

VESTIBULAR 2008

ÁREA DE CIÊNCIAS EXATAS
PROVA DE CONHECIMENTOS ESPECÍFICOS

CADERNO DE QUESTÕES

INSTRUÇÕES

1. PREENCHER COM SEU NOME E NÚMERO DA CARTEIRA OS ESPAÇOS INDICADOS NA ÚLTIMA PÁGINA DESTE CADERNO.
2. ASSINAR COM CANETA DE TINTA AZUL OU PRETA A CAPA DO SEU CADERNO DE RESPOSTAS, NO LOCAL INDICADO.
3. ESTA PROVA CONTÉM 25 QUESTÕES E TERÁ DURAÇÃO DE 4 HORAS.
4. O CANDIDATO SOMENTE PODERÁ ENTREGAR O CADERNO DE RESPOSTAS E SAIR DO PRÉDIO DEPOIS DE TRANSCORRIDAS 2 HORAS, CONTADAS A PARTIR DO INÍCIO DA PROVA.
5. AO SAIR, O CANDIDATO LEVARÁ ESTE CADERNO E O CADERNO DE QUESTÕES DA PROVA DE CONHECIMENTOS GERAIS.

MATEMÁTICA

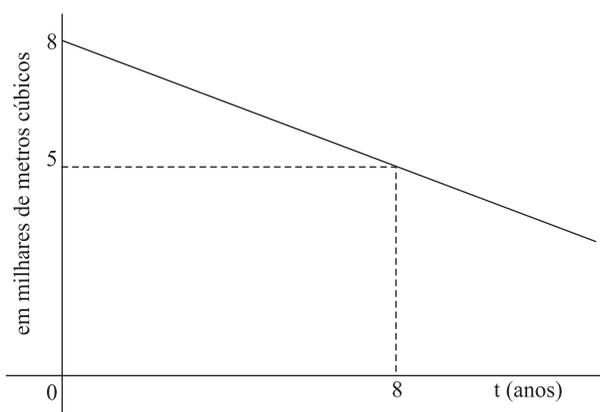
01. Em uma determinada residência, o consumo mensal de água com descarga de banheiro corresponde a 33% do consumo total e com higiene pessoal, 25% do total. No mês de novembro foram consumidos 25 000 litros de água no total e, da quantidade usada pela residência nesse mês para descarga de banheiro e higiene pessoal, uma adolescente, residente na casa, consumiu 40%. Determine a quantidade de água, em litros, consumida pela adolescente no mês de novembro com esses dois itens: descarga de banheiro e higiene pessoal.

02. A tabela mostra aproximadamente a duração do ano (uma volta completa em torno do Sol) de alguns planetas do sistema solar, em relação ao ano terrestre.

Planeta	Duração do ano
Júpiter	12 anos terrestres
Saturno	30 anos terrestres
Urano	84 anos terrestres

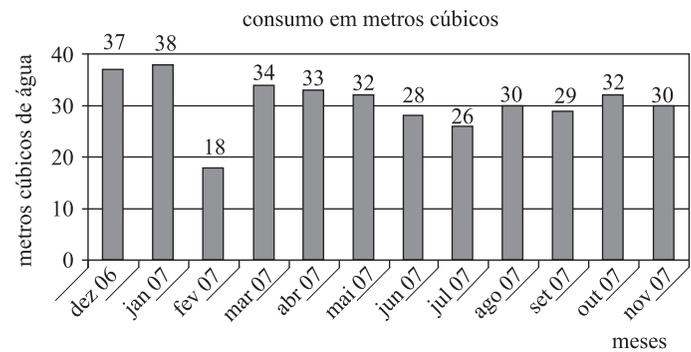
Se, em uma noite, os planetas Júpiter, Saturno e Urano são observados alinhados, de um determinado local na Terra, determine, após essa ocasião, quantos anos terrestres se passarão para que o próximo alinhamento desses planetas possa ser observado do mesmo local.

03. Ao ser inaugurada, uma represa possuía 8 mil m^3 de água. A quantidade de água da represa vem diminuindo anualmente. O gráfico mostra que a quantidade de água na represa 8 anos após a inauguração é de 5 mil m^3 .



Se for mantida essa relação de linearidade entre o tempo e a quantidade de água em m^3 , determine em quantos anos, após a inauguração, a represa terá 2 mil m^3 .

04. O gráfico representa o consumo mensal de água em uma determinada residência no período de um ano. As tarifas de água para essa residência são dadas a seguir.



Faixa f (m^3)	Tarifa (R\$)
$0 \leq f \leq 10$	0,50
$10 < f \leq 20$	1,00
$20 < f \leq 30$	1,50
$30 < f \leq 40$	2,00

Assim, por exemplo, o gasto no mês de março, que corresponde ao consumo de 34 m^3 , em reais, é:

$$10 \times 0,50 + 10 \times 1,00 + 10 \times 1,50 + 4 \times 2,00 = 38,00.$$

Vamos supor que essas tarifas tenham se mantido no ano todo. Note que nos meses de janeiro e fevereiro, juntos, foram consumidos 56 m^3 de água e para pagar essas duas contas foram gastos X reais. O mesmo consumo ocorreu nos meses de julho e agosto, juntos, mas para pagar essas duas contas foram gastos Y reais. Determine a diferença $X - Y$.

05. Segundo a Teoria da Relatividade de Einstein, se um astronauta viajar em uma nave espacial muito rapidamente em relação a um referencial na Terra, o tempo passará mais devagar para o astronauta do que para as pessoas que ficaram na Terra. Suponha que um pai astronauta, com 30 anos de idade, viaje numa nave espacial, numa velocidade constante, até o planeta recém-descoberto GL581c, e deixe na Terra seu filho com 10 anos de idade. O tempo t decorrido na Terra (para o filho) e o tempo T decorrido para o astronauta, em função da velocidade v dessa viagem (ida e volta, relativamente ao referencial da Terra e desprezando-se aceleração e desaceleração), são dados respectivamente pelas equações

$$t = \frac{40c}{v},$$

$$T = \frac{40c}{v} \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2},$$

onde c é uma constante que indica a velocidade da luz no vácuo e t e T são medidos em anos. Determine, em função de c , a velocidade o pai deveria viajar de modo que, quando retornasse à Terra, ele e seu filho estivessem com a mesma idade.

06. Astrônomos da Universidade da Califórnia fizeram um estudo com cerca de 750 estrelas, sendo 60 delas com planetas e 690 sem planetas (dados aproximados), e constataram que as estrelas com maior índice de ferro (em relação ao índice do Sol) têm maior probabilidade de abrigar planetas. A tabela mostra o número de estrelas com planetas (C) e sem planetas (S), relativamente ao índice de ferro, denotado por i .

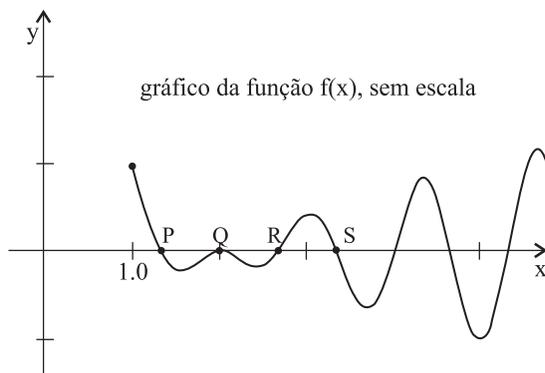
Índice de ferro	C	S	Total
$0 < i < 1$	15	360	375
$1 \leq i < 2$	30	270	300
$2 \leq i \leq 3$	15	60	75
Total	60	690	750

(exoplanets.org/metalicity.html. Adaptado.)

Utilizando a tabela, mostre que a probabilidade $P(C \mid \{1 \leq i \leq 3\})$, de uma estrela ter planetas dado que $1 \leq i \leq 3$, é 50% maior que a probabilidade $P(C)$ de uma estrela ter planetas.

07. Considere a representação gráfica da função definida por

$$f(x) = \sin\left(\frac{3\pi x}{2}\right) \cdot (-1 + \sqrt{x-1}).$$



Os pontos P, Q, R e S denotam os quatro primeiros pontos de interseção do gráfico da função f com o eixo das abscissas. Determine as coordenadas dos pontos P, Q, R e S, nessa ordem.

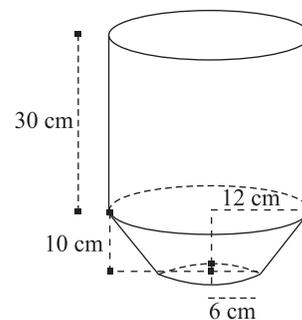
08. O brilho de uma estrela percebido pelo olho humano, na Terra, é chamado de *magnitude aparente* da estrela. Já a *magnitude absoluta* da estrela é a magnitude aparente que a estrela teria se fosse observada a uma distância padrão de 10 parsecs (1 parsec é aproximadamente 3×10^{13} km). As magnitudes aparente e absoluta de uma estrela são muito úteis para se determinar sua distância ao planeta Terra. Sendo m a magnitude aparente e M a magnitude absoluta de uma estrela, a relação entre m e M é dada aproximadamente pela fórmula

$$M = m + 5 \cdot \log_3(3 \cdot d^{-0,48})$$

onde d é a distância da estrela em parsecs. A estrela Rigel tem aproximadamente magnitude aparente 0,2 e magnitude absoluta $-6,8$. Determine a distância, em quilômetros, de Rigel ao planeta Terra.

09. O planeta Terra descreve seu movimento de translação em uma órbita aproximadamente circular em torno do Sol. Considerando o dia terrestre com 24 horas, o ano com 365 dias e a distância da Terra ao Sol aproximadamente 150380×10^3 km, determine a velocidade média, em quilômetros por hora, com que a Terra gira em torno do Sol. Use a aproximação $\pi = 3$.

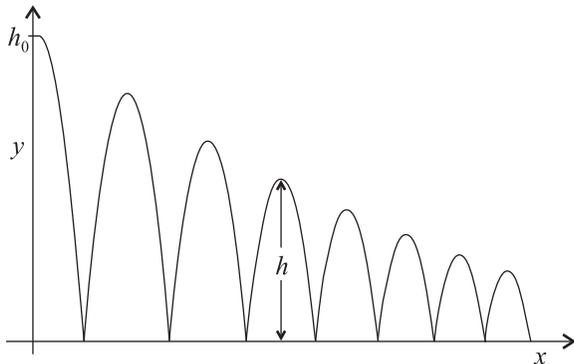
10. Numa região muito pobre e com escassez de água, uma família usa para tomar banho um chuveiro manual, cujo reservatório de água tem o formato de um cilindro circular reto de 30 cm de altura e base com 12 cm de raio, seguido de um tronco de cone reto cujas bases são círculos paralelos, de raios medindo 12 cm e 6 cm, respectivamente, e altura 10 cm, como mostrado na figura.



Por outro lado, numa praça de uma certa cidade há uma torneira com um gotejamento que provoca um desperdício de 46,44 litros de água por dia. Considerando a aproximação $\pi = 3$, determine quantos dias de gotejamento são necessários para que a quantidade de água desperdiçada seja igual à usada para 6 banhos, ou seja, encher completamente 6 vezes aquele chuveiro manual. Dado: $1000 \text{ cm}^3 = 1$ litro.

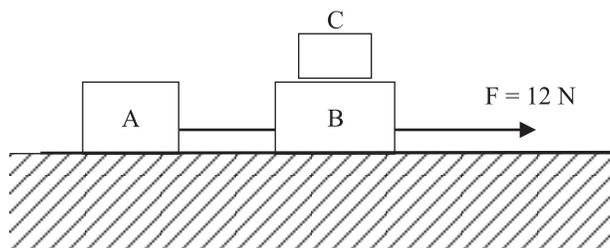
FÍSICA

11. Em recente investigação, verificou-se que uma pequena gota de água possui propriedades elásticas, como se fosse uma partícula sólida. Em uma experiência, abandona-se uma gota de uma altura h_0 , com uma pequena velocidade horizontal. Sua trajetória é apresentada na figura.



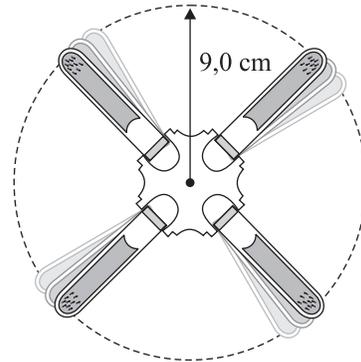
Na interação com o solo, a gota não se desmancha e o coeficiente de restituição, definido como f , é dado pela razão entre as componentes verticais das velocidades de saída e de chegada da gota em uma colisão com o solo. Calcule a altura h atingida pela gota após a sua terceira colisão com o solo, em termos de h_0 e do coeficiente f . Considere que a componente horizontal da velocidade permaneça constante e não interfira no resultado.

12. Dois corpos, A e B, atados por um cabo, com massas $m_A = 1$ kg e $m_B = 2,5$ kg, respectivamente, deslizam sem atrito no solo horizontal sob ação de uma força, também horizontal, de 12 N aplicada em B. Sobre este corpo, há um terceiro corpo, C, com massa $m_C = 0,5$ kg, que se desloca com B, sem deslizar sobre ele. A figura ilustra a situação descrita.



Calcule a força exercida sobre o corpo C.

13. Pesquisadores têm observado que a capacidade de fertilização dos espermatozoides é reduzida quando estas células reprodutoras são submetidas a situações de intenso campo gravitacional, que podem ser simuladas usando centrífugas. Em geral, uma centrífuga faz girar diversos tubos de ensaio ao mesmo tempo; a figura representa uma centrífuga em alta rotação, vista de cima, com quatro tubos de ensaio praticamente no plano horizontal.



As amostras são acomodadas no fundo de cada um dos tubos de ensaio e a distância do eixo da centrífuga até os extremos dos tubos em rotação é 9,0 cm. Considerando $g = 10$ m/s², calcule a velocidade angular da centrífuga para gerar o efeito de uma aceleração gravitacional de 8,1 g.

14. O período de revolução T e o raio médio r da órbita de um planeta que gira ao redor de uma estrela de massa m satisfazem à relação $(m T^2)/r^3 = 4\pi^2/G$, onde G é a constante de gravitação universal. Considere dois planetas e suas respectivas estrelas. O primeiro, o planeta G581c, recentemente descoberto, que gira em torno da estrela Gliese581 e o nosso, a Terra, girando ao redor do Sol. Considere o período de revolução da Terra 27 vezes o de G581c e o raio da órbita da Terra 18 vezes o raio da órbita daquele planeta. Determine qual seria a massa da estrela Gliese581 em unidades da massa M do Sol.

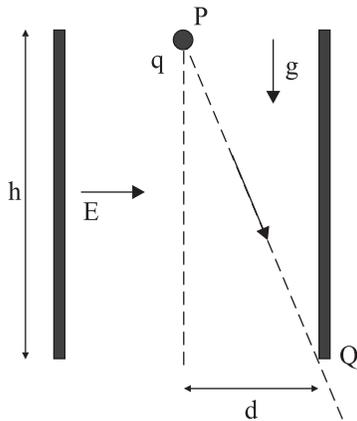
15. Um garoto de 24 kg vê um vendedor de bexigas infladas com gás hélio e pede à mãe 10 delas. A mãe compra apenas uma, alegando que, se lhe desse todas, o menino seria erguido do solo por elas. Inconformado com a justificativa, o menino queixa-se à sua irmã, que no momento estudava empuxo, perguntando-lhe qual seria o número máximo daquelas bexigas que ele poderia segurar no solo. Considerando o volume médio de cada bexiga, 2 litros, estime o número mínimo de bexigas necessário para levantar o garoto. Em seus cálculos, considere a massa específica do ar igual a 1,2 kg/m³, 1 litro = 10⁻³ m³ e despreze as massas do gás e das bexigas.

QUÍMICA

16. Ao ser anunciada a descoberta de novo planeta em torno da estrela Gliese581 e a possível presença de água na fase líquida em sua superfície, reavivou-se a discussão sobre a possibilidade de vida em outros sistemas. Especula-se que as temperaturas na superfície do planeta são semelhantes às da Terra e a pressão atmosférica na sua superfície é estimada como sendo o dobro da pressão na superfície da Terra. A essa pressão, considere que o calor latente de vaporização da água no novo planeta seja 526 cal/g e a água atinja o ponto de ebulição a 120 °C. Calcule a quantidade necessária de calor para transformar 1 kg de água a 25 °C totalmente em vapor naquelas condições, considerando o calor específico da água 1 cal/g.

17. Uma lupa utilizada para leitura é confeccionada com uma lente delgada convergente, caracterizada por uma distância focal f . Um objeto é colocado a uma distância $0,8 f$, medida a partir da lente. Se uma letra de um texto tem altura 1,6 mm, determine o tamanho da letra observado pelo leitor.

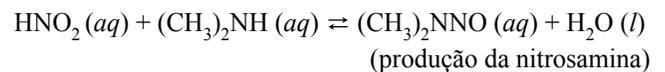
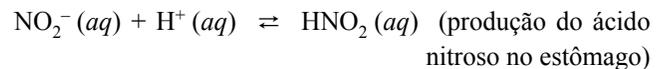
18. Em um seletor de cargas, uma partícula de massa m e eletrizada com carga q é abandonada em repouso em um ponto P, entre as placas paralelas de um capacitor polarizado com um campo elétrico E . A partícula sofre deflexão em sua trajetória devido à ação simultânea do campo gravitacional e do campo elétrico e deixa o capacitor em um ponto Q, como registrado na figura.



Deduz a razão q/m , em termos do campo E e das distâncias d e h .

19. A resistência elétrica de certos metais varia com a temperatura e esse fenômeno muitas vezes é utilizado em termômetros. Considere um resistor de platina alimentado por uma tensão constante. Quando o resistor é colocado em um meio a 0 °C, a corrente que passa por ele é 0,8 mA. Quando o resistor é colocado em um outro meio cuja temperatura deseja-se conhecer, a corrente registrada é 0,5 mA. A relação entre a resistência elétrica da platina e a temperatura é especificada através da relação $R = \beta(1 + \alpha T)$, onde $\alpha = 4 \times 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Calcule a temperatura desse meio.

20. Estudos recentes indicam que as águas do aquífero Guarani (um dos maiores reservatórios subterrâneos de água doce conhecidos no planeta) estão sendo contaminadas. O teor de nitrogênio já atinge, em determinados locais, valores acima do nível de tolerância do organismo humano. Em adultos, o nitrogênio, na forma de nitrito, atua na produção de nitrosaminas e nitrosamidas, com elevado poder cancerígeno. Considerando as equações químicas a seguir,



determine a massa da nitrosamina que pode ser produzida a partir de um litro de água cujo teor em nitrito seja igual a 9,2 mg. Apresente seus cálculos.

Massas molares, em $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$: $\text{NO}_2^- = 46$ e $(\text{CH}_3)_2\text{NNO} = 74$.

21. As moléculas de N_2 e de CO_2 , presentes na atmosfera, apresentam momento dipolar resultante igual a zero. Em contato com a água, cujas moléculas apresentam momento dipolar resultante diferente de zero (solvente polar), uma fração considerável do CO_2 atmosférico passa para a fase aquosa, enquanto que o N_2 permanece quase que totalmente na atmosfera. Desenhe a estrutura da molécula de CO_2 e explique, utilizando equações químicas, a passagem do CO_2 para a fase aquosa.

22. Para determinar o tempo em que certa quantidade de água permaneceu em aquíferos subterrâneos, pode-se utilizar a composição isotópica com relação aos teores de trítio e de hidrogênio. A água da chuva apresenta a relação ${}^3\text{H}/{}^1\text{H} = 1,0 \cdot 10^{-17}$ e medições feitas na água de um aquífero mostraram uma relação igual a $6,25 \cdot 10^{-19}$. Um átomo de trítio sofre decaimento radioativo, resultando em um átomo de um isótopo de hélio, com emissão de uma partícula β^- . Forneça a equação química para o decaimento radioativo do trítio e, sabendo que sua meia-vida é de 12 anos, determine por quanto tempo a água permaneceu confinada no aquífero.

23. Uma das principais fontes de energia térmica utilizadas atualmente no Estado de São Paulo é o gás natural proveniente da Bolívia (constituído principalmente por metano). No entanto, devido a problemas políticos e econômicos que causam eventuais interrupções no fornecimento, algumas empresas estão voltando a utilizar o GLP (gás liquefeito de petróleo, constituído principalmente por butano). Forneça as equações químicas para a combustão de cada um desses gases e calcule os volumes de cada um deles que produzem 22,4 litros de CO_2 .

24. Uma das vantagens da utilização de reagentes oxidantes na purificação da água, comparando com outros tipos de tratamento, é que os produtos da oxidação química de compostos orgânicos são apenas o dióxido de carbono e a água. Na tabela a seguir são listados alguns agentes oxidantes com seus potenciais-padrão de redução.

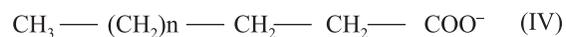
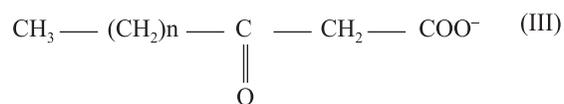
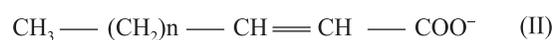
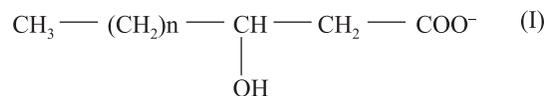
Agente oxidante	Potencial-padrão de redução (em meio ácido) – E° (V)
Cl_2	1,36
H_2O_2	1,78
OCl^-	1,63
MnO_4^-	1,51
O_3	2,07

Considerando apenas os parâmetros termodinâmicos apresentados, forneça o nome do agente que é menos eficiente para a oxidação de material orgânico e escreva a equação que representa a semi-reação de redução desse agente.

25. A oxidação de um ácido graxo para obtenção de energia em nosso organismo envolve, entre outras, as seguintes etapas:

- 1.^a etapa – oxidação (ou desidrogenação)
- 2.^a etapa – hidratação
- 3.^a etapa – oxidação

Dadas as fórmulas estruturais a seguir



indique qual o reagente e o produto para cada uma das etapas, na ordem indicada, dando os nomes das funções químicas que são formadas após cada uma das reações.

Nome do candidato

Número da carteira