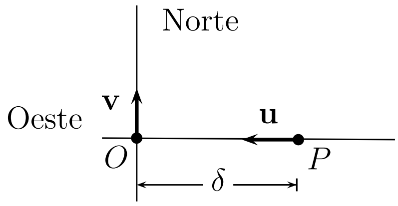
Se precisar, use os seguintes valores para as constantes: carga do próton = 1,6 $\times$ 10^{-19} C; massa do próton = 1,7$\times 10^{-27}$ kg; aceleração da gravidade $g = 10$ m/s^2; 1 atm = 76 cm Hg; velocidade da luz no vácuo $c = 3 \times 10^8$ m/s.

Questão 1. Ao passar pelo ponto O, um helicóptero segue na direção norte com velocidade v constante. Nesse momento, um avião passa pelo ponto P, a uma distância δ de O, e voa para o oeste, em direção a O, com velocidade u também constante, conforme mostra a figura. Considerando t o instante em que a distância d entre o helicóptero e o avião for mínima, assinale a alternativa correta.



A ( ) A distância percorrida pelo helicóptero no instante em que o avião alcança o ponto O é $\delta u/v$.

B ( ) A distância do helicóptero ao ponto O no instante t é igual a $\delta v/\sqrt{v^2+u^2}$.

C ($\times$) A distância do avião ao ponto O no instante t é igual a $\delta v^2/\left(v^2+u^2\right)$.

D ( ) O instante t é igual a $\delta v/\left(v^2+u^2\right)$.

E ( ) A distância d é igual a $\delta u/\sqrt{v^2+u^2}$.

Solução 1.

Depois de um tempo t o helicóptero sobe

$$t\,v$$

O avião anda

$$t\,u$$

A distância quadrado entre eles será

$$t^2\,\left(v^2+u^2\right) - 2\,\delta\,t\,u + \delta^2$$

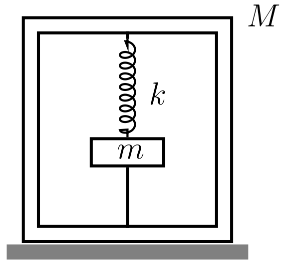
O tempo mínimo será

$$\frac{\delta\,u}{v^2+u^2}$$

A distância do avião ao ponto O para t mínimo é

$$\frac{\delta\,v^2}{v^2+u^2}$$

Questão 2. No interior de uma caixa de massa M, apoiada num piso horizontal, encontra-se fixada uma mola de constante elástica k presa a um corpo de massa m, em equilíbrio na vertical. Conforme a figura, este corpo também se encontra preso a um fio tracionado, de massa desprezível, fixado à caixa, de modo que resulte uma deformação b da mola. Considere que a mola e o fio se encontram no eixo vertical de simetria da caixa. Após o rompimento do fio, a caixa vai perder contato com o piso se



A ( ) $b > (M + m)g/k$.

B (×) $b > (M + 2m)g/k$.

C ( ) $b > (M - m)g/k$.

D ( ) $b > (2M - m)g/k$.

E ( ) $b > (M - 2m)g/k$.

Solução 2.

Seja x o valor da deformação da mola no máximo para cima. Neste instante, a força que a mola exerce sobre a caixa é $kx = Mg$.

$$x = \frac{g\,M}{k}$$

Considerando o referencial da energia potencial na posição de equilíbrio da mola temos a lei da conservação da energia

$$\frac{b^2\,k}{2} - b\,g\,m = \frac{g^2\,M^2}{2\,k} + \frac{g^2\,m\,M}{k}$$

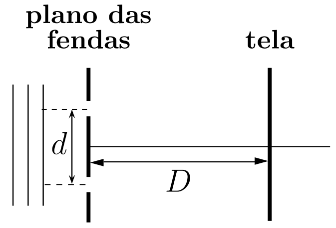
Cuja solução é

$$\left[b = \frac{g\,(M + 2\,m)}{k}, b = -\frac{g\,M}{k}\right]$$

A segunda solução não é possível pois $b > 0$ logo

$$[b > (M + 2m)g/k]\,.$$

Questão 3. Num experimento clássico de Young, d representa a distância entre as fendas e D a distância entre o plano destas fendas e a tela de projeção das franjas de interferência, como ilustrado na figura. Num primeiro experimento, no ar, utiliza-se luz de comprimento de onda λ_1 e, num segundo experimento, na água, utiliza-se luz cujo comprimento de onda no ar é λ_2. As franjas de interferência dos experimentos são registradas numa mesma tela. Sendo o índice de refração da água igual a n, assinale a expressão para a distância entre as franjas de interferência construtiva de ordem m para o primeiro experimento e as de ordem M para o segundo experimento.



A (×) $|D\,(M\lambda_2 - mn\lambda_1)\,/(nd)|$

B ( ) $|D\,(M\lambda_2 - m\lambda_1)\,/(nd)|$

C ( ) $|D\,(M\lambda_2 - mn\lambda_1)\,/d|$

D ( ) $|Dn\,(M\lambda_2 - m\lambda_1)\,/d|$

E ( ) $|D\,(Mn\lambda_2 - m\lambda_1)\,/d|$

Solução 3.

Sabemos que os máximos se encontram em

$$\psi = A^2 \cos^2\left(\frac{k(r_2 - r_1)}{2}\right)$$

Sabemos que

$$r_2 - r_1 = d\,\mathrm{sen}\,\theta = d\theta = d\frac{x}{D}$$

O $\cos^2\alpha$ tem zeros em $n\pi$

Assim, sabendo que $k = 2\pi/\lambda$ temos que

$$\frac{\pi dx}{\lambda D} = n\pi$$

Esta é a fórmula geral. Caso do ar

$$x = \frac{m\lambda_1 D}{d}$$

Caso da água temos a mesma fórmula só que temos que levar em consideração o índice de refração da água. Sendo que o $\lambda_{H_2O} = \lambda_2/n$

$$y = \frac{M\lambda_2 D}{nd}$$

O resultado é

$$|x - y| = |\frac{m\lambda_1 D}{d} - \frac{M\lambda_2 D}{nd}|$$

organizando o resultado

$$|x - y| = |D(M\lambda_2 - Mn\lambda_1)/nd|$$

Questão 4. Num certo experimento, três cilindros idênticos encontram-se em contato pleno entre si, apoiados sobre uma mesa e sob a ação de uma força horizontal **F**, constante, aplicada na altura do centro de massa do cilindro da esquerda, perpendicularmente ao seu eixo, conforme a figura. Desconsiderando qualquer tipo de atrito, para que os três cilindros permaneçam em contato entre si, a aceleração a provocada pela força deve ser tal que

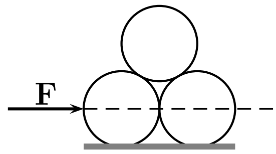
A (×) $g/(3\sqrt{3}) \le a \le g/\sqrt{3}$.

B ( ) $2g/(3\sqrt{2}) \le a \le 4g/\sqrt{2}$.

C ( ) $g/(2\sqrt{3}) \le a \le 4g/(3\sqrt{3})$.

D ( ) $2g/(3\sqrt{2}) \le a \le 3g/(4\sqrt{2})$.

E ( ) $g/(2\sqrt{3}) \le a \le 3g/(4\sqrt{3})$.



Solução 4.

Colocamos o referencial no cilindro da esquerda. A aceleração máxima é obtida quando o cilindro de cima se desloca do da esquerda. As forças sobre o cilindro de cima são o Peso P, a normal devida ao cilindro da direita N_d a normal devida ao cilindro da esquerda N_e e a força de inercia F. Então temos as equações

$$\frac{\pi}{180}$$

$$g\,m = \frac{\sqrt{3}\,N_e}{2} + \frac{\sqrt{3}\,N_d}{2}$$

$$\frac{N_d}{2} + a\,m = \frac{N_e}{2} \qquad eq(2)$$

$$\left[N_e = -\frac{\sqrt{3}\,N_d - 2\,g\,m}{\sqrt{3}}\right]$$

Agora substituimos estes valores na $eq(2)$

$$\frac{N_d}{2} + a\,m = -\frac{\sqrt{3}\,N_d - 2\,g\,m}{2\,\sqrt{3}}$$

$$\frac{\frac{N_d}{2} + a\,m}{m} = -\frac{\sqrt{3}\,N_d - 2\,g\,m}{2\,\sqrt{3}\,m}$$

O a máximo é obtido fazendo $N_d = 0$ na $eq(2)$

$$\left[\left[a_{max} = \frac{g}{\sqrt{3}}\right]\right]$$

A aceleração mínima será quando o peso do cilindro de cima contrabalançar a força de inércia. As variáveis agora são: a força de inércia F sobre o cilindro da direita, a força F_e que o cilindro esquerdo exerce sobre o direito, a normal N do plano sobre o cilindro da direita, e o peso do cilindro de cima sobre o de baixo que é $P_c = -N_d$. Então temos as equações

$$N = \frac{\sqrt{3}\,N_d}{2} + g\,m$$

$$\frac{N_d}{2} + F_e = a\,meq(4)$$

Agora fazemos $F_e = 0$ na $eq(4)$ e resolvemos o sistema de quações para $N, N_d, N_e ea$

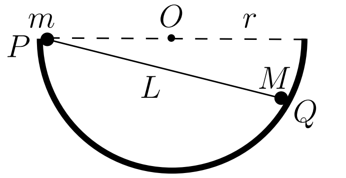
$$\frac{Nd}{2} = a\,m$$

$$\left[\left[a = \frac{g}{3^{\frac{3}{2}}}, N = \frac{4\,g\,m}{3}, N_d = \frac{2\,g\,m}{3^{\frac{3}{2}}}, N_e = \frac{4\,g\,m}{3^{\frac{3}{2}}}\right]\right]$$

logo, o a mínimo será

$$\left[a_{min} = \frac{g}{3^{\frac{3}{2}}} = \frac{g}{3\sqrt{3}}\right]$$

Questão 5. Duas partículas, de massas m e M, estão respectivamente fixadas nas extremidades de uma barra de comprimento L e massa desprezível. Tal sistema é então apoiado no interior de uma casca hemisférica de raio r, de modo a se ter equilíbrio estático com m posicionado na borda P da casca e M, num ponto Q, conforme mostra a figura. Desconsiderando forças de atrito, a razão m/M entre as massas é igual a



A (×) $(L^2 - 2r^2)/(2r^2)$.

B ( ) $(2L^2 - 3r^2)/(2r^2)$.

C ( ) $(L^2 - 2r^2)(r^2 - L^2)$.

D ( ) $(2L^2 - 3r^2)/(r^2 - L^2)$.

E ( ) $(3L^2 - 2r^2)/(L^2 - 2r^2)$.

Solução 5.

Seja N_1 a força sobre a massa m, N_2 a força sobre a massa M, P o peso, α o ângulo entre a barra e o diâmetro, x_{cm} a distância entre a massa m e o centro de massa da barra. A soma das forças é zero

$$\sin(2\,\alpha)\;N_2 = g\;(M+m)$$
$$\cos(2\,\alpha)\;N_2 = N_1$$
$$\frac{\sin(2\,\alpha)}{\cos(2\,\alpha)} = \frac{g\;(M+m)}{N_1}$$
$$\tan(2\,\alpha) = \frac{g\,M}{N_1} + \frac{g\,m}{N_1}$$
$$\frac{2\,\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \frac{g\,M}{N_1} + \frac{g\,m}{N_1}$$

O x_{cm} é

$$\frac{L\,M}{M+m}$$

O torque com relação ao ponto onde está a massa M é

$$\sin\alpha\,L\,N_1 = \cos\alpha\,g\;(M+m)\left(L - \frac{L\,M}{M+m}\right)$$
$$\frac{\sin\alpha\,L}{\cos\alpha} = \frac{g\;(M+m)\;\left(L-\frac{L\,M}{M+m}\right)}{N_1}$$
$$\tan\alpha\,L = \frac{g\,m\,L}{N_1}$$

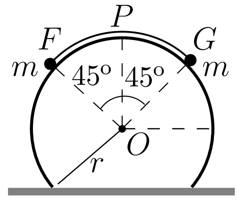
Agora dividimos a equação eq1 pela pela eq3 para eliminar N_1 e ficarmos só com a variável α sabendo que $2r\cos(\alpha) = L$

$$\frac{2}{(1-\tan^2\alpha)\;L} = \frac{\left(\frac{g\,M}{N_1}+\frac{g\,m}{N_1}\right)\;N_1}{g\,m\,L}$$
$$-\frac{2}{(\tan^2\alpha - 1)\;L} = \frac{M+m}{m\,L}$$
$$-\frac{2}{(\sec^2\alpha - 2)\;L} = \frac{M+m}{m\,L}$$
$$-\frac{2}{\left(\frac{4\,r^2}{L^2}-2\right)\;L} = \frac{M+m}{m\,L}$$
$$\frac{L}{L^2-2\,r^2} = \frac{M+m}{m\,L}$$
$$\frac{L^2}{L^2-2\,r^2} = \frac{M+m}{m}$$
$$\frac{L^2}{L^2-2\,r^2} = \frac{M}{m} + 1$$
$$\frac{L^2}{L^2-2\,r^2} - 1 = \frac{M}{m}$$

organizando

$$\frac{m}{M} = \frac{(L^2-2\,r^2)}{(2\,r^2)}$$

Questão 6. Uma corda, de massa desprezível, tem fixada em cada uma de suas extremidades, F e G, uma partícula de massa m. Esse sistema encontra-se em equilíbrio apoiado numa superfície cilíndrica sem atrito, de raio r, abrangendo um ângulo de 90^o e simetricamente disposto em relação ao ápice P do cilindro, conforme mostra a figura. Se a corda for levemente deslocada e começa a escorregar no sentido anti-horário, o ângulo $\theta \equiv F\hat{O}P$ em que a partícula na extremidade F perde contato com a superfície é tal que



A ( ) $2\cos\theta = 1$.

B ( ) $2\cos\theta - \operatorname{sen}\theta = \sqrt{2}$.

C ( ) $2\operatorname{sen}\theta + \cos\theta = \sqrt{2}$.

D ($\times$) $2\cos\theta + \operatorname{sen}\theta = \sqrt{2}$.

E ( ) $2\cos\theta + \operatorname{sen}\theta = \sqrt{2}/2$.

Solução 6.

Resolvemos por conservação de energia. Inicialmente só temos energia potencial. Seja θ o ângulo entre a massa da direita e o eixo horizontal, e K a energia cinética de uma delas Considere o referencial no centro da esfera.

$$\sqrt{2}\,g\,m\,r = 2\,K + \sin\theta\,g\,m\,r + \cos\theta\,g\,m\,r \qquad eq(1)$$

A massa da esquerda se descola da esfera quando a reação normal ao plano for igual à zero, em outras palavras quando

$$mg\cos\theta = \frac{mv^2}{r} = \frac{2K}{r}$$

Então temos

$$K = \frac{\cos\theta\,g\,m\,r}{2}$$

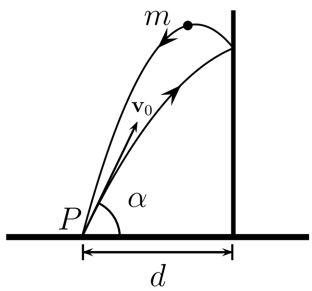
Que substituindo na $eq(1)$ vem

$$\sqrt{2}\,g\,m\,r = \sin\theta\,g\,m\,r + 2\,\cos\theta\,g\,m\,r$$

logo

$$\sin\theta + 2\,\cos\theta = \sqrt{2}$$

Questão 7. Uma pequena bola de massa m é lançada de um ponto P contra uma parede vertical lisa com uma certa velocidade v_0, numa direção de ângulo α em relação à horizontal. Considere que após a colisão a bola retorna ao seu ponto de lançamento, a uma distância d da parede, como mostra a figura. Nestas condições, o coeficiente de restituição deve ser



A $(\times)$ $e = gd/(v_0^2 \operatorname{sen} 2\alpha - gd)$.

B ( ) $e = 2gd/(v_0^2 \cos 2\alpha - 2gd)$.

C ( ) $e = 3gd/(2v_0^2 \operatorname{sen} 2\alpha - 2gd)$.

D ( ) $e = 4gd/(v_0^2 \cos 2\alpha - gd)$.

E ( ) $e = 2gd/(v_0^2 \tan 2\alpha - gd)$.

Solução 7.

Sendo u_x a componente da velocidade na direção x depois da colisão, o coeficiente de restituição é dado por

$$e = \frac{|u_x|}{|v_x|}$$

Isto equivale a resolver o problema de dois lançamentos do mesmo ponto tal que cada um segue uma curva e colidem com a parede na mesma altura h.Obs.: os tempos não são necessariamente iguais. Equações para a bola da curva de baixo. Neste caso o tempo que a bola leva para atingir a altura h é

$$t = \frac{d}{v_{x0}}$$

Neste tempo ela atinge a altura h dada por

$$h = \frac{d\, v_{y0}}{v_{x0}} - \frac{d^2\, g}{2\, {v_{x0}}^2}$$

A velocidade final na direção y é

$$v_y = v_{y0} - \frac{d\, g}{v_{x0}}$$

Esta é a velocidade vertical inicial do segundo movimento

$$v_{y0} - \frac{d\, g}{v_{x0}}$$

Agora calculamos o tempo necessário para a bola cair no chão

$$t\left(v_{y0} - \frac{d\, g}{v_{x0}}\right) + \frac{d\, v_{y0}}{v_{x0}} - \frac{d^2\, g}{2\, {v_{x0}}^2} - \frac{g\, t^2}{2} = 0$$

$$\frac{\left(2\, t\, {v_{x0}}^2 + 2\, d\, v_{x0}\right)\, v_{y0} - g\, t^2\, {v_{x0}}^2 - 2\, d\, g\, t\, v_{x0} - d^2\, g}{2\, {v_{x0}}^2} = 0$$

$$\left[t = \frac{2\, v_{x0}\, v_{y0} - d\, g}{g\, v_{x0}}, t = -\frac{d}{v_{x0}}\right]$$

Agora achamos o u_x

$$\frac{d\, g\, v_{x0}}{2\, v_{x0}\, v_{y0} - d\, g}$$

E o coeficiente de restituição sendo dado por

$$\frac{d\, g}{2\, v_{x0}\, v_{y0} - d\, g}$$

Substituindo os valores de v_{x0} e v_{y0}

$$\frac{d\, g}{2\, \cos\alpha\, \sin\alpha\, {v_0}^2 - d\, g}$$

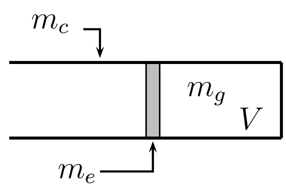
sabendo que

$$e = \ 2\cos\alpha\, \sin\alpha = \sin 2\alpha$$

teremos

$$e = \frac{g\, d}{{v_0}^2\, \sin 2\alpha - g\, d}$$

Questão 8. A figura mostra um sistema, livre de qualquer força externa, com um êmbolo que pode ser deslocado sem atrito em seu interior. Fixando o êmbolo e preenchendo o recipiente de volume V com um gás ideal a pressão P, e em seguida liberando o êmbolo, o gás expande-se adiabaticamente. Considerando as respectivas massas m_c, do cilindro, e m_e, do êmbolo, muito maiores que a massa m_g do gás, e sendo γ o expoente de Poisson, a variação da energia interna ΔU do gás quando a velocidade do cilindro for v_c é dada aproximadamente por



A ( ) $3PV^{\gamma}/2$.

B ( ) $3PV/(2(\gamma-1))$.

C (×) $-m_c\,(m_e+m_c)\,v_c^2/(2m_e)$.

D ( ) $-\,(m_c+m_e)\,v_c^2/2$.

E ( ) $-m_e\,(m_e+m_c)\,v_c^2/(2m_c)$.

Solução 8.

Vamos considerar dois sistemas: um deles (1) consistindo do êmbolo junto com cilindro e o outro o gás. Vamos considerar o sistema (1): sabemos que o trabalho das forças externas sobre este sistema dá a variação da energia cinética e que o momento se conserva. Para este cálculo vamos desprezar a massa do gás. Então temos para a conservação do momentum

$$m_c v_c + m_e v_e = 0$$

Obtendo

$$v_e = -\frac{m_c v_c}{m_e}$$

O trabalho das forças externas é igual à variação da energia cinética

$$\frac{{m_c}^2\,{v_c}^2}{2\,m_e} + \frac{m_c\,{v_c}^2}{2}$$

E como o processo é adiabático corresponde à variação da energia interna do gás ΔU

$$\Delta U = -m_c(m_e+m_c)\,{v_c}^2/(2\,m_e)$$

Questão 9. Uma rampa maciça de 120 kg inicialmente em repouso, apoiada sobre um piso horizontal, tem sua declividade dada por $\tan\theta = 3/4$. Um corpo de 80 kg desliza nessa rampa a partir do repouso, nela percorrendo 15 m até alcançar o piso. No final desse percurso, e desconsiderando qualquer tipo de atrito, a velocidade da rampa em relação ao piso é de aproximadamente

A ( ) 1 m/s. **B** ( ) 3 m/s. **C** ($\times$) 5 m/s.

D ( ) 2 m/s. **E** ( ) 4 m/s.

Solução 9.

Conservação de energia

$$g\,h\,M + g\,h_b\,m = \frac{u^2\,M}{2} + g\,h\,M + \frac{m\,v^2}{2}$$

$$g\,h_b\,m = \frac{u^2\,M}{2} + \frac{m\,v^2}{2}$$

O momento na direção x se conserva

$$m\,v'_x - u\,M = 0$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}' + \mathbf{u}$$

Que elevando ao quadrado dá

$$v^2 = v'^2 + u^2 + 2\mathbf{v}'\cdot\mathbf{u} = v'^2 + u^2 - 2v'u\cos\theta$$

$$v'_x - u$$

$$m\,(v'_x - u) - u\,M = 0$$

Mas $v'_x = v'\cos(\theta) = 4v'/5$

$$m\left(\frac{4\,v'}{5} - u\right) - u\,M = 0$$

$$v^2 = v'^2 - \frac{8\,u\,v'}{5} + u^2$$

Agora substituimos os valores numéricos

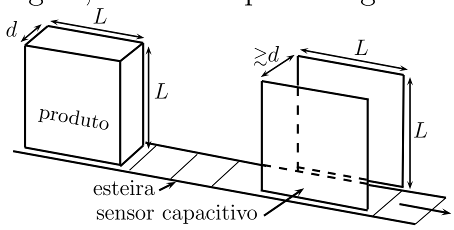
$$7200 = 40\,v^2 + 60\,u^2$$

$$80\left(\frac{4\,v'}{5} - u\right) - 120\,u = 0$$

Queremos o valor de u

$$[[u = 4.97]]$$

Questão 10. Certo produto industrial constitui-se de uma embalagem rígida cheia de óleo, de dimensões $L \times L \times d$, sendo transportado numa esteira que passa por um sensor capacitivo de duas placas paralelas e quadradas de lado L, afastadas entre si de uma distância ligeiramente maior que d, conforme a figura. Quando o produto estiver inteiramente inserido entre as placas, o sensor deve acusar um valor de capacitância C_0. Considere, contudo, tenha havido antes um indesejado vazamento de óleo, tal que a efetiva medida da capacitância seja $C = 3/4C_0$. Sendo dadas as respectivas constantes dielétricas do óleo, $\kappa = 2$; e do ar, $\kappa_{ar} = 1$, e desprezando o efeito da constante dielétrica da embalagem, assinale a percentagem do volume de óleo vazado em relação ao seu volume original.



A ( ) 5% **B** ( ) 50% **C** ($\times$) 100%

D ( ) 10% **E** ( ) 75%

Solução 10.

A capacitância de capacitores paralelos é

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

A capacitância sem vazamento é dada por

$$C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}$$

Capacitância sem vazamento no início

$$\frac{e_0\, k\, L^2}{d}$$

Capacitância depois com vazamento

$$\frac{3\, e_0\, k\, L^2}{4\, d} = \frac{e_0\, k\, L\, (L - x)}{d} + \frac{e_0\, x\, L}{d}$$

$$\frac{3\, k\, L}{4} = k\, L + (1 - k)\, x$$

$$\left[x = \frac{k\, L}{4\, k - 4}\right]$$

$$\left[x = \frac{L}{2}\right]$$

logo, a percentagem do volume de óleo vazado em relação ao seu volume original será de 50%

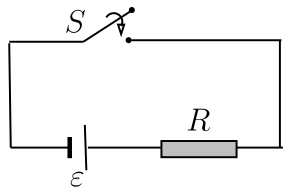
Questão 11. O circuito mostrado na figura é constituído por um gerador com f.e.m. ε e um resistor de resistência R. Considere as seguintes afirmações, sendo a chave S fechada:

I - Logo após a chave S ser fechada haverá uma f.e.m. autoinduzida no circuito.

II - Após um tempo suficientemente grande cessará o fenômeno de autoindução no circuito.

III - A autoindução no circuito ocorrerá sempre que houver variação da corrente elétrica no tempo.

Assinale a alternativa verdadeira.



A ( ) Apenas a I é correta.

B ( ) Apenas a II é correta.

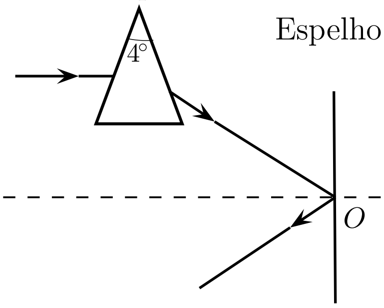
C ( ) Apenas a III é correta.

D ( ) Apenas a II e a III são corretas.

E ($\times$) Todas são corretas.

Solução 11.

Questão 12. Um raio horizontal de luz monocromática atinge um espelho plano vertical após incidir num prisma com abertura de 4º e índice de refração $n = 1{,}5$. Considere o sistema imerso no ar e que tanto o raio emergente do prisma como o refletido pelo espelho estejam no plano do papel, perpendicular ao plano do espelho, como mostrado na figura. Assinale a alternativa que indica respectivamente o ângulo e o sentido em que deve ser girado o espelho em torno do eixo perpendicular ao plano do papel que passa pelo ponto O, de modo que o raio refletido retorne paralelamente ao raio incidente no prisma.



A ( ) 4º, sentido horário.

B ( ) 2º, sentido horário.

C ( ) 2º, sentido antihorário.

D (×) 1º, sentido horário.

E ( ) 1º, sentido antihorário.

Solução 12. O angulo de incidência do raio que vem da esquerda no prisma é $a_1 = 2^o$

$$\frac{\pi}{180}$$

Índice de refração do prisma

$$\frac{\pi}{90}$$

Usando a lei de Snell e aproximando o $\operatorname{sen} x = x$ para ângulos pequenos temos que o ângulo de refração é

$$\frac{\pi}{135}$$

ângulo entre o raio refratado e a horizontalmente

$$\frac{\pi}{270}$$

Ângulo entre a horizontal e a face interna do prisma

$$\frac{23\,\pi}{45}$$

Ângulo entre o raio refratado e a face interna do prisma

$$\frac{131\,\pi}{270}$$

Ângulo de incidência na face interna direita

$$\frac{2\,\pi}{135}$$

Usando a lei de Snell para ângulos pequenos temos o ângulo refratado para fora do prisma

$$\frac{\pi}{45}$$

O ângulo que este raio faz com a horizontal é

$$\frac{\pi}{90}$$

$$\frac{180}{\pi}$$

O ângulo que o espelho tem que girar será de

$$\frac{\pi}{180}$$

Que em graus é

1

Questão 13. Um prato plástico com índice de refração 1,5 é colocado no interior de um forno de micro-ondas que opera a uma frequência de $2{,}5 \times 10^9$ Hz. Supondo que as micro-ondas incidam perpendicularmente ao prato, pode-se afirmar que a mínima espessura deste em que ocorre o máximo de reflexão das micro-ondas é de

A ( ) 1,0 cm. **B** ($\times$) 2,0 cm. **C** ( ) 3,0 cm.

D ( ) 4,0 cm. **E** ( ) 5,0 cm.

Solução 13.

O raio r_1 sofre inversão de fase de π ou $\frac{\lambda}{2}$ em A, pois $n > n_1$. Os outros raios não sofrem inversão de fase nem na reflexão B nem na refração e, C. Para interferência construtiva dos raios refletidos $r_1 e r_2$ a condição é

$$2d = (m_1 + \frac{1}{2})\lambda_n$$

mas d é mínimo para $m = 0$, logo

$$d_{min} = \frac{\lambda}{4n}$$

mas

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

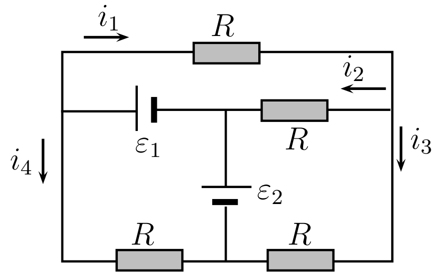
logo

$$d_{min} = \frac{c}{4nf}$$

Substituindo os valores, teremos:

$$d_{min} = 2,0cm$$

Questão 14. Considere o circuito elétrico mostrado na figura formado por quatro resistores de mesma resistência, $R = 10\ \Omega$, e dois geradores ideais cujas respectivas forças eletromotrizes são $\varepsilon_1 = 30\ V$ e $\varepsilon_2 = 10$ V. Pode-se afirmar que as correntes i_1, i_2, i_3 e i_4 nos trechos indicados na figura, em ampères, são respectivamente de



A ( ) 2, 2/3, 5/3 e 4.

B (×) 7/3, 2/3, 5/3 e 4.

C ( ) 4, 4/3, 2/3 e 2.

D ( ) 2, 4/3, 7/3 e 5/3.

E ( ) 2, 2/3, 4/3 e 4.

Solução 14.

Sabemos que

$$-(I_1 - I_3)\ R - I_1\ R + E_1 = 0$$

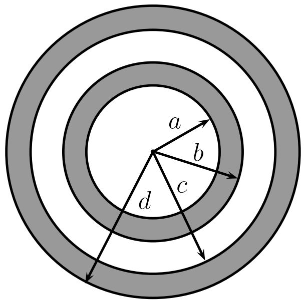
$$-I_4\ R + E_2 + E_1 = 0$$

$$-(I_3 - I_1)\ R - I_3\ R + E_2 = 0$$

$$\left[\left[I_1 = \frac{E_2 + 2\,E_1}{3\,R}, I_3 = \frac{2\,E_2 + E_1}{3\,R}, I_4 = \frac{E_2 + E_1}{R}\right]\right]$$

$$\left[\left[I_1 = \frac{7}{3}, I_2 = \frac{2}{3}, I_3 = \frac{5}{3}, I_4 = 4\right]\right]$$

Questão 15. A figura mostra duas cascas esféricas condutoras concêntricas no vácuo, descarregadas, em que a e c são, respectivamente, seus raios internos, e b e d seus respectivos raios externos. A seguir, uma carga pontual negativa é fixada no centro das cascas. Estabelecido o equilíbrio eletrostático, a respeito do potencial nas superfícies externas das cascas e do sinal da carga na superfície de raio d, podemos afirmar, respectivamente, que



A ( ) $V(b) > V(d)$ e a carga é positiva.

B ( ) $V(b) < V(d)$ e a carga é positiva.

C ( ) $V(b) = V(d)$ e a carga é negativa.

D ( ) $V(b) > V(d)$ e a carga é negativa.

E (×) $V(b) < V(d)$ e a carga é negativa.

Solução 15.

Temos 4 equações:

Indução

$$q_1 = -(-q)$$

e

$$q_3 = -q_2$$

casca esférica interna descarregada

$$q_1 + q_2 = 0$$

casca esférica externa descarregada

$$q_3 + q_4 = 0$$

logo

$$q_1 \;=\; q_3 \;=\; q \;e\; q_2 \;=\; q_3 \;\;=\; -q$$

O potencial em $r = b$, $a < r < b$

$$V_b = \left(-\frac{q}{r} + \frac{q}{r} - \frac{q}{b} + \frac{q}{c} - \frac{q}{d}\right) K_0$$

$$V_b = \left(-\frac{q}{b} + \frac{q}{c} - \frac{q}{d}\right) K_0$$

O potencial em $r = d$

$$V_d = \left(-\frac{q}{r} + \frac{q}{r} - \frac{q}{r} + \frac{q}{r} - \frac{q}{d}\right) K_0$$

$$V_b = \left(-\frac{q}{d}\right) K_0$$

$$V_b - V_d = \left(-\frac{q}{b} + \frac{q}{c}\right) K_0$$

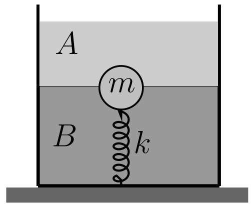
mas $c > d$

$$V_b - V_d < 0$$

logo

$$V_b < V_d$$

Questão 16. Um recipiente contém dois líquidos homogêneos e imiscíveis, A e B, com densidades respectivas ρ_A e ρ_B. Uma esfera sólida, maciça e homogênea, de massa $m = 5$ kg, permanece em equilíbrio sob ação de uma mola de constante elástica $k = 800$ N/m, com metade de seu volume imerso em cada um dos líquidos, respectivamente, conforme a figura. Sendo $\rho_A = 4\rho$ e $\rho_B = 6\rho$, em que ρ é a densidade da esfera, pode-se afirmar que a deformação da mola é de



A ( ) 0 m.

B ( ) 9/16 m.

C ( ) 3/8 m.

D (×) 1/4 m.

E ( ) 1/8 m.

Solução 16.

Temos

$$E = E_A + E_B$$

logo:

$$E_A = 4\,\rho\,g\frac{V}{2}$$

$$E_B = 6\,\rho\,g\frac{V}{2}$$

$$P = \rho\,V\,g$$

Equilíbrio

$$E - P - k\,x = 0$$

$$x = \frac{1}{k}\,[E - P] = \frac{1}{k}\,[2\,\rho\,V\,g\,+\,3\,\rho\,V\,g -\,\rho\,V\,g]$$

Sabendo que $\rho = \frac{m}{V}$

$$x = \frac{1}{k}\,[4\,\rho\,V\,g\,] = \frac{4\,m\,g}{k}$$

Substituindo os valores numéricos, teremos

$$x\,=\,25\,cm$$

que equivale a $\frac{1}{4}$ do metro.

Questão 17. Diferentemente da dinâmica newtoniana, que não distingue passado e futuro, a direção temporal tem papel marcante no nosso dia-a-dia. Assim, por exemplo, ao aquecer uma parte de um corpo macroscópico e o isolarmos termicamente, a temperatura deste se torna gradualmente uniforme, jamais se observando o contrário, o que indica a direcionalidade do tempo. Diz-se então que os processos macroscópicos são irreversíveis, evoluem do passado para o futuro e exibem o que o famoso cosmólogo Sir Arthur Eddington denominou de seta do tempo. A lei física que melhor traduz o tema do texto é

A ( ) a segunda lei de Newton.

B ( ) a lei de conservação da energia.

C ($\times$) a segunda lei da termodinâmica.

D ( ) a lei zero do termodinâmica.

E ( ) a lei de conservação da quantidade de movimento.

Solução 17.

Questão 18. Num experimento que usa o efeito fotoelétrico ilumina-se a superfície de um metal com luz proveniente de um gás de hidrogênio cujos átomos sofrem transições do estado n para o estado fundamental. Sabe-se que a função trabalho ϕ do metal é igual à metade da energia de ionização do átomo de hidrogênio cuja energia do estado n é dada por $E_n = E_1/n^2$. Considere as seguintes afirmações:

I - A energia cinética máxima do elétron emitido pelo metal é $E_C = E_1/n^2 - E_1/2$.

II - A função trabalho do metal é $\phi = -E_1/2$.

III - A energia cinética máxima dos elétrons emitidos aumenta com o aumento da frequência da luz incidente no metal a partir da frequência mínima de emissão.

Assinale a alternativa verdadeira.

A ( ) Apenas a I e a III são corretas.

B ( ) Apenas a II e a III são corretas.

C ( ) Apenas a I e a II são corretas.

D ( ) Apenas a III é correta.

E (×) Todas são corretas.

Solução 18.

A energia irradiada pelo átomo de hidrogênio é

$$En - E_1$$

sabemos que E_1 é negativo

$$\frac{E_1}{n^2}$$

Este é um número positivo

$$\frac{E_1}{n^2} - E_1$$

A função trabalho é um número positivo sendo o valor dado em II

$$\phi = -\frac{E_1}{2}$$

A energia cinética será o valor do item I

$$\frac{E_1}{n^2} - \frac{E_1}{2}$$

Questão 19. Uma espira circular de raio R é percorrida por uma corrente elétrica i criando um campo magnético. Em seguida, no mesmo plano da espira, mas em lados opostos, a uma distância $2R$ do seu centro colocam-se dois fios condutores retilíneos, muito longos e paralelos entre si, percorridos por correntes i_1 e i_2 não nulas, de sentidos opostos, como indicado na figura. O valor de i e o seu sentido para que o módulo do campo de indução resultante no centro da espira não se altere são respectivamente

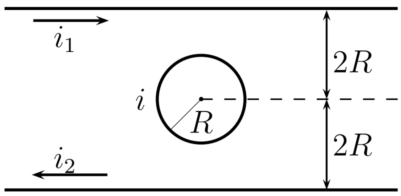
A ( ) $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$ e horário.

B ( ) $i = (1/2\pi)(i_1 + i_2)$ e antihorário.

C ( ) $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$ e horário.

D (×) $i = (1/4\pi)(i_1 + i_2)$ e antihorário.

E ( ) $i = (1/\pi)(i_1 + i_2)$ e horário.



Solução 19.

Já que os campos de i_1 e i_2 entram na folha de papel a única solução para este problema é quando i está no sentido antihorário. Neste caso o campo resultante final deve ser $-B$

$$-B = -B_2 - B_1 + B \quad eq(1)$$

O campo da espira de raio R no seu centro é

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

e o do fio a uma distância R é

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

Então temos

$$B = \frac{i\,\mu_0}{2\,R}$$

$$B_1 = \frac{i_1\,\mu_0}{4\,\pi\,R}$$

$$B_2 = \frac{i_2\,\mu_0}{4\,\pi\,R}$$

Substituindo na $eq(1)$

$$-\frac{i\,\mu_0}{2\,R} = -\frac{i_2\,\mu_0}{4\,\pi\,R} - \frac{i_1\,\mu_0}{4\,\pi\,R} + \frac{i\,\mu_0}{2\,R}$$

chegamos a

$$i = (1/4\,\pi)(i_1 + i_2)$$

Questão 20. Uma lua de massa m de um planeta distante, de massa $M \gg m$, descreve uma órbita elíptica com semieixo maior a e semieixo menor b, perfazendo um sistema de energia E. A lei das áreas de Kepler relaciona a velocidade v da lua no apogeu com sua velocidade v' no perigeu, isto é, $v'(a-e) = v(a+e)$, em que e é a medida do centro ao foco da elipse. Nessas condições, podemos afirmar que

A ($\times$) $E = -GMm/(2a)$. **B** ( ) $E = -GMm/(2b)$. **C** ( ) $E = -GMm/(2e)$.
D ( ) $E = -GMm/\sqrt{a^2+b^2}$. **E** ( ) $v' = \sqrt{2GM/(a-e)}$.

Solução 20.

Lei das áreas:

$$v'(a-e) = v(a+e)$$

sendo $v' > v$ e $a > e$

Energia: $E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r'}$

$$E = \frac{m}{2}({v_x}^2 + {v_y}^2) - \frac{GMm}{\sqrt{(x'^2 + y'^2)}}$$

ou

$$E = \frac{m}{2}({v_x}^2 + {v_y}^2) - \frac{GMm}{\sqrt{(x+e)^2 + y^2}}$$

Energia no Apogeu$A$.

Temos $x = a$, $y = 0$, $v_x = 0$ e $v_y = -v$

$$E_A = \frac{m}{2}v^2 - \frac{GMm}{(a+e)}$$

$$v^2 = \frac{2E}{m} + \frac{2GM}{(a+e)}$$

Energia no Perigeu P.

Temos $x = -a$, $y = 0$, $v_x = 0$ e $v_y = v'$

$$E_P = \frac{m}{2}v'^2 - \frac{GMm}{(e-a)}$$

logo

$$v'^2 = \frac{2E}{m} + \frac{2GM}{(a-e)}$$

obs: $a > e$

$$v'^2(a-e^2) = v^2(a+e)^2$$

$$\frac{2E}{m}(a-e)^2 + 2GM(a-e) = \frac{2E}{m}(a+e)^2 + 2GM(a+e)$$

$$-\frac{4Eae}{m} - 2GMe = \frac{4Eae}{m} + 2GMe$$

$$-\frac{8Eae}{m} = 4GMe$$

logo

$$E = -\frac{GMm}{2a}$$

Questões Dissertativas

Questão 21. Considere as seguintes relações fundamentais da dinâmica relativística de uma partícula: a massa relativística $m = m_0\gamma$, o momentum relativístico $p = m_0\gamma v$ e a energia relativística $E = m_0\gamma c^2$, em que m_0 é a massa de repouso da partícula e $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ é o fator de Lorentz. Demonstre que $E^2 - p^2c^2 = \left(m_0c^2\right)^2$ e, com base nessa relação, discuta a afirmação: "Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz c".

Solução 21.

Elevamos a equação do momentum ao quadrado

$$p^2 = \gamma^2 \, {m_0}^2 \, v^2$$

$$p^2 = \frac{{m_0}^2 \, v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Achamos v na primeira equação

$$\left[v^2 = \frac{c^2 \, p^2}{p^2 + c^2 \, {m_0}^2}\right]$$

Elevamos a equação da energia ao quadrado

$$E^2 = \frac{c^4 \, {m_0}^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\left[v^2 = \frac{c^2 \, E^2 - c^6 \, {m_0}^2}{E^2}\right]$$

Igualamos o lado direito da solução 1 com o da solução 2

$$\frac{c^2 \, p^2}{p^2 + c^2 \, {m_0}^2} = \frac{c^2 \, E^2 - c^6 \, {m_0}^2}{E^2}$$

E finalmente resolvemos para E

$$\left[E^2 - c^2 \, p^2 = c^4 \, {m_0}^2\right]$$

Justificativa: "Toda partícula com massa de repouso nula viaja com a velocidade da luz, c". Da relação

$$\left[E^2 - c^2 \, p^2 = c^4 \, {m_0}^2\right]$$

se $m = 0$, então $E = pc$ logo $p = \frac{E}{c}$ Mas

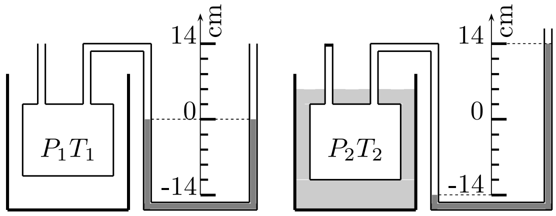
$$E = \gamma \, m_0 \, c^2$$

$$p = \frac{\gamma \, m_0 \, c^2}{c}$$

logo $p = mc$

Assim a partícula com $m = 0$ transporta apenas a energia $E = pc$ e possui momentum linear $p = mc$

Questão 22. Um recipiente é inicialmente aberto para a atmosfera a temperatura de 0º C. A seguir, o recipiente é fechado e imerso num banho térmico com água em ebulição. Ao atingir o novo equilíbrio, observa-se o desnível do mercúrio indicado na escala das colunas do manômetro. Construa um gráfico $P \times T$ para os dois estados do ar no interior do recipiente e o extrapole para encontrar a temperatura T_0 quando a pressão $P = 0$, interpretando fisicamente este novo estado à luz da teoria cinética dos gases.



Solução 22.

Estado 1:

$$P_1 = P_{atm} = 10^5 Pa \quad T_1 = 0^0 C$$

Estado 2:

$$P_2 = 1,3808 \times 10^5 Pa \quad T_2 = 100^0 C$$

ainda temos $h = 28\, cm\ de\ Hg$ e $\rho = 13600\, \frac{kg}{m^3}$

Usando esses valores no cálculo de P_2, temos:

$$P_2 = P_{atm} + \rho\, g\, h \; = \; 1,3808 \times 10^5\, Pa$$

1 atm corresponde a 76 cm de Hg e temos que calcular x para 28 cm de Hg, então por uma simples regra de três temos

$$x = \frac{1atm \times 28}{76}$$

$$x = \frac{7atm}{19}$$

Do gráfico temos

$$\frac{(T_1 - T_0)}{(T_2 - T_0)} \; = \; \frac{P_1}{P_2}$$

$$T_0 \; = \; \frac{(P_2\, T_1 \; - \; P_1\, T_2)}{(P_2 \; - \; P_1)}$$

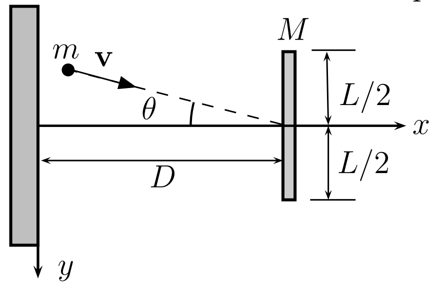
Substituindo os valores

$$T_0 \; = \; -\, 262,6^0\, C$$

À luz da teoria cinética na temperatura T_0 em que a pressão vai para zero, o movimento molecular cessa. Note que a pressão do gás é devido a choques moleculares com a parede do recipiente, ou devido a transferência de momentum para as paredes.

Gráfico $P \, \times \, T$

Questão 23. Num plano horizontal $x \times y$, um projétil de massa m é lançado com velocidade $\mathbf{v}$, na direção θ com o eixo x, contra o centro de massa de uma barra rígida, homogênea, de comprimento L e massa M, que se encontra inicialmente em repouso a uma distância D de uma parede, conforme a figura. Após uma primeira colisão elástica com a barra, o projétil retrocede e colide elasticamente com a parede. Desprezando qualquer atrito, determine o intervalo de valores de θ para que ocorra uma segunda colisão com a barra, e também o tempo decorrido entre esta e a anterior na parede.



Solução 23.

Na primeira colisão existe a conservação do momentum, pois o choque é elástico

$$m\cos\vartheta\, v = vb\, M + m\, vx_2$$

e a energia

$$\frac{m\, v^2}{2} = \frac{vb^2\, M}{2} + \frac{m\left(vx_2{}^2 + \sin^2\vartheta\, v^2\right)}{2}$$

$$\left[vx_2 = -\frac{v\sqrt{\left(1-\sin^2\vartheta\right)M^2 + \left(-m\sin^2\vartheta - m\cos^2\vartheta + m\right)M} - m\cos\vartheta\, v}{M+m}\right]$$

$$\left[vb = \frac{m\, v\sqrt{M}\sqrt{-\sin^2\vartheta\, M + M - m\sin^2\vartheta - m\cos^2\vartheta + m} + m\cos\vartheta\, v\, M}{M^2 + m\, M}\right]$$

$$\left[vx_2 = \frac{v\sqrt{\left(1-\sin^2\vartheta\right)M^2 + \left(-m\sin^2\vartheta - m\cos^2\vartheta + m\right)M} + m\cos\vartheta\, v}{M+m}\right]$$

$$\left[vb = \frac{m\cos\vartheta\, v\, M - m\, v\sqrt{M}\sqrt{-\sin^2\vartheta\, M + M - m\sin^2\vartheta - m\cos^2\vartheta + m}}{M^2 + m\, M}\right]$$

$$\left[vx_2 = -\frac{|\cos\vartheta|\ v\ |M| - m\cos\vartheta\, v}{M+m}\right]$$

$$\left[vb = \frac{\left(m\,|\cos\vartheta| + m\cos\vartheta\right)v}{M+m}\right], \left[vx_2 = \frac{|\cos\vartheta|\ v\ |M| + m\cos\vartheta\, v}{M+m}\right]$$

$$\left[vb = -\frac{\left(m\,|\cos\vartheta| - m\cos\vartheta\right)v}{M+m}\right]$$

$$\frac{\cos\vartheta\, v\ (M-m)}{M+m}$$

$$\frac{2\, m\cos\vartheta\, v}{M+m}$$

A tangente do ângulo α da direção do movimento depois da colisão com a horizontal é

$$\frac{\sin\vartheta\ (M+m)}{\cos\vartheta\ (M-m)}$$

O tempo que m demora para colidir de volta com a parede depois da colisão com a barra é

$$\frac{D\ (M+m)}{\cos\vartheta\, v\ (M-m)}$$

Neste instante a distância entre a barra e a parede é

$$\frac{2\,m\,D}{M-m}+D$$

Agora temos que encontrar o tempo a massa leva para encontrar a barra para acontecer a segunda colisão

$$\frac{t_2\ \cos\vartheta\, v\ (M-m)}{M+m}=\frac{2\,m\,t_2\ \cos\vartheta\, v}{M+m}+\frac{2\,m\,D}{M-m}+D$$

$$\left[t_2=\frac{D\,M^2+2\,m\,D\,M+m^2\,D}{\cos\vartheta\, v\,M^2-4\,m\,\cos\vartheta\, v\,M+3\,m^2\,\cos\vartheta\, v}\right]$$

Então a distância D3 entre a parede e a barra na segunda colisão é

$$\frac{\cos\vartheta\, v\ (M-m)\ (D\,M^2+2\,m\,D\,M+m^2\,D)}{(M+m)\ (\cos\vartheta\, v\,M^2-4\,m\,\cos\vartheta\, v\,M+3\,m^2\,\cos\vartheta\, v)}$$

$$\frac{D\,M+m\,D}{M-3\,m}$$

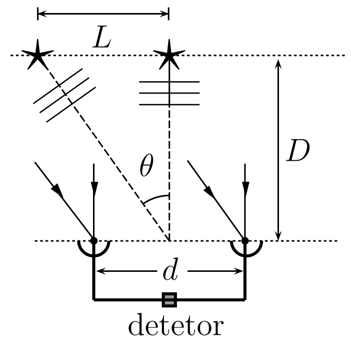
Finalmente temos a condição

$$\frac{L}{2}=\frac{\sin\vartheta\ (M+m)\ (D\,M+m\,D)}{\cos\vartheta\ (M-3\,m)\ (M-m)}+\frac{\sin\vartheta\, D\ (M+m)}{\cos\vartheta\ (M-m)}$$

$$\frac{t_2\ \cos\vartheta\, v\ (M-m)}{M+m}=\frac{2\,m\,t_2\ \cos\vartheta\, v}{M+m}+\frac{2\,m\,D}{M-m}+D$$

$$\frac{t_2\ \cos\vartheta\, v\,M-m\,t_2\ \cos\vartheta\, v}{M+m}=\frac{D\,M^2+(2\,m\,D+2\,m\,t_2\ \cos\vartheta\, v)\ M+m^2\,D-2\,m^2\,t_2\ \cos\vartheta\, v}{M^2-m^2}$$

Questão 24. Dois radiotelescópios num mesmo plano com duas estrelas operam como um interferômetro na frequência de 2,1 GHz. As estrelas são interdistantes de $L = 5{,}0$ anos-luz e situam-se a uma distância $D = 2{,}5 \times 10^7$ anos-luz da Terra. Ver figura. Calcule a separação mínima, d, entre os dois radiotelescópios necessária para distinguir as estrelas. Sendo $\theta << 1$ em radianos, use a aproximação $\theta \simeq \tan\theta \simeq \operatorname{sen}\theta$.



Solução 24.

A intensidade da onda que chega no interferômetro é dada por

$$I = A\cos^2(\frac{k\Delta d}{2})$$

Se a estrela está diretamente na vertical $\Delta d = 0$ e o máximo ocorre em $x = 0$ Se a estrela é deslocada da vertical elas chegam no interferômetro com uma defasagem caracterizada por Δd, deslocando o máximo da origem.

Os máximos são os do cosseno acima, então temos

$$\frac{k\Delta d}{2} = n\pi$$

Usando $k = 2\pi/\lambda$ e usando o n mínimo temos a separação das estrelas

$$\ell = \frac{\lambda D}{L}$$

$$3.0 \times 10^{+8}$$

$$4.7304 \times 10^{+16}$$

$$2.3651999999999999 \times 10^{+23}$$

$$0.14285714285714$$

$$714285.7142857142$$

Questão 25. Em atmosfera de ar calmo e densidade uniforme d_a, um balão aerostático, inicialmente de densidade d, desce verticalmente com aceleração constante de módulo a. A seguir, devido a uma variação de massa e de volume, o balão passa a subir verticalmente com aceleração de mesmo módulo a. Determine a variação relativa do volume em função da variação relativa da massa e das densidades d_a e d.

Solução 25.

Calculamos o empuxo

$$g\, m_1 - d_a\, g\, V_1 = a\, m_1$$

$$d_a\, g\, V_2 - g\, m_2 = a\, m_2$$

$$\frac{\delta m\, g}{(g-a)\ m_1} + \frac{a\, \delta m}{(g-a)\ m_1} + \frac{2\, a}{g-a}$$

Questão 26. Um mol de um gás ideal sofre uma expansão adiabática reversível de um estado inicial cuja pressão é P_i e o volume é V_i para um estado final em que a pressão é P_f e o volume é V_f. Sabe-se que $\gamma = C_p/C_v$ é o expoente de Poisson, em que C_p e C_v são os respectivos calores molares a pressão e a volume constantes. Obtenha a expressão do trabalho realizado pelo gás em função de P_i, V_i, P_f, V_f e γ.

Solução 26.

O processo é adiabático, então

$$\Delta U = -W$$

Mas ΔU também é

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR(T_f - T_i)$$

$$c_p - c_v = R$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{5}{3} \quad c_p = \frac{5}{3}R \quad c_v = \frac{3}{2}R$$

c_p = calor (específico) molar a pressão constante.

c_v = calor (específico) molar a volume constante.

$$PV = nRT$$

$$-W = \Delta U = \frac{3}{2} nR(T_f - T_i) = \frac{3}{2} nRT_f - \frac{3}{2} nRT_i$$

$$-W = \frac{3}{2} R\, P_f\, V_f - \frac{3}{2} R\, P_i\, V_i$$

$$-W = \frac{3\, R\, P_f\, V_f - 3\, R\, P_i\, V_i}{2\, R}$$

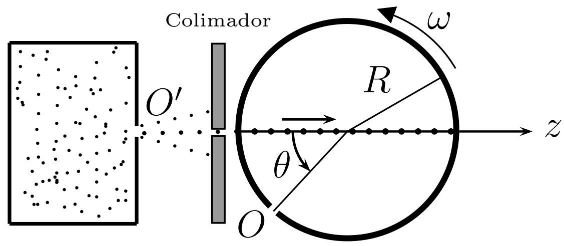
$$-W = \frac{c_v\, P_f\, V_f - c_v\, P_i\, V_i}{(c_p - c_v)}$$

$$-W = \frac{P_f\, V_f - P_i\, V_i}{(\frac{c_p}{c_v} - 1)}$$

$$-W = \frac{P_f\, V_f - P_i\, V_i}{(\gamma - 1)}$$

$$W = \frac{P_i\, V_i - P_f\, V_f}{(\gamma - 1)}$$

Questão 27. Um dispositivo é usado para determinar a distribuição de velocidades de um gás. Em $t = 0$, com os orifícios O' e O alinhados no eixo z, moléculas ejetadas de O', após passar por um colimador, penetram no orifício O do tambor de raio interno R, que gira com velocidade angular constante ω. Considere, por simplificação, que neste instante inicial ($t = 0$) as moléculas em movimento encontram-se agrupadas em torno do centro do orifício O. Enquanto o tambor gira, conforme mostra a figura, tais moléculas movem-se horizontalmente no interior deste ao longo da direção do eixo z, cada qual com sua própria velocidade, sendo paulatinamente depositadas na superfície interna do tambor no final de seus percursos. Nestas condições, obtenha em função do ângulo θ a expressão para $v - v_{\text{min}}$, em que v é a velocidade da molécula depositada correspondente ao giro θ do tambor e v_{min} é a menor velocidade possível para que as moléculas sejam depositadas durante a primeira volta deste.



Solução 27.

O tempo que uma molécula vai anda OP é

$$t = \frac{2R}{v}$$

mas t também é dado por

$$t = \frac{\theta}{w}$$

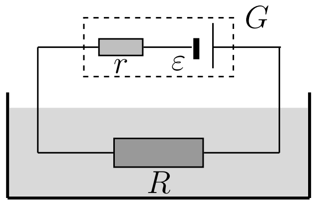
Assim temos que

$$v = \frac{2Rw}{\theta}$$

O v_{min} é quando $\theta = 2\pi$, entao temos

$$v - v_{min} = \frac{2Rw}{\theta} - v = \frac{2Rw}{2\pi}$$

Questão 28. O experimento mostrado na figura foi montado para elevar a temperatura de certo líquido no menor tempo possível, dispendendo uma quantidade de calor Q. Na figura, G é um gerador de força eletromotriz ε, com resistência elétrica interna r, e R é a resistência externa submersa no líquido. Desconsiderando trocas de calor entre o líquido e o meio externo, a) Determine o valor de R e da corrente i em função de ε e da potência elétrica P fornecida pelo gerador nas condições impostas. b) Represente graficamente a equação característica do gerador, ou seja, a diferença de potencial U em função da intensidade da corrente elétrica i. c) Determine o intervalo de tempo transcorrido durante o aquecimento em função de Q, i e ε.



Solução 28.

A potência máxima dissipada na carga R acontece quando a resistência interna do gerador for $r = R$ e a corrente

$$i = \frac{\varepsilon}{2R}$$

A expressão de U é

$$U = \epsilon - ri$$

A quantidade de calor Q é dada por

$$Qcal = \frac{\varepsilon^2 t}{4R} J$$

mas 1 cal = 4 J. Transformando em Joules temos

$$t = \frac{16QR}{\varepsilon^2}$$

Questão 29. Duas placas condutoras de raio R e separadas por uma distância $d << R$ são polarizadas com uma diferença de potencial V por meio de uma bateria. Suponha sejam uniformes a densidade superficial de carga nas placas e o campo elétrico gerado no vácuo entre elas. Um pequeno disco fino, condutor, de massa m e raio r, é colocado no centro da placa inferior. Com o sistema sob a ação da gravidade g, determine, em função dos parâmetros dados, a diferença de potencial mínima fornecida pela bateria para que o disco se desloque ao longo do campo elétrico na direção da placa superior.

Solução 29.

O campo elétrico entre as placas é

$$E = \frac{V}{d}$$

$$\sigma = \varepsilon_0 \, E \; = \; \varepsilon_0 \, \frac{V}{d}$$

$$F_e - Q\,E \qquad P + m\,g \qquad F_E - P = 0$$

$$Q\,E \; = \; m\,g$$

$$Q\,\frac{V_{min}}{d} \; = \; m\,g$$

$$V_{min} = \frac{mgd}{Q}$$

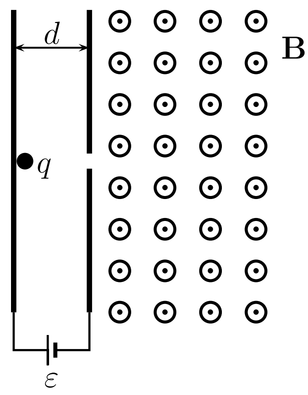
$$Q = \sigma \pi r^2$$

$$Q = \; \varepsilon_0 \, \frac{V_{min}}{d} \pi r^2$$

$${V_{min}}^2 = \frac{mgd^2}{\varepsilon_0 \, \pi r^2}$$

$$V_{min} = \frac{d}{r}\sqrt{\frac{mg}{\varepsilon_0 \, \pi}}$$

Questão 30. Um próton em repouso é abandonado do eletrodo positivo de um capacitor de placas paralelas submetidas a uma diferença de potencial $\varepsilon = 1000$ V e espaçadas entre si de $d = 1$ mm, conforme a figura. A seguir, ele passa através de um pequeno orifício no segundo eletrodo para uma região de campo magnético uniforme de módulo $B = 1{,}0$ T. Faça um gráfico da energia cinética do próton em função do comprimento de sua trajetória até o instante em que a sua velocidade torna-se paralela às placas do capacitor. Apresente detalhadamente seus cálculos.



Solução 30.

O campo elétrico entre as placas é

$$E = \frac{V}{d}$$

A força sobre ele é

$$F = \frac{q\,V}{d}$$

A aceleração entre as placas do capacitores

$$a = \frac{q\,V}{d\,m}$$

Usando Torricheli temos a velocidade final em qualquer x entre as placas

$$v = \sqrt{2}\sqrt{\frac{q\,x\,V}{d\,m}}$$

A energia cinética fica

$$E_c = \frac{q\,x\,V}{d}$$

Quando ele entra no campo magnético a sua energia cinética permanece constante valendo $\frac{1}{2}mv^2 = qV$

$$E_c = \frac{q\,x\,V}{d} \;\; = \; q\;V \;\; = 1,6 \times 10^{-19} \times 10^3 \;\; = \;\; 1,6 \times 10^{-16}\,J$$

$$S = \frac{\pi\,R}{2}$$

$$R = \frac{mv_0}{qB} \;\; = \;\; \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2\,q\,V}{m}}$$

sendo $m = 1,7 \times 10^{-8}\,kg$, $B = 1,0T$, $V = 10^3 V$, substituindo os valores, teremos $R = 4,6mm$ Logo

$$S = \frac{3,14}{2} \times 4,6$$

$$S = 7,2mm$$

Gráfico da energia cinética em função de x