

MATEMÁTICA

2ª Etapa



SÓ ABRA QUANDO AUTORIZADO.

Leia atentamente as instruções que se seguem.

- 1 - Este Caderno de Prova contém **seis** questões, constituídas de itens e subitens, abrangendo um total de **oito** páginas, numeradas de 3 a 10.
Antes de começar a resolver as questões, verifique se seu Caderno está **completo**.
Caso haja algum problema, solicite a **substituição** deste Caderno.
- 2 - Esta prova vale **100** pontos, assim distribuídos:
 - Questões 01 e 02: **16** pontos cada uma.
 - Questões 03, 04, 05 e 06: **17** pontos cada uma.
- 3 - **NÃO escreva seu nome nem assine nas folhas deste Caderno de Prova.**
- 4 - Leia cuidadosamente cada questão proposta e escreva a solução, **A LÁPIS**, nos espaços correspondentes.
Só será corrigido o que estiver dentro desses espaços.
NÃO há, porém, obrigatoriedade de preenchimento **total** desses espaços.
- 5 - **NÃO serão consideradas respostas sem exposição de raciocínio.**
- 6 - Não escreva nos espaços reservados à correção.
- 7 - **Ao terminar a prova**, chame a atenção do Aplicador, **levantando o braço**. Ele, então, irá até você para **recolher** seu **CADERNO DE PROVA**.

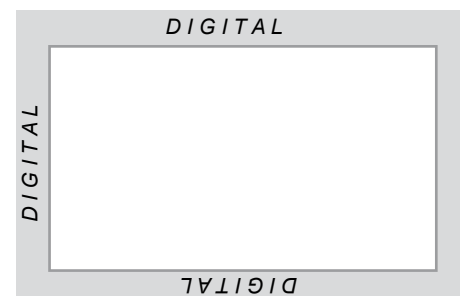
ATENÇÃO: Os Aplicadores **NÃO** estão autorizados a dar quaisquer explicações **sobre questões** das provas. **NÃO INSISTA** em pedir-lhes ajuda.

FAÇA LETRA LEGÍVEL.

Duração desta prova: TRÊS HORAS.

ATENÇÃO: Terminada a prova, recolha seus objetos, deixe a sala e, em seguida, o prédio. A partir do momento em que sair da sala e até estar fora do prédio, continuam válidas as proibições ao uso de aparelhos eletrônicos e celulares, bem como não lhe é mais permitido o uso dos sanitários.

Impressão digital do
polegar direito



COLE AQUI A ETIQUETA

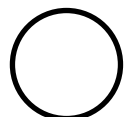
QUESTÃO 01

Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$ uma função do segundo grau, em que a , b e c são números reais.

Sabe-se que

- o gráfico dessa função passa pelos pontos $(1, 3)$ e $(2, 6)$; e
- essa função possui uma única raiz.

Considerando esses dados, **CALCULE** os valores de a , b e c .



QUESTÃO 02

Sabe-se que, para a conversão de graus Fahrenheit em graus Celsius, a fórmula correta é

$$T_C = \frac{5}{9} (T_F - 32)$$

em que T_F e T_C indicam as temperaturas em graus, respectivamente, Fahrenheit e Celsius.

Quando em viagem pelos Estados Unidos, para simplificar os cálculos, Pedro convertia a temperatura, dada em graus Fahrenheit, para o valor correspondente em graus Celsius, usando a expressão

$$\bar{T}_C = \frac{T_F}{2} - 17.$$

Durante a estada de Pedro nesse país, a temperatura variou de $-4^\circ F$ a $50^\circ F$.

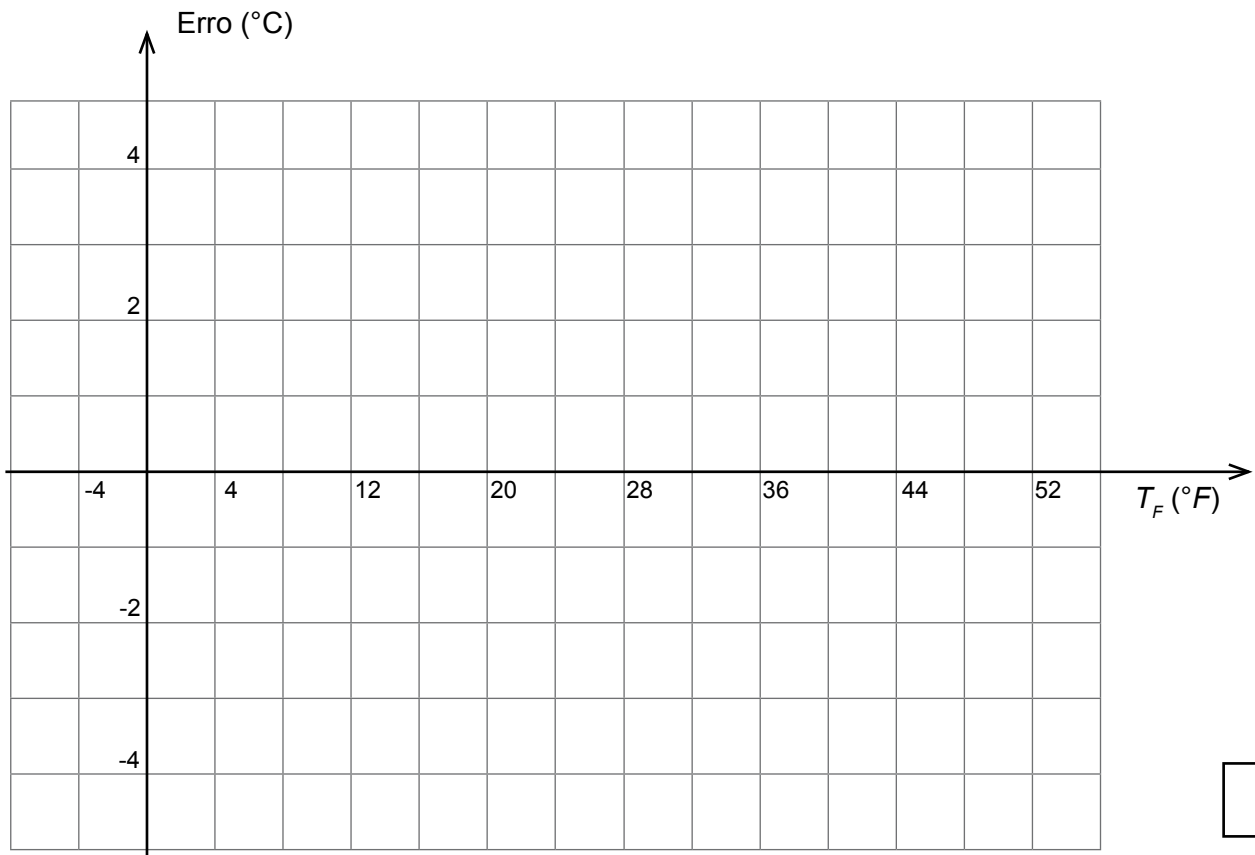
Com base nessas informações,

1. **DETERMINE** a temperatura, **em graus Fahrenheit**, em que o erro cometido por Pedro, ao usar essa expressão, é **nulo**.

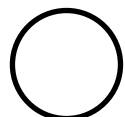


2. Define-se **erro absoluto** como o módulo do erro.

TRACE, no plano cartesiano abaixo, o gráfico do **erro absoluto** cometido por Pedro, em função de T_F para $-4 \leq T_F \leq 50$.



3. **CALCULE** o erro absoluto **máximo** cometido por Pedro para $-4 \leq T_F \leq 50$.



QUESTÃO 03

Considere uma circunferência de equação

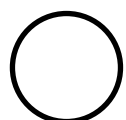
$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2,$$

em que a e b são números reais e r é um número real positivo.

Sabe-se que

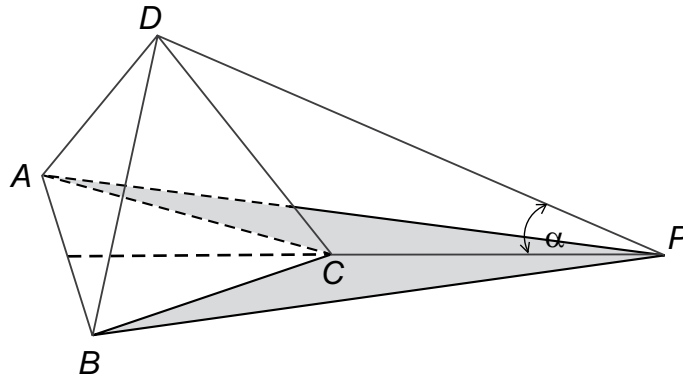
- a reta de equação $y = x + 5$ tangencia essa circunferência no ponto $T = (1, 6)$; e
- a reta de equação $y = x + 3$ determina, nessa circunferência, uma corda PQ de comprimento $2\sqrt{30}$

DETERMINE os valores de a , b e r .



QUESTÃO 04

Nesta figura, estão representadas uma pirâmide, em forma de um tetraedro regular $ABCD$, e sua sombra, em forma de um quadrilátero $ACBP$:



Sabe-se que

- cada aresta da pirâmide mede 20 m ;
- o segmento CP está contido na mediatriz do segmento AB ; e
- o seno do ângulo $\alpha = \widehat{CPD}$ é $\frac{2}{3}$.

Considerando esses dados,

1. **CALCULE** a altura da pirâmide.

2. **CALCULE** a área da sombra da pirâmide.

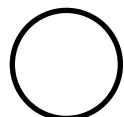
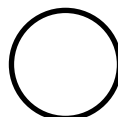


QUESTÃO 05

1. Seja $z = x + iy$ um número complexo, em que x e y são números reais.

DETERMINE as partes real e imaginária de $w = \frac{z+1}{z-1}$ em função de x e y .

2. Seja S o conjunto de todos os números complexos da forma $w = \frac{z+1}{z-1}$ tais que $|z| = 2$.
DETERMINE o elemento de S de **maior** módulo.



QUESTÃO 06

Rodrigo e Gabriel participam de um jogo, em que usam dois dados, cada um com seis faces.

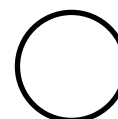
Primeiro, Rodrigo lança os dados e, quando ambos param, os meninos somam os valores das duas faces superiores. Se o resultado dessa soma for igual a 6, Rodrigo vence o jogo.

Se isso não ocorre, então, Gabriel lança os dados e, do mesmo modo, quando ambos param, os meninos somam os valores das duas faces superiores. Se o resultado dessa soma for igual a 7, Gabriel vence.

Caso se verifique qualquer outro valor, o jogo prossegue, até que Rodrigo obtenha o total 6 ou Gabriel, o total 7.

Com base nessas informações, **CALCULE** a probabilidade de Rodrigo

1. vencer o jogo no **primeiro** lançamento.
2. vencer o jogo fazendo, **no máximo, dois** lançamentos.
3. vencer o jogo.



EM BRANCO



Questões desta prova podem ser reproduzidas para uso pedagógico, sem fins lucrativos, desde que seja mencionada a fonte: **Vestibular 2009 UFMG**. Reproduções de outra natureza devem ser autorizadas pela Copeve/UFMG.