

Matemática

- 1 O gráfico de uma função polinomial do primeiro grau passa pelos pontos de coordenadas (x, y) dados abaixo.

x	y
0	5
m	8
6	14
7	k

Podemos concluir que o valor de $k + m$ é:

- A** 15,5
- B** 16,5
- C** 17,5
- D** 18,5
- E** 19,5

RESPOSTA: C

Como os pontos estão alinhados, podemos concluir que:

- O coeficiente angular dado pelo 3º e 4º pontos é igual ao coeficiente angular dado pelo 1º e 3º. Portanto:

$$\frac{k - 14}{7 - 6} = \frac{14 - 5}{6 - 0} \Rightarrow k = 15,5.$$

- O coeficiente angular dado pelo 2º e 3º pontos é igual ao coeficiente angular dado pelo 1º e 3º.
- Logo:

$$\frac{14 - 8}{6 - m} = \frac{14 - 5}{6 - 0} \Rightarrow m = 2$$

Portanto $m + k = 17,5$



- 2 Sandra fez uma aplicação financeira, comprando um título público que lhe proporcionou, após um ano, um montante de R\$ 10 000,00. A taxa de juros da aplicação foi de 10% ao ano. Podemos concluir que o juro auferido na aplicação foi:

- A R\$ 1 000,00
- B R\$ 1 009,09
- C R\$ 900,00
- D R\$ 909,09
- E R\$ 800,00

RESPOSTA: D

Seja C o capital aplicado e J o juro auferido. Assim:

$$C + J = 10\,000 \Rightarrow C + C(0,10) = 10\,000 \Rightarrow C = \frac{10\,000}{1,1} = 9090,91$$

Portanto o juro auferido foi de $10\,000 - 9090,91 = 909,09$.

- 3 Em uma escola, a razão entre o número de alunos e o de professores é de 50 para 1. Se houvesse mais 400 alunos e mais 16 professores, a razão entre o número de alunos e o de professores seria de 40 para 1. Podemos concluir que o número de alunos da escola é:

- A 1 000
- B 1 050
- C 1 100
- D 1 150
- E 1 200

RESPOSTA: E

Seja x o número de professores e y o número de alunos. Teremos:

➤ $\frac{y}{x} = \frac{50}{1} \text{ (I)}$

➤ $\frac{y+400}{x+16} = \frac{40}{1} \text{ (II)}$

➤ De (I) e (II) concluímos que $x = 24$ e $y = 1200$.

- 4 Uma pequena empresa fabrica camisas de um único modelo e as vende por R\$ 80,00 a unidade. Devido ao aluguel e a outras despesas fixas que não dependem da quantidade produzida, a empresa tem um custo fixo anual de R\$ 96 000,00. Além do custo fixo, a empresa tem que arcar com custos que dependem da quantidade produzida, chamados custos variáveis, tais como matéria-prima, por exemplo; o custo variável por camisa é R\$ 40,00. Em 2009, a empresa lucrou R\$ 60 000,00. Para dobrar o lucro em 2010, em relação ao lucro de 2009, a quantidade vendida em 2010 terá de ser $x\%$ maior que a de 2009. O valor mais próximo de x é:

- A 120
- B 100
- C 80
- D 60
- E 40

RESPOSTA: E

Sejam x e y as quantidades vendidas em 2009 e 2010 respectivamente. Assim:

- $60\ 000 = 80x - (96\ 000 + 40x) \Rightarrow x = 3\ 900$
- $120\ 000 = 80y - (96\ 000 + 40y) \Rightarrow y = 5\ 400$
- Variação percentual das quantidades: $\frac{5\ 400 - 3\ 900}{3\ 900} = 38,46\%$.

5 Em um grupo de 300 pessoas sabe-se que:

- 50% aplicam dinheiro em caderneta de poupança.
- 30% aplicam dinheiro em fundos de investimento.
- 15% aplicam dinheiro em caderneta de poupança e fundos de investimento simultaneamente.

Sorteando uma pessoa desse grupo, a probabilidade de que ela não aplique em caderneta de poupança nem em fundos de investimento é:

- A 0,05
- B 0,20
- C 0,35
- D 0,50
- E 0,65

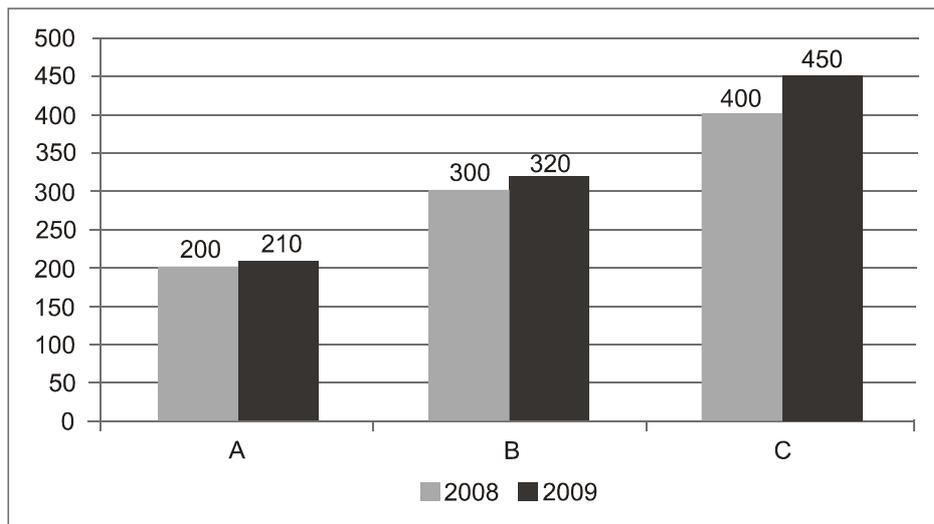
RESPOSTA: C

Como 15% do grupo fazem os dois tipos de aplicação, teremos $(0,15)300 = 45$ fazendo as duas aplicações.

- Como 50% aplicam em poupança, teremos $(0,50)300 = 150$ pessoas aplicando em caderneta de poupança. Assim, $150 - 45 = 105$ pessoas aplicam só em caderneta de poupança.
- Como 30% aplicam em fundos, teremos $(0,30)300 = 90$ pessoas aplicando em fundos. Assim, $90 - 45 = 45$ pessoas aplicam só em fundos.
- Logo o total de pessoas do grupo que não aplicam em poupança nem em fundos é $300 - 105 - 45 - 45 = 105$.
- Portanto a probabilidade procurada é $\frac{105}{300} = 0,35$.

- 6 O gráfico abaixo apresenta os lucros anuais (em milhões de reais) em 2008 e 2009 de três empresas A, B e C de um mesmo setor.
A média aritmética dos crescimentos percentuais dos lucros entre 2008 e 2009 das três empresas foi de aproximadamente:

- A 8,1%
- B 8,5%
- C 8,9%
- D 9,3%
- E 9,7%



RESPOSTA: A

Crescimento percentual da empresa A: $\frac{210 - 200}{200} = 5\%$.

Crescimento percentual da empresa B: $\frac{320 - 300}{300} = 6,67\%$.

Crescimento percentual da empresa C: $\frac{450 - 400}{400} = 12,5\%$.

Média aritmética dos crescimentos: $\frac{5\% + 6,67\% + 12,5\%}{3} = 8,06\%$.



7 O gráfico de uma função quadrática $f(x)$ tem as seguintes características:

- O vértice é o ponto $(4, -1)$.
- Intercepta o eixo das abscissas no ponto $(5, 0)$.

O ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas é:

- A $(0, 14)$
- B $(0, 15)$
- C $(0, 16)$
- D $(0, 17)$
- E $(0, 18)$

RESPOSTA: B

- Como a abscissa do vértice é a média aritmética das raízes, e uma raiz é 5, concluímos que a outra raiz é 3; portanto a parábola intercepta o eixo das abscissas em $(3, 0)$ e $(5, 0)$.
- A forma fatorada da função, portanto, é: $f(x) = a(x - 3)(x - 5)$.
- Como o vértice é $(4, -1)$, então, $-1 = a(4 - 3)(4 - 5) \Rightarrow a = 1$.
- Logo a função é $f(x) = 1(x - 3)(x - 5) = x^2 - 8x + 15$.
- A intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas é o ponto $(0, f(0))$ e, como $f(0) = 15$, segue que o ponto procurado é $(0, 15)$.

8 No plano cartesiano, uma circunferência, cujo centro se encontra no segundo quadrante, tangencia os eixos x e y .

Se a distância da origem ao centro da circunferência é igual a 4, a equação da circunferência é:

A $x^2 + y^2 + (2\sqrt{10})x - (2\sqrt{10})y + 10 = 0$

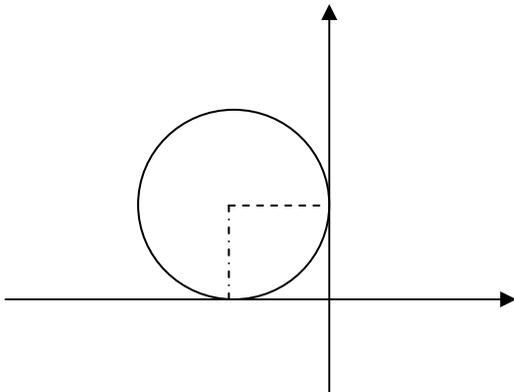
B $x^2 + y^2 + (2\sqrt{8})x - (2\sqrt{8})y + 8 = 0$

C $x^2 + y^2 - (2\sqrt{10})x + (2\sqrt{10})y + 10 = 0$

D $x^2 + y^2 - (2\sqrt{8})x + (2\sqrt{8})y + 8 = 0$

E $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0$

RESPOSTA: B



Chamando de r o raio da circunferência, teremos:

- Centro: $C(-r, r)$
- Pelo teorema de Pitágoras: $4^2 = r^2 + r^2 \Rightarrow r = \sqrt{8}$
- Equação da circunferência: $(x + \sqrt{8})^2 + (y - \sqrt{8})^2 = 8$, ou seja, $x^2 + y^2 + 2\sqrt{8}x - 2\sqrt{8}y + 8 = 0$.



- 9 A previsão de vendas mensais de uma empresa para 2011, em toneladas de um produto, é dada por $f(x) = 100 + 0,5x + 3\text{sen}\frac{\pi x}{6}$, em que $x = 1$ corresponde a janeiro de 2011, $x = 2$ corresponde a fevereiro de 2011 e assim por diante. A previsão de vendas (em toneladas) para o primeiro trimestre de 2011 é:
(Use a aproximação decimal $\sqrt{3} = 1,7$.)

- A 308,55
- B 309,05
- C 309,55
- D 310,05
- E 310,55

RESPOSTA: D

- Janeiro de 2011: $f(1) = 100 + 0,5(1) + 3\text{sen}\frac{\pi}{6} = 100 + 0,5 + 1,5 = 102$.
- Fevereiro de 2011: $f(2) = 100 + 0,5(2) + 3\text{sen}\frac{2\pi}{6} = 100 + 1 + \frac{3\sqrt{3}}{2} = 101 + \frac{3\sqrt{3}}{2}$.
- Março de 2011: $f(3) = 100 + 0,5(3) + 3\text{sen}\frac{3\pi}{6} = 100 + 1,5 + 3 = 104,5$.
- Total do primeiro trimestre: $102 + 101 + \frac{3\sqrt{3}}{2} + 104,5 = 307,5 + \frac{3\sqrt{3}}{2} = 307,5 + \frac{3(1,7)}{2} = 310,05$.



10 O sistema linear nas incógnitas x , y e z :

$$\begin{cases} x - y = 10 + z \\ y - z = 5 - x \\ z + x = 7 + y \end{cases}$$

pode ser escrito na forma matricial $AX = B$, em que:

$$X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}.$$

Nessas condições, o determinante da matriz A é igual a:

- A 5
- B 4
- C 3
- D 2
- E 1

RESPOSTA: B

O sistema pode ser escrito sob a forma $\begin{cases} x - y - z = 10 \\ x + y - z = 5 \\ x - y + z = 7 \end{cases}$ e a matriz A é $\begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ e o

determinante de A vale $\det(A) = 1 + 1 + 1 + 1 - 1 + 1 = 4$.

- 11** As saladas de frutas de um restaurante são feitas misturando pelo menos duas frutas escolhidas entre: banana, laranja, maçã, abacaxi e melão.
Quantos tipos diferentes de saladas de frutas podem ser feitos considerando apenas os tipos de frutas e não as quantidades?

- A** 26
- B** 24
- C** 22
- D** 30
- E** 28

RESPOSTA: A

Cada tipo é uma combinação de 5 elementos tomados n a n , em que n pode ser: 2 ou 3, ou 4, ou 5.
Portanto:

$$\binom{5}{2} + \binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = \frac{5!}{2!3!} + \frac{5!}{3!2!} + \frac{5!}{4!1!} + \frac{5!}{5!0!} = 10 + 10 + 5 + 1 = 26.$$

12 No plano cartesiano, a reta tangente à circunferência de equação $x^2 + y^2 = 8$, no ponto P de coordenadas (2, 2), intercepta a reta de equação $y = 2x$ no ponto:

- A** $(\frac{7}{6}, \frac{14}{6})$
- B** $(\frac{6}{5}, \frac{12}{5})$
- C** $(\frac{5}{4}, \frac{10}{4})$
- D** $(\frac{4}{3}, \frac{8}{3})$
- E** $(\frac{3}{2}, 3)$

RESPOSTA: D

- Como o centro da circunferência é C(0, 0) e o ponto P pertence à circunferência, o coeficiente angular da reta CP é $\frac{2-0}{2-0} = 1$.
- A reta t tangente à circunferência é perpendicular à reta CP, portanto seu coeficiente angular m é tal que $m \cdot 1 = -1$. Logo $m = -1$.
- Assim, a equação da reta t é: $y - 2 = -1(x - 2)$, ou seja, $y = -x + 4$.
- O ponto em que a reta t intercepta a reta $y = 2x$ é obtido a partir de:

$$\begin{cases} y = -x + 4 \\ y = 2x \end{cases}$$

cuja solução é $x = \frac{4}{3}$ e $y = \frac{8}{3}$.



- 13 O polinômio $P(x) = x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 5x - 4$ tem o número 1 como raiz dupla.
O valor absoluto da diferença entre as outras raízes é igual a:

- A 5
- B 4
- C 3
- D 2
- E 1

RESPOSTA: A

Como 1 é raiz dupla, o polinômio pode ser escrito sob a forma $P(x) = (x-1)^2 Q(x)$, em que $Q(x)$ é o quociente entre $P(x)$ e $(x-1)^2$.

Assim, dividindo $P(x)$ por $(x-1)^2$, obtém-se $Q(x) = x^2 - 3x - 4$.

Portanto as outras raízes são obtidas resolvendo a equação $Q(x) = x^2 - 3x - 4 = 0$, ou seja, $x = 4$ ou $x = -1$.

Logo a diferença em valor absoluto das outras raízes é 5.



14 A sequência de termos positivos $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ é uma progressão geométrica de razão igual a q . Podemos afirmar que a sequência $(\log a_1, \log a_2, \log a_3, \dots, \log a_n, \dots)$ é:

- A Uma progressão aritmética de razão q .
- B Uma progressão geométrica de razão q .
- C Uma progressão aritmética de razão $\log q$.
- D Uma progressão geométrica de razão $\log q$.
- E Uma progressão aritmética de razão $(\log a_1 - \log q)$.

RESPOSTA: C

- A sequência $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ pode ser escrita sob a forma $(a_1, a_1q, a_1q^2, \dots, a_1q^{n-1}, \dots)$, pois ela é uma progressão geométrica.
- A sequência $(\log a_1, \log a_2, \log a_3, \dots, \log a_n, \dots)$ pode ser escrita sob a forma $(\log a_1, \log a_1q, \log a_1q^2, \dots, \log a_1q^{n-1}, \dots)$, que é igual a $(\log a_1, \log a_1 + \log q, \log a_1 + 2\log q, \dots, \log a_1 + (n-1)\log q, \dots)$.
- Portanto essa última sequência é uma progressão aritmética de razão $\log q$.



- 15 Após t horas do início de um vazamento de óleo de um barco em um oceano, constatou-se ao redor da embarcação a formação de uma mancha com a forma de um círculo cujo raio r varia com o tempo t mediante a função $r(t) = \frac{30}{\sqrt{\pi}} t^{0,5}$ metros. A espessura da mancha ao longo do círculo é de 0,5 centímetro.

Desprezando a área ocupada pelo barco na mancha circular, podemos afirmar que o volume de óleo que vazou entre os instantes $t = 4$ horas e $t = 9$ horas foi de:

- A $12,5\text{m}^3$
- B 15m^3
- C $17,5\text{m}^3$
- D 20m^3
- E $22,5\text{m}^3$

RESPOSTA: E

- Volume em metros cúbicos que vazou até $t = 4$:

$$V = \pi [r(4)]^2 (0,005) = \frac{\pi 900(4^{0,5})^2}{\pi} (0,005) = 18.$$

- Volume em metros cúbicos que vazou até $t = 9$:

$$V' = \pi [r(9)]^2 (0,005) = \frac{\pi 900(9^{0,5})^2}{\pi} (0,005) = 40,5.$$

- Volume em metros cúbicos que vazou entre $t = 9$ e $t = 4$:

$$\Delta V = 40,5 - 18 = 22,5.$$