

1ª QUESTÃO

Um carteiro leva três cartas para três destinatários diferentes. Cada destinatário tem sua caixa de correspondência, e o carteiro coloca, ao acaso, uma carta em cada uma das três caixas de correspondência.

A Qual é a probabilidade de o carteiro não acertar nenhuma caixa de correspondência?

B Qual é a probabilidade de o carteiro acertar exatamente uma caixa de correspondência?

(A) probabilidade de errar a 1ª caixa: $\frac{2}{3}$;

probabilidade de errar a 2ª caixa: $\frac{1}{2}$

probabilidade de errar todas: $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{3}$

(B) probabilidade de acertar uma das caixas e errar as outras: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{6}$

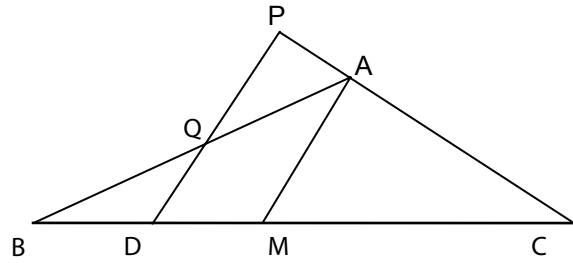
como há 3 possibilidades de acertar uma caixa (a 1ª ou a 2ª ou a 3ª):

$$3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

2ª QUESTÃO

No triângulo ABC da figura ao lado, \overline{AM} é a mediana relativa ao lado \overline{BC} , \overline{DP} é paralelo a \overline{AM} e Q é o ponto de intersecção de \overline{AB} com \overline{DP} .

Demonstre que $DQ + DP = 2 AM$



Sejam: $BM = MC = y$; $DM = x$

$$\triangle BAM \approx \triangle BQD \Rightarrow \frac{AM}{QD} = \frac{BM}{BD} \quad (1) \Rightarrow QD = AM \cdot \frac{y - x}{y}$$

$$\triangle DPC \approx \triangle MAC \Rightarrow \frac{DP}{MA} = \frac{DC}{MC} \quad (2) \Rightarrow DP = AM \cdot \frac{y + x}{y}$$

$$(1) + (2) : QD + DP = \frac{AM}{y}(y - x + y + x) = \frac{AM}{y}(2y)$$

$$QD + DP = 2 AM$$

3ª QUESTÃO

Cláudio, gerente capacitado de uma empresa que produz e vende instrumentos musicais, contratou uma consultoria para analisar o sistema de produção. Os consultores, após um detalhado estudo, concluíram que o custo total de produção de x flautas de determinado tipo pode ser expresso pela função $C(x) = 2400 + 36x$, sendo R\$2 400,00 o custo fixo.

Atualmente a empresa vende 60 flautas daquele tipo por mês, ao preço de R\$120,00 por unidade.

O trabalho da empresa de consultoria demonstrou, também, que um gasto extra de R\$1 200,00 em publicidade provocaria um aumento de 15% no volume atual de vendas das flautas.

Na sua opinião, Cláudio deveria autorizar o gasto extra em publicidade? Justifique matematicamente a sua resposta.

$$\begin{aligned} \text{Lucro Atual: } L(x) &= R - C = 120x - (2400 + 36x) = 84x - 2400 \\ L(60) &= 84(60) - 2400 = \text{R\$}2640,00 \end{aligned}$$

$$\text{Gasto extra em publicidade: } L(x) = 84(69) - 3600 = \text{R\$}2196,00$$

O GASTO EXTRA EM PUBLICIDADE NÃO DEVE SER AUTORIZADO, POIS O LUCRO DIMINUIRIA EM R\$444,00.

4ª QUESTÃO

O rendimento de um carro *flex* (número de quilômetros que percorre com um litro de combustível), que pode ser movido por uma mistura de álcool com gasolina em qualquer proporção, é dado pela função $R(x) = K \cdot a^x$ quilômetros por litro, na qual K e a são números reais positivos e x ($0 \leq x \leq 1$) é a porcentagem de álcool misturado com gasolina.

Sabe-se que, abastecido com 100% de gasolina, o rendimento é de 18 quilômetros por litro e que, com 100% de álcool, cai para 9 quilômetros por litro.

Se, ao iniciar uma viagem, uma pessoa enche o tanque do carro com 50 litros de uma mistura de álcool com gasolina e chega ao seu destino, depois de rodar 600 km, com o tanque praticamente vazio, qual a porcentagem de álcool na mistura?

Para os cálculos, utilize, se necessário, alguns dos valores da tabela abaixo:

n	2	3	7	10
log n	0,30	0,48	0,85	1

$$100\% \text{ gasolina: } R(0) = 18 = K \cdot a^0 \Rightarrow K = 18$$

$$100\% \text{ álcool: } R(1) = 9 = 18 \cdot a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$R(x) = 18 \cdot 2^{-x}$$

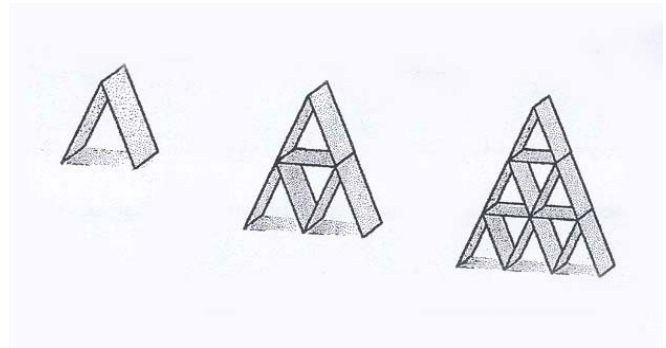
$$\frac{600}{50} = 12 = 18 \cdot 2^{-x} \Rightarrow \frac{18}{12} = 2^x \Leftrightarrow x = \log_2 \left(\frac{3}{2} \right)$$

$$x = \frac{\log 3 - \log 2}{\log 2} = \frac{0,48 - 0,30}{0,30} = \frac{18}{30} = 0,6$$

A PORCENTAGEM DE ÁLCOOL NA MISTURA É 60%

5ª QUESTÃO

A figura ao lado mostra castelos de cartas, de 1, 2 e 3 andares. De quantos baralhos de 52 cartas precisamos, no mínimo, para formar um castelo de 10 andares?



Teto:

$(0, 1, 2, 3, \dots)$

$$S_T = 0 + \frac{(1 + 9) \cdot 9}{2} = 45$$

Lados:

$(2, 4, 6, \dots, 2n, \dots)$

$$S_L = \frac{(2 + 20) \cdot 10}{2} = 110$$

$$S_T + S_L = 45 + 110 = 155$$

PRECISAMOS DE 3 BARALHOS DE 52 CARTAS.

Considerando que há fileira de cartas na base do castelo, teríamos:

$$\underline{155 + 10 = 165 \text{ E, PORTANTO, PRECISARÍAMOS DE 4 BARALHOS.}}$$

6ª QUESTÃO

Um teatro aumenta o preço do ingresso em 8%. Em consequência, o número de ingressos vendidos diminui em 5%.

- A** Qual é a variação, em porcentagem, da receita obtida pelo teatro?
B Determine a variação, em porcentagem, no número de ingressos vendidos, de modo que o valor da receita não se altere em consequência do aumento de 8% no preço.

$$R_{\text{atual}} = px$$

$$(A) R_{\text{nova}} = (p + 8\%p) \cdot (x - 5\%x) = (1,08) \cdot (0,95)px$$

$$R_{\text{nova}} = 1,026px = (1 + 2,6\%)R_{\text{atual}}$$

A RECEITA AUMENTOU EM 2,6%

$$(B) px = 1,08py \Rightarrow y = \frac{1}{1,08}x$$

$$y = 0,926x = x(1 - 0,074)$$

PARA QUE A RECEITA NÃO VARIE, O NÚMERO DE INGRESSOS VENDIDOS DEVERÁ DIMINUIR EM 7,4%

7ª QUESTÃO

Um televisor com DVD embutido desvaloriza-se exponencialmente em função do tempo, de modo que o valor, daqui a t anos, será: $y = a \cdot b^t$, com $a > 0$ e $b > 0$.

Se um televisor novo custa R\$4 000,00 e valerá 25% a menos daqui a 1 ano, qual será o seu valor daqui a 2 anos?

$$4000 = a \cdot b^0 \Rightarrow a = 4000$$

$$3000 = 4000b \Rightarrow b = \frac{3}{4}$$

$$y = 4000 \left(\frac{3}{4} \right)^t$$

$$t = 2 \Rightarrow y = 4000 \left(\frac{3}{4} \right)^2 = \frac{9000}{4}$$

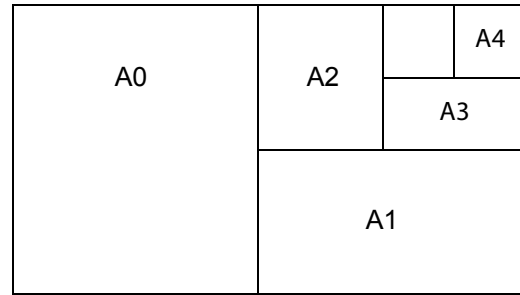
DAQUI A 2 ANOS, O TELEVISOR CUSTARÁ R\$2 250,00

8ª QUESTÃO

Uma das folhas mais utilizadas nas impressoras é a de tamanho A4. Você sabe como são estabelecidas as suas dimensões?

Em primeiro lugar, recordemos que, quando se dobra uma folha ao meio, obtém-se outra folha retangular, semelhante à anterior.

A área de uma folha A0 é 1 m^2 . Quando se dobra ao meio uma folha A0, obtém-se uma folha A1, que, dobrada ao meio, dá origem a uma folha A2, e assim, sucessivamente.



Quanto mede aproximadamente, em centímetros, o lado maior da folha A4?

Para os cálculos, utilize, se necessário, alguns dos valores da tabela abaixo:

n	2	3	7142,9	100
\sqrt{n}	1,4	1,7	85	10

Retângulos semelhantes:

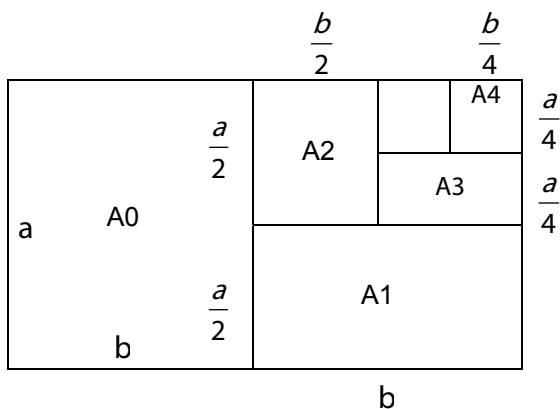
$$\frac{a}{b} = \frac{b}{\frac{a}{2}} \Rightarrow a^2 = 2b^2 \Rightarrow a = b\sqrt{2}$$

$$ab = 1\text{m}^2 = 10000\text{cm}^2$$

$$b^2\sqrt{2} = 10000 \Rightarrow b^2 = \frac{10000}{1,4} = 7142,9$$

$$b = 85 \Rightarrow a = \frac{85\sqrt{2}}{4} = 29,75$$

O LADO MAIOR DA FOLHA A4 MEDE 30cm, APROXIMADAMENTE.



9ª QUESTÃO

Em um baile havia 35 pessoas. Ana dançou com 6 homens, Clara dançou com 7 homens e, assim, sucessivamente, até a última mulher, Júlia, que dançou com todos os homens presentes no baile. Quantas mulheres participaram da festa?

Número de mulheres: x

Número de homens: $x + 5$

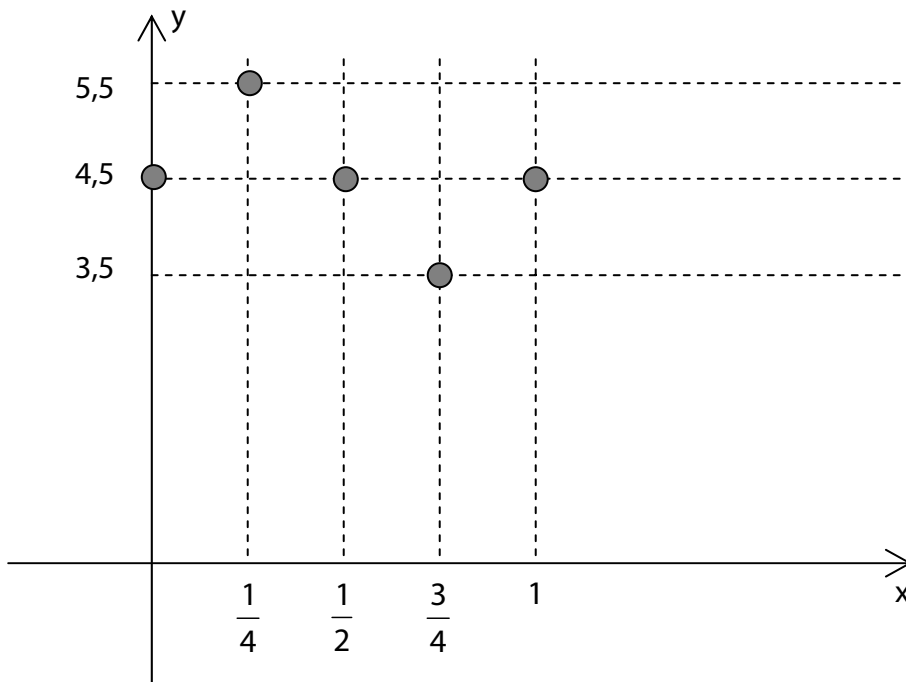
$$x + (x + 5) = 35 \Rightarrow x = 15$$

PARTICIPARAM 15 MULHERES.

10ª QUESTÃO

No mês de abril o mercado financeiro viveu uma certa instabilidade, e o preço de determinada ação oscilou de tal forma que ele poderia ser descrito pela função periódica: $f(x) = 4,50 + \text{sen}(2\pi x)$, em que $f(x)$ é o preço da ação, $x = 0$ representa o 1º dia útil de abril, $x = \frac{1}{4}$, o 2º dia útil, $x = \frac{1}{2}$, o 3º dia útil, e assim por diante.

- A** Esboce o gráfico da função $f(x)$ correspondente aos primeiros 5 dias úteis de abril.
B Considerando que o dia 1º de abril foi segunda-feira, determine em que dias da 1ª semana útil de abril o preço dessa ação atingiu o maior e o menor valor.
C Quais foram o maior e o menor valor dessa ação na 1ª semana útil de abril?



$$f(x) = 4,50 + \text{sen}(2\pi x)$$

$$1^\circ \text{ dia : } x = 0 \Rightarrow f(x) = 4,50$$

$$2^\circ \text{ dia : } x = \frac{1}{4} \Rightarrow f(x) = 5,50$$

$$3^\circ \text{ dia : } x = \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = 4,50$$

$$4^\circ \text{ dia : } x = \frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = 3,50$$

$$5^\circ \text{ dia : } x = 1 \Rightarrow f(x) = 4,50$$

PREÇO MAIS ALTO: 3ª FEIRA, 02/04 = R\$5,50

PREÇO MAIS BAIXO: 5ª FEIRA: 04/04 = R\$3,50