CONCURSO VESTIBULAR 2009 – 2ª Fase

PROVA DE MATEMÁTICA

QUESTÕES OBJETIVAS

Questão 1:

a) Enuncie o Teorema de Pitágoras.

b) Justifique por que a argumentação abaixo não pode ser considerada uma demonstração para o Teorema de Pitágoras.

Seja ABC um triângulo retângulo em B.
Construa a altura $\overline{BH}$, *relativa à hipotenusa.*
Dos triângulos AHB e CHB tem-se:

$$AB^2 = AH^2 + HB^2$$
$$BC^2 = BH^2 + HC^2$$

A partir dessas igualdades obtém-se:

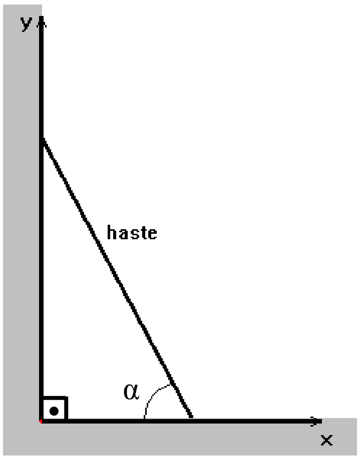
$$AB^2 + BC^2 = \left(AH^2 + HB^2\right) + \left(BH^2 + HC^2\right)$$
$$AB^2 + BC^2 = AH^2 + 2HB^2 + HC^2$$

Como $HB^2 = AH \cdot HC$ tem-se:

$$AB^2 + BC^2 = \left(AH + HC\right)^2$$
$$AB^2 + BC^2 = AC^2$$

c) Demonstre o Teorema de Pitágoras.

Questão 2: Uma haste, de 4 m de comprimento, está deslizando numa parede, apoiada ao solo. Veja a ilustração abaixo.

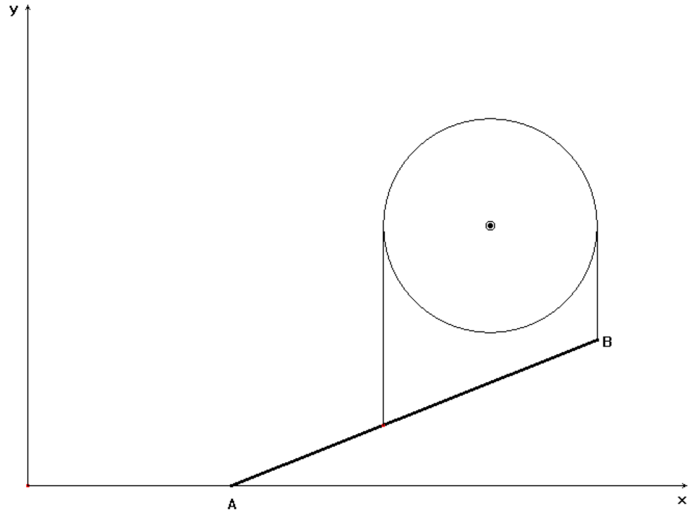


a) Encontre as coordenadas (x,y) do ponto médio da haste, em função do ângulo α.

b) Determine o valor de α para o qual a diferença $y-x$, entre as coordenadas do ponto médio, seja igual a $\sqrt{2}$.

Questão 3: Ao seccionarmos uma pirâmide triangular regular *P*, de aresta da base medindo 4 m, por um plano π paralelo à sua base, foram obtidos dois sólidos: uma pirâmide *T*, cuja aresta da base mede 3 m, e um segundo sólido. A inclinação da aresta lateral de *P* em relação à sua base é igual a 60°. Determine a distância entre o plano π e o plano da base de *P*.

Questão 4: Uma haste está sendo sustentada por um fio de 5,93 cm de comprimento. Esse fio encontra-se tensionado e apoiado em uma roldana em forma de circunferência cuja equação é $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 33 = 0$. As partes do fio que não se encontram em contato com a roldana são paralelas ao eixo y. A ordenada da extremidade B da haste é 2,14 cm. Veja a ilustração abaixo.



a) Determine as coordenadas do centro e o raio da roldana.

b) A extremidade *A* da haste encontra-se sobre o eixo *x*. Encontre a abscissa do ponto *A*. (Use a aproximação 3,14 para π)

Questão 5: Considere os polinômios $p(x) = 2x^5 - 7x^4 + 15x^3 + ax^2 + bx - 8$ e $q(x) = x^2 + 4$ na variável x, com coeficientes inteiros. Sabe-se que eles têm pelo menos uma raiz em comum.

a) Determine os valores de *a* e *b*.

b) Encontre todas as raízes de $p(x)$.

Questão 6: Em um restaurante, um quilograma de comida custa R$ 25,00. Como política de incentivo à fidelidade, em cada refeição, ele oferece um cupom para cada R$ 5,00 de comida consumida. Não é permitido somar consumos de dias diferentes para se ganhar cupons. Doze cupons acumulados valem um refrigerante que custa R$ 3,00.

a) Pedro consumiu diariamente 550 g nesse restaurante durante 4 dias. Determine o número de cupons que Pedro acumulou ao final desses 4 dias.

b) Determine o desconto, em porcentagem, que Pedro obteria, caso pudesse converter os cupons já acumulados em dinheiro ao consumir 500 g em uma nova refeição.

c) Esboce o gráfico que representa o número de cupons ganhos em função do consumo (em gramas) em uma refeição.