

VESTIBULAR 2009

ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS

PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

CADERNO DE QUESTÕES

INSTRUÇÕES

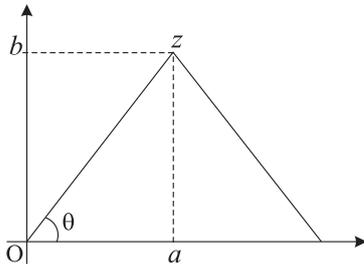
1. PREENCHER COM SEU NOME E NÚMERO DA CARTEIRA OS ESPAÇOS INDICADOS NA CAPA DESTE CADERNO.
2. ASSINAR COM CANETA DE TINTA AZUL OU PRETA A CAPA DO SEU CADERNO DE RESPOSTAS, NO LOCAL INDICADO.
3. ESTA PROVA CONTÉM 25 QUESTÕES E TERÁ DURAÇÃO DE 4 HORAS.
4. O CANDIDATO SOMENTE PODERÁ ENTREGAR O CADERNO DE RESPOSTAS E SAIR DO PRÉDIO DEPOIS DE TRANSCORRIDAS 2 HORAS, CONTADAS A PARTIR DO INÍCIO DA PROVA.
5. AO SAIR, O CANDIDATO LEVARÁ ESTE CADERNO E O CADERNO DE QUESTÕES DA PROVA DE CONHECIMENTOS GERAIS.

Nome do candidato _____	Número da carteira _____
-------------------------	--------------------------

MATEMÁTICA

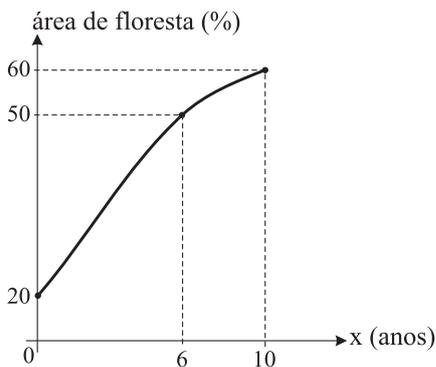
01. Em uma determinada região de floresta na qual, a princípio, não havia nenhum desmatamento, registrou-se, no período de um ano, uma área desmatada de 3 km^2 , e a partir daí, durante um determinado período, a quantidade de área desmatada a cada ano cresceu em progressão geométrica de razão 2. Assim, no segundo ano a área total desmatada era de $3 + 2 \cdot 3 = 9 \text{ km}^2$. Se a área total desmatada nessa região atingiu 381 km^2 nos n anos em que ocorreram desmatamentos, determine o valor de n .

02. O número complexo $z = a + bi$ é vértice de um triângulo equilátero, como mostra a figura.



Sabendo que a área desse triângulo é igual a $36\sqrt{3}$, determine z^2 .

03. Numa fazenda, havia 20% de área de floresta. Para aumentar essa área, o dono da fazenda decidiu iniciar um processo de reflorestamento. No planejamento do reflorestamento, foi elaborado um gráfico fornecendo a previsão da porcentagem de área de floresta na fazenda a cada ano, num período de dez anos.



(gráfico fora de escala)

Esse gráfico foi modelado pela função

$$f(x) = \frac{ax + 200}{bx + c},$$

que fornece a porcentagem de área de floresta na fazenda a cada ano x , onde a , b e c são constantes reais. Com base no gráfico, determine as constantes a , b e c e reescreva a função $f(x)$ com as constantes determinadas.

04. A altura h de um balão em relação ao solo foi observada durante certo tempo e modelada pela função

$$h(t) = t^3 - 30t^2 + 243t + 24$$

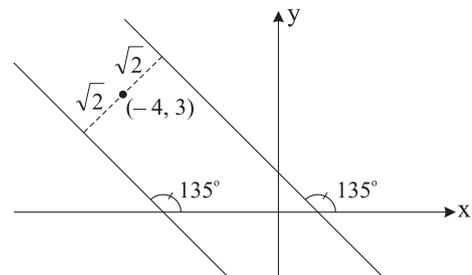
com $h(t)$ em metros e t em minutos. No instante $t = 3 \text{ min}$ o balão estava a 510 metros de altura. Determine em que outros instantes t a altura foi também de 510 m.

05. Através de fotografias de satélites de uma certa região da floresta amazônica, pesquisadores fizeram um levantamento das áreas de floresta (F), de terra exposta (T) e de água (A) desta região, nos anos de 2004 e de 2006. Com base nos dados levantados, os pesquisadores elaboraram a seguinte matriz de probabilidades:

		Para		
		F	T	A
De	F	$\frac{95}{100}$	$\frac{4}{100}$	$\frac{1}{100}$
	T	$\frac{2}{100}$	$\frac{95}{100}$	$\frac{3}{100}$
	A	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{96}{100}$

Por exemplo, a probabilidade de uma área de água no ano de 2004 ser convertida em área de terra exposta no ano de 2006 era de $\frac{3}{100}$. Supondo que a matriz de probabilidades se manteve a mesma do ano de 2006 para o ano de 2008, determine a probabilidade de uma área de floresta em 2004 ser convertida em uma área de terra exposta em 2008.

06. Determine as equações das retas que formam um ângulo de 135° com o eixo dos x e estão à distância $\sqrt{2}$ do ponto $(-4, 3)$.



07. As estradas (oficiais e não oficiais) na Amazônia têm um importante papel na evolução do desmatamento: análises mostram que o risco de desmatamento aumenta nas áreas mais próximas às estradas. A função

$$P(d) = \frac{3^{-1,3d+3,5}}{1+3^{-1,3d+3,5}}$$

fornece, aproximadamente, a probabilidade de desmatamento de uma área na Amazônia em função da distância d da estrada, em quilômetros (INPE, *Anais do XIII Simpósio de Sensoriamento Remoto*, 2007 – modificada).

Com base nessa função, determine para qual distância d a probabilidade de desmatamento é igual a 0,8.

Use a aproximação $\log_3 2 = 0,6$.

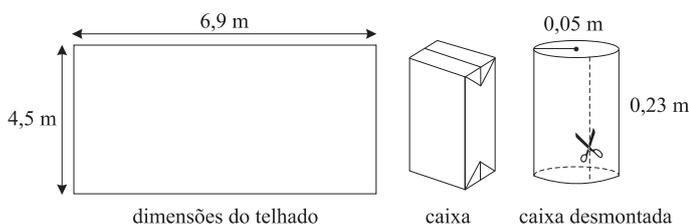
08. Em uma pequena cidade, um matemático modelou a quantidade de lixo doméstico total (orgânico e reciclável) produzida pela população, mês a mês, durante um ano, através da função

$$f(x) = 200 + (x + 50) \cos\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{4\pi}{3}\right),$$

onde $f(x)$ indica a quantidade de lixo, em toneladas, produzida na cidade no mês x , com $1 \leq x \leq 12$, x inteiro positivo. Sabendo que $f(x)$, nesse período, atinge seu valor máximo em

um dos valores de x no qual a função $\cos\left(\frac{\pi}{3}x - \frac{4\pi}{3}\right)$ atinge seu máximo, determine o mês x para o qual a produção de lixo foi máxima e quantas toneladas de lixo foram produzidas pela população nesse mês.

09. Por ter uma face aluminizada, a embalagem de leite “longa vida” mostrou-se conveniente para ser utilizada como manta para subcoberturas de telhados, com a vantagem de ser uma solução ecológica que pode contribuir para que esse material não seja jogado no lixo. Com a manta, que funciona como isolante térmico, refletindo o calor do sol para cima, a casa fica mais confortável. Determine quantas caixinhas precisamos para fazer uma manta (sem sobreposição) para uma casa que tem um telhado retangular com 6,9 m de comprimento e 4,5 m de largura, sabendo-se que a caixinha, ao ser desmontada (e ter o fundo e o topo abertos), toma a forma aproximada de um cilindro oco de 0,23 m de altura e 0,05 m de raio, de modo que, ao ser cortado acompanhando sua altura, obtemos um retângulo. Nos cálculos, use o valor aproximado $\pi = 3$.



10. Na periferia de uma determinada cidade brasileira, há uma montanha de lixo urbano acumulado, que tem a forma aproximada de uma pirâmide regular de 12 m de altura, cuja base é um quadrado de lado 100 m. Considere os dados, apresentados em porcentagem na tabela, sobre a composição dos resíduos sólidos urbanos no Brasil e no México.

PAÍS	ORGÂNICO (%)	METAIS (%)	PLÁSTICOS (%)	PAPELÃO/PAPEL (%)	VIDRO (%)	OUTROS (%)
BRASIL	55	2	3	25	2	13
MÉXICO	42,6	3,8	6,6	16,0	7,4	23,6

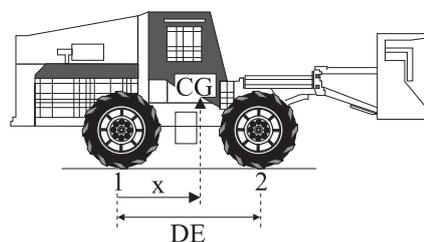
(Cempre/Tetra Pak Américas/EPA 2002.)

Supondo que o lixo na pirâmide esteja compactado, determine o volume aproximado de plásticos e vidros existente na pirâmide de lixo brasileira e quantos metros cúbicos a mais desses dois materiais juntos existiriam nessa mesma pirâmide, caso ela estivesse em território mexicano.

FÍSICA

11. Desde maio de 2008 o IBAMA recebe imagens do ALOS (satélite de observação avançada da Terra) para monitorar o desmatamento na floresta Amazônica. O ALOS é um satélite japonês que descreve uma órbita circular a aproximadamente 700 km de altitude. São dados o raio e a massa da Terra, $r_T = 6\,400$ km e $M = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg, respectivamente, e a constante gravitacional, $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg². Determine o módulo da aceleração da gravidade terrestre, em m/s², na altitude em que esse satélite se encontra.

12. A figura mostra, em corte, um trator florestal “derrubador-amontoador” de massa 13 000 kg; x é a abscissa de seu centro de gravidade (CG). A distância entre seus eixos, traseiro e dianteiro, é $DE = 2,5$ m.



(J.S.S. de Lima et al. In www.scielo.br/pdf/rarv/v28n6/23984.pdf)

Admita que 55% do peso total do trator são exercidos sobre os pontos de contato dos pneus dianteiros com o solo (2) e o restante sobre os pontos de contato dos pneus traseiros com o solo (1). Determine a abscissa x do centro de gravidade desse trator, em relação ao ponto 1.

Adote $g = 10$ m/s² e dê a resposta com dois algarismos significativos.

13. Buriti é uma palmeira alta, comum no Brasil central e no sul da planície amazônica. Um fruto do buriti – eles são pequenos e têm em média massa de 30 g – cai de uma altura de 20 m e pára, amortecido pelo solo (o buriti dá em solos fofos e úmidos). Suponha que na interação do fruto com o solo, sua velocidade se reduza até o repouso durante o tempo $\Delta t = 0,060$ s. Considerando desprezível a resistência do ar, determine o módulo da força resultante média exercida sobre o fruto durante a sua interação com o solo.

Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

14. As figuras mostram uma versão de um experimento – imaginado pelo filósofo francês René Descartes e bastante explorado em feiras de ciências – conhecido como ludião: um tubinho de vidro fechado na parte superior e aberto na inferior, emborcado na água contida em uma garrafa PET, fechada e em repouso. O tubinho afunda e desce quando a garrafa é comprimida e sobe quando ela é solta.



Figura 1

Na figura 1, o ludião está em equilíbrio estático, com um volume aprisionado de ar de $2,1 \text{ cm}^3$, à pressão atmosférica $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Com a garrafa fechada e comprimida, é possível mantê-lo em equilíbrio estático dentro d'água, com um volume de ar aprisionado de $1,5 \text{ cm}^3$ (figura 2).

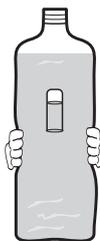


Figura 2

Determine a massa do tubinho e a pressão do ar contido no ludião na situação da figura 2. Despreze o volume deslocado pelas paredes do tubinho; supõe-se que a temperatura ambiente permaneça constante.

Adote, para a densidade da água, $\rho_{\text{água}} = 1,0 \text{ g/cm}^3$.

15. Em um acampamento, um grupo de estudantes coloca 0,50 L de água, à temperatura ambiente de $20 \text{ }^\circ\text{C}$, para ferver, em um lugar onde a pressão atmosférica é normal. Depois de 5,0 min, observam que a água começa a ferver, mas distraem-se, e só tiram a panela do fogão depois de mais 10 min, durante os quais a água continuou fervendo. Qual a potência calorífica do fogão e o volume de água contido na panela ao final desses 15 min de aquecimento?

Despreze o calor perdido para o ambiente e o calor absorvido pelo material de que é feita a panela; suponha que o fogão forneça calor com potência constante durante todo tempo.

Adote para a densidade da água: $\rho_{\text{água}} = 1,0 \cdot \text{kg/L}$.

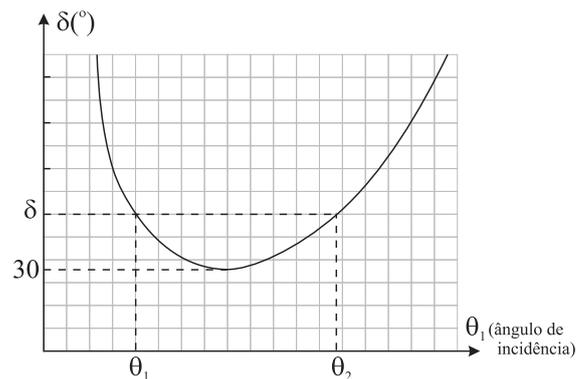
São dados:

calor específico da água: $c_{\text{água}} = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/(kg}\cdot^\circ\text{C)}$;

calor latente de vaporização da água: $L_{\text{água}} = 2,3 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

Dê a resposta com dois algarismos significativos.

16. A figura representa o gráfico do desvio (δ) sofrido por um raio de luz monocromática que atravessa um prisma de vidro imerso no ar, de ângulo de refração $A = 50^\circ$, em função do ângulo de incidência θ_1 .



É dada a relação $\delta = \theta_1 + \theta_2 - A$, em que θ_1 e θ_2 são, respectivamente, os ângulos de incidência e de emergência do raio de luz ao atravessar o prisma (pelo princípio da reversibilidade dos raios de luz, é indiferente qual desses ângulos é de incidência ou de emergência, por isso há no gráfico dois ângulos de incidência para o mesmo desvio δ).

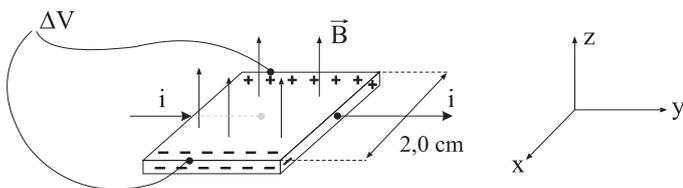
Determine os ângulos de incidência (θ_1) e de emergência (θ_2) do prisma na situação de desvio mínimo, em que $\delta_{\text{min}} = 30^\circ$.

17. O Landsat 7 é um satélite de sensoriamento remoto que orbita a 700 km da superfície da Terra. Suponha que a menor área da superfície que pode ser fotografada por esse satélite é de $30 \text{ m} \times 30 \text{ m}$, correspondente a um *pixel*, elemento unitário da imagem conjugada no sensor óptico da sua câmara fotográfica. A lente dessa câmara tem distância focal $f = 5,0 \text{ cm}$. Supondo que os *pixels* sejam quadrados, qual o comprimento dos lados de cada quadrado?

18. As constantes físicas da madeira são muito variáveis e dependem de inúmeros fatores. No caso da rigidez dielétrica (E) e da resistividade elétrica (ρ), são valores aceitáveis $E = 5,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$ e $\rho = 5,0 \cdot 10^4 \Omega \cdot \text{m}$, respectivamente, para madeiras com cerca de 20% de umidade.

Considere um palito de madeira de 6,0 cm de comprimento e uma tora de madeira aproximadamente cilíndrica, de 4,0 m de comprimento e área média de seção normal $S = 0,20 \text{ m}^2$. Calcule a diferença de potencial mínima necessária para que esse palito se torne condutor e a resistência elétrica dessa tora de madeira, quando percorrida por uma corrente ao longo do seu comprimento.

19. Na figura, uma placa quadrada de lado $L = 2,0 \text{ cm}$, de material condutor, é percorrida por uma corrente elétrica no sentido y crescente. Ao aplicarmos um campo magnético constante de módulo $B = 0,80 \text{ T}$, os portadores de carga em movimento, que originam a corrente de intensidade i , são deslocados provocando um acúmulo de cargas positivas na borda de trás e negativas na da frente, até que a diferença de potencial entre essas bordas se estabilize com valor $\Delta V = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ V}$, o que resulta em um campo elétrico uniforme na direção x, decorrente dessa separação de cargas, que compensa o efeito defletor do campo magnético. Esse fenômeno é conhecido como efeito Hall.



Determine o módulo do vetor campo elétrico \vec{E} , gerado na direção x, e o módulo da média das velocidades dos portadores de carga na direção y.

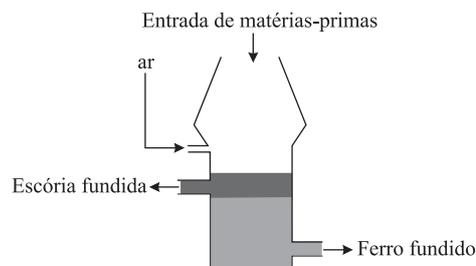
QUÍMICA

20. Nos frascos de *spray*, usavam-se como propelentes compostos orgânicos conhecidos como clorofluorocarbonos. As substâncias mais empregadas eram CClF_3 (Fréon 12) e $\text{C}_2\text{Cl}_3\text{F}_3$ (Fréon 113). Num depósito abandonado, foi encontrado um cilindro supostamente contendo um destes gases. Identifique qual é o gás, sabendo-se que o cilindro tinha um volume de 10,0 L, a massa do gás era de 85 g e a pressão era de 2,00 atm a 27 °C.

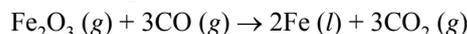
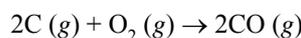
$$R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Massas molares em $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: H = 1, C = 12, F = 19, Cl = 35,5.

21. O Brasil possui a maior reserva do mundo de hematita (Fe_2O_3), minério do qual se extrai o ferro metálico, um importante material usado em diversos setores, principalmente na construção civil. O ferro-gusa é produzido em alto-forno conforme esquema, usando-se carvão como reagente e combustível, e o oxigênio do ar. Calcário (CaCO_3) é adicionado para remover a areia, formando silicato de cálcio.



Reações no alto-forno ($T = 1\ 600 \text{ }^\circ\text{C}$):



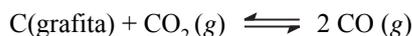
Números atômicos: C = 6, O = 8, Si = 14, Fe = 26.

Quais são as duas propriedades intensivas do ferro e da escória que permitem aplicar a técnica de separação dos componentes da mistura bifásica? Quais os tipos de ligações químicas existentes no ferro e no dióxido de carbono?

22. Uma solução foi preparada com 17,5 g de sulfato de potássio (K_2SO_4) e água suficiente para obter 500 mL de solução. Determine a concentração em $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$ dos íons potássio e dos íons sulfato na solução.

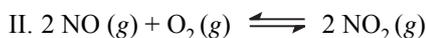
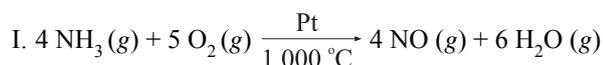
Massas molares em $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$: K = 39, S = 32, O = 16.

23. A produção de grafita artificial vem crescendo significativamente, uma vez que grafita natural de boa qualidade para uso industrial é escassa. Em atmosferas ricas em dióxido de carbono, a 1 000 °C, a grafita reage segundo a reação:



A 1 000 °C, no estado de equilíbrio, as pressões parciais de CO e CO₂ são 1,50 atm e 1,25 atm, respectivamente. Calcule o valor da constante de equilíbrio (K_p) para a reação nessa temperatura.

24. O ácido nítrico é muito utilizado na indústria química como insumo na produção de diversos produtos, dentre os quais os fertilizantes. É obtido a partir da oxidação catalítica da amônia, através das reações:



Calcule as entalpias de reação e responda se é necessário aquecer ou resfriar o sistema reacional nas etapas II e III, para aumentar a produção do ácido nítrico. Considere as reações dos óxidos de nitrogênio em condições padrões (p = 1 atm e t = 25 °C), e as entalpias de formação (ΔH_f) em kJ·mol⁻¹, apresentadas na tabela.

Substância	NO (g)	NO ₂ (g)	H ₂ O (l)	HNO ₃ (aq)
ΔH _f (kJ·mol ⁻¹)	+90,4	+33,9	-285,8	-173,2

25. A fumaça da queima da madeira contém formaldeído (metanal). O efeito destruidor do formaldeído em bactérias é uma razão pela qual defumar alimentos pode ajudar a conservá-los. O formaldeído pode ser preparado industrialmente por uma reação entre o álcool correspondente e o oxigênio molecular, a 600 °C e na presença de catalisador. Na reação, obtém-se água como subproduto. Escreva a equação balanceada da reação e identifique todos os reagentes e produtos pelos seus nomes.

