

Matemática

1 O Cristo Redentor é uma estátua localizada na cidade do Rio de Janeiro, no morro do Corcovado. Foi inaugurada no dia 12 de outubro de 1931 e, precisamente 27.298 dias depois da inauguração, no **sábado** 7 de julho de 2007, foi votada como uma das Novas Sete Maravilhas do Mundo. Determine o dia da semana no qual ocorreu a inauguração do Cristo Redentor.

2 Nota-se por $|X|$ o número de elementos de um conjunto X . Seja M uma matriz quadrada de ordem 2 definida por $M = \begin{pmatrix} |A| & |B| \\ |A \cup B| & |A \cap B| \end{pmatrix}$ onde os conjuntos A e B são tais que $|A| = 2|B|$ e $|B| = 2|A \cap B|$.

Sabendo que o determinante da matriz M é igual a -150 , determine $|A \cup B|$.

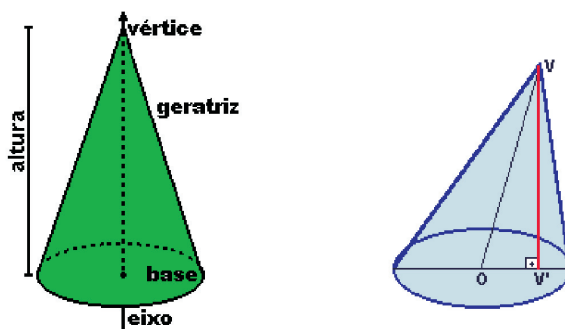
3 Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \leq 0 \\ x^2, & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 2^{(x-1)}, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

a) Faça um esboço do gráfico desta função, destacando os pontos $A = (0, f(0))$ e $B = (1, f(1))$.

b) Determine a função inversa $f^{-1}(x)$ da função $f(x)$.

4 As figuras abaixo representam um cone reto e um cone oblíquo. Sabe-se que
 (i) as bases dos dois cones são circunferências idênticas de raio 5.
 (ii) a área total do cone reto vale 90π .
 (iii) o volume do cone reto é o dobro do volume do cone oblíquo.
 (iv) a medida do segmento \overline{OV} no cone oblíquo vale $4\sqrt{3}$.

Determine a medida ângulo $\widehat{VOV'}$ no cone oblíquo.



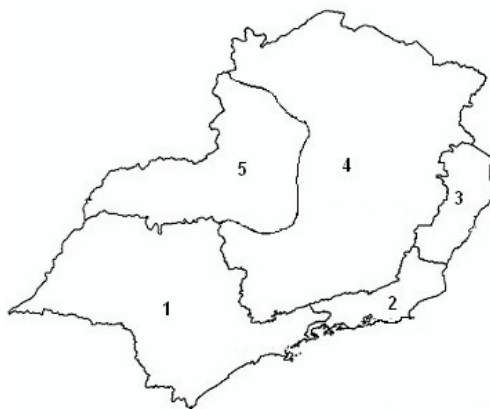
<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/geometria/cone/cone.htm>

5 Resolva, no conjunto dos números reais, a inequação: $\frac{x-6}{x-4} \leq x$

6 Determine o valor dos coeficientes reais a , b e c do polinômio $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, sabendo que as raízes deste polinômio estão em progressão geométrica de razão 2 e que $p(0) = -8$.

7 Desenha-se numa folha de papel uma circunferência C e dois hexágonos regulares, chamados de H_1 e H_2 , de modo que H_1 está inscrito à circunferência C e H_2 está circunscrito à C . Determine, **nesta ordem**, a razão entre as áreas dos hexágonos H_1 e H_2 .

8 Nos anos de 1987 e 1988, discutiu-se na Assembléia Nacional Constituinte a criação de um novo estado na Região Sudeste. Resultante da divisão do Estado de Minas Gerais, este receberia o nome de Estado do Triângulo e o novo mapa da região Sudeste seria como na figura a seguir:



1. São Paulo, 2. Rio de Janeiro, 3. Espírito Santo, 4. Minas Gerais, 5. Triângulo.

Suponha que um cartógrafo pretenda colorir o novo mapa da região Sudeste, de acordo com as seguintes regras:

- (i) Cada Estado será colorido com uma cor.
- (ii) Estados com fronteira comum **não** podem ter a mesma cor.

De quantos modos distintos este mapa pode ser colorido,

- a) usando, exatamente, 5 cores ?
- b) usando, no máximo, 5 cores ?

9 Seja i a unidade imaginária.

a) Escreva o número complexo $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ em sua forma trigonométrica.

b) Determine os coeficientes reais de x no desenvolvimento de $\left(1 + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)x\right)^6$.

10 Uma universidade organizou uma expedição ao sítio arqueológico de Itaboraí, um dos mais importantes do Rio de Janeiro. Para facilitar a localização dos locais de escavação, foi adotado um sistema cartesiano de coordenadas. O objetivo da expedição é realizar escavações nos pontos $A = (0,0)$, $B = (6,18)$ e $C = (18,6)$. Se o chefe da expedição pretende acampar em um ponto equidistante dos locais de escavação, determine as coordenadas do local de acampamento.