UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO – UNIRIO
Pró-Reitoria de Ensino de Graduação
COORDENAÇÃO DE SELEÇÃO E ACESSO - COSEA

CONCURSO VESTIBULAR 2008

Chave de Correção – MATEMÁTICA

1ª Questão

Como uma semana tem 7 dias, para determinarmos em que dia da semana caiu o dia 12 de outubro de 1931, devemos obter o resto da divisão de 27.298 por 7 e verificar na tabela abaixo a qual dia ele corresponde

Resto da divisão por 7	0	1	2	3	4	5	6
Dia da semana	sábado	sexta	quinta	quarta	terça	segunda	domingo

Uma vez que 27.298 = 3899x7+5, o dia 12 de outubro de 1931 caiu em uma segunda-feira.

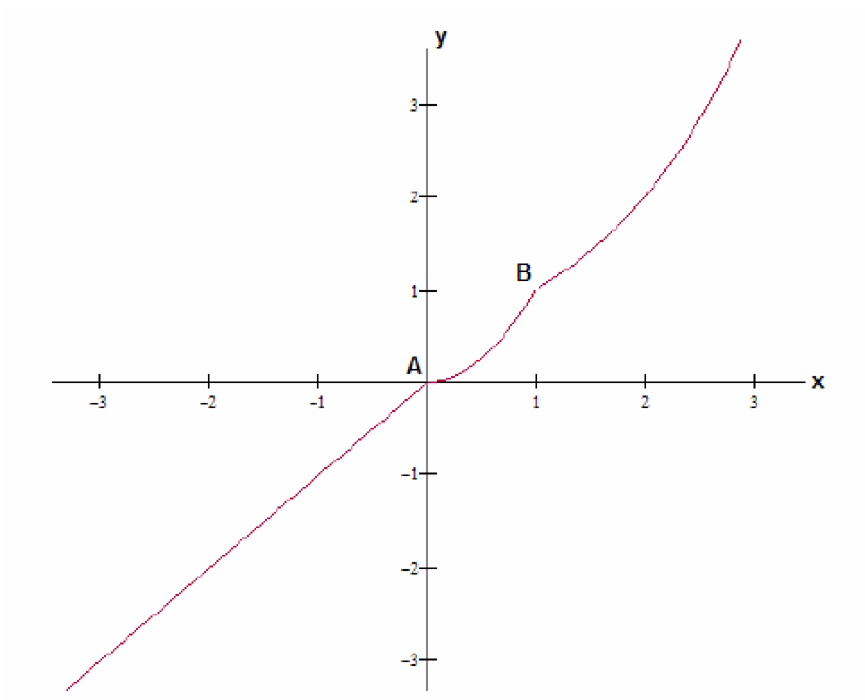
2ª Questão

Seja $x \quad |A \quad B|$. Temos $|B| \quad 2x, |A| \quad 4x$ e $|A \quad B| \; |A| \quad |B| \quad |A \quad B| \quad 5x$.

Portanto, podemos escrever $150 \quad \begin{vmatrix} 4x & 2x \\ 5x & x \end{vmatrix} \quad 6x^2 \quad x^2 \quad 25 \quad x \quad 5$, pois $x \quad 0$. Logo $|A \quad B| \quad 5x \quad 25$.

3ª Questão

a)



b)

$$f^{-1}: IR \rightarrow IR$$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} x, \text{se } x \leq 0 \\ \sqrt{x}, \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 1 + \log_2 x, \text{se } x > 1 \end{cases}$$

4ª Questão

Sejam g e r, respectivamente, a geratriz e o raio da base do cone reto.

A área total deste cone é $A_t \quad rg \quad r^2$, logo $90 \quad 5 \; g \quad 25 \quad g \quad 13$.

A altura h do cone reto é $h \quad \sqrt{13^2 \quad 5^2} \quad 12$.

Como o volume do cone reto é o dobro do volume do cone oblíquo e os dois cones têm o mesmo raio da base, altura do cone oblíquo é metade da altura do cone reto.

Portanto, $\overline{VV} \quad 6$ e temos sen$(V\hat{O}V) \quad \frac{6}{4\sqrt{3}} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad V\hat{O}V \quad \frac{}{3}$ rad ou 60^o.

5ª Questão

A inequação é equivalente à seguinte inequação quociente

$\frac{x^2 \quad 5x \quad 6}{x \quad 4} \quad 0.$ Construindo o quadro de sinais, obtemos

	2 ●	3 ●	4 ○	
$x^2 - 5x + 6$	$+$	$-$	$+$	$+$
$x - 4$	$-$	$-$	$-$	$+$
$\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x - 4}$	$-$	$+$	$-$	$+$

Logo, o conjunto solução da inequação é $2,3 \quad (4, \quad)$.

6ª Questão

Podemos escrever as raízes de $p(x)$ como $\frac{k}{2}, k$ e $2k$.

Observe que, como todos os coeficientes do polinômio são reais, o número de raízes complexas **não reais** de $p(x)$ deve ser par, ou seja, é impossível $p(x)$ ter todas as suas 3 raízes complexas **não reais**. Isto mostra que $k \quad IR$.

Pelas relações entre coeficientes e raízes (relações de Girard) temos

$c \quad \frac{k}{2}.k.2k \quad k^3$, o que implica $8 \quad p(0) \quad c \quad k^3 \quad k \quad 2$, pois $k \quad IR$.

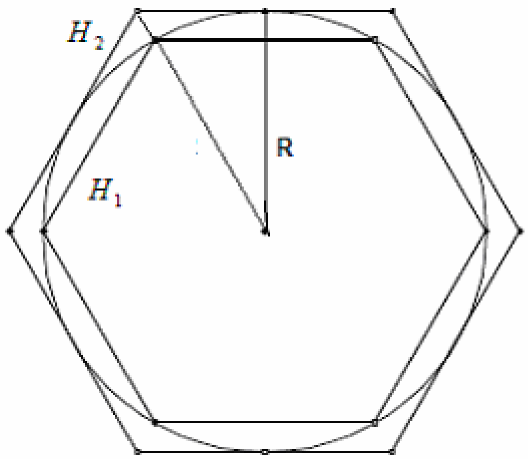
Logo, as raízes de $p(x)$ são $1, 2$ e 4 e, novamente pelas relações entre coeficientes e raízes, obtemos

$a \quad (1 \quad 2 \quad 4) \quad 7$ e $b \quad 1.2 \quad 1.4 \quad 2.4 \quad 14.$

Resposta: $a \quad 7$, $b \quad 14$ e $c \quad 8$

7ª Questão

Seja R o raio da circunferência.



A área de H_1 é igual a $A_1 \quad 6R^2\frac{\sqrt{3}}{4}$. O lado l de H_2 satisfaz $R \quad l\frac{\sqrt{3}}{2} \quad l \quad \frac{2R}{\sqrt{3}}$

Logo, a área de H_2 é dada por $A_2 \quad 6.\frac{4R^2}{3}\frac{\sqrt{3}}{4} \quad 8R^2\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Portanto, a razão $\frac{A_1}{A_2}$ é igual a $\frac{3}{4}$.

8ª Questão

a) Como há 5 estados e devemos usar exatamente 5 cores, cada estado será pintado com uma dessas cores e temos:
Escolha da cor do Triângulo: 5 possibilidades
Escolha da cor de São Paulo: 4 possibilidades
Escolha da cor do Rio de Janeiro:3 possibilidades
Escolha da cor de Minas Gerais: 2 possibilidades
Escolha da cor do Espírito Santo: 1 possibilidade
Pelo Princípio Multiplicativo da Análise Combinatória o total de modos distintos de pintar o mapa é igual a $5.4.3.2.1 \quad 5! \quad 120$.

b) Neste caso pode haver dois estados sem fronteira comum pintados com uma mesma cor. Temos:
Escolha da cor para Minas Gerais: 5 possibilidades
Escolha da cor para São Paulo: 4 possibilidades
Escolha da cor para o Triângulo: 3 possibilidades
Escolha da cor para o Rio de Janeiro: 3 possibilidades
Escolha da cor para o Espírito Santo: 3 possibilidades

Pelo Princípio Multiplicativo da Análise Combinatória o total de modos distintos de pintar o mapa é igual a $5.4.3.3.3 \quad 540$.

9ª Questão

a) O módulo de z é igual a $\sqrt{\frac{1}{4} \quad \frac{3}{4}} \quad 1$ e o argumento de z é o ângulo cujo

cosseno é igual a $\frac{1}{2}$ e o seno é igual a $\frac{\sqrt{3}}{2}$, ou seja, $\frac{}{3}$ rad ou 60º.

Logo, a forma trigonométrica de z é $z \quad \cos\frac{}{3} \quad i\,\text{sen}\frac{}{3} \quad \cos 60^o \quad i\,\text{sen}\,60^o$.

b) O termo geral de $\left(1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}i \quad x\right)^6$ é dado por $T_{p \quad 1} \quad \binom{6}{p} \quad \left(\cos\frac{}{3} \quad i\,\text{sen}\frac{}{3}\right)^p x^p$.

Pela fórmula de Moivre, podemos escrever $\left(\cos\frac{}{3} \quad i\,\text{sen}\frac{}{3}\right)^p \quad \cos\frac{p}{3} \quad i\,\text{sen}\frac{p}{3}$

Os coeficientes reais das potências de x devem satisfazer $\text{sen}\frac{p}{3} \quad 0$.

Logo, devemos ter $p \quad 0,3,6$ e os coeficientes são:
1 (do termo independente de x), $\quad 20$ (de x^3) e 1 (de x^6).

10ª Questão

Seja $P \quad (x, y)$ o ponto eqüidistante de A, B e C . Devemos ter:
$x^2 \quad y^2 \quad (6 \quad x)^2 \quad (18 \quad y)^2 \quad (18 \quad x)^2 \quad (6 \quad y)^2$.
Combinado as três igualdades acima obtemos
$x \quad y \quad 48x \quad 360 \quad x \quad y \quad \frac{15}{2}$.

Resposta: As coordenadas do local de acampamento são $\frac{15}{2}, \frac{15}{2}$.