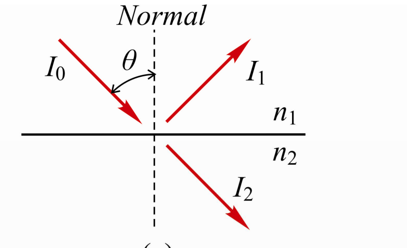
e) Faça um gráfico que representa a curva característica da bateria. Justifique sua resposta.

A curva característica de uma bateria é um gráfico $V \times i$ obtido da equação da bateria:

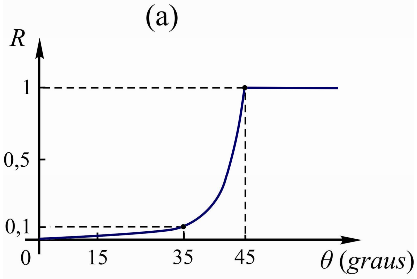
$$V = \varepsilon - ri \Rightarrow V = 12 - 0{,}1i$$



Questão 4 – A Figura (a) mostra uma interface de separação entre dois meios ópticos de índices de refração n_1 e n_2. Quando um raio de luz de intensidade I_0 incide sobre a interface com um ângulo θ em relação à normal, observa-se a presença de um raio de luz refletido de intensidade I_1 e um raio de luz refratado de intensidade I_2. Um estudante de Física mede a razão $R = I_1/I_0$ para diferentes ângulos de incidência θ e obtém o gráfico mostrado na Figura (b).



(a)



(b)

a) Qual é a razão entre n_1 e n_2?

$$\frac{n_2}{n_1} = sen\theta_c = sen45^o = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

b) À medida que o ângulo θ é aumentado, o raio refratado deve se afastar ou se aproximar da normal? Justifique sua resposta.

O raio refratado deve se afastar da normal porque $n_2 < n_1$.

c) Qual é a razão entre as intensidades da luz refletida I_1 e refratada I_2 quando $\theta = 35^0$?

$$I_1 = 0{,}1I_0 \quad , \quad I_2 = 0{,}9I_0$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{0{,}9I_0}{0{,}1I_0} = \frac{9/10}{1/10} = 9$$

Questão 5 – Um feixe de luz laser, de comprimento de onda $\lambda = 400\ nm = 400 \times 10^{-9}\ m$, tem intensidade luminosa $I = 100\ W/m^2$. De acordo com o modelo corpuscular da radiação, proposto por Einstein, em 1905, para explicar fenômenos da interação da radiação com a matéria, a luz é formada por quanta de energias denominados fótons. Usando como base esse modelo quântico da luz, calcule:

a) a energia de cada fóton do feixe de luz laser.

$$\varepsilon = hf = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \times 10^{-34}\ J \times s \times 3,0 \times 10^{8}\ m/s}{4 \times 10^{-7}\ m} \Rightarrow \varepsilon = 4,97 \times 10^{-19}\ J$$

b) a energia que incide sobre uma área de $1\ cm^2$ perpendicular ao feixe durante um intervalo de tempo de $1,0\ s$.

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A\Delta t} \Rightarrow E = IA\Delta t = 100\ W/m^2 \times 10^{-4}\ m^2 \times 1,0\ s = 0,01\ J$$

c) o número n de fótons que atingem essa área durante esse intervalo de tempo.

$$n = \frac{E}{\varepsilon} = \frac{10^{-2}\ J}{4,97 \times 10^{-19}\ J} \Rightarrow n = 2,01 \times 10^{16}\ fótons$$