

# MATEMÁTICA

## 2ª Etapa

### SÓ ABRA QUANDO AUTORIZADO.

Leia atentamente as instruções que se seguem.

- 1 - Este Caderno de Prova contém **seis** questões, constituídas de itens, abrangendo um total de **onze** páginas, numeradas de 3 a 13.  
Antes de começar a resolver as questões, verifique se seu Caderno está **completo**.  
Caso haja algum problema, solicite a **substituição** deste Caderno.
- 2 - Esta prova vale **100** pontos, assim distribuídos:
  - Questões 01, 02, 03 e 06: **15** pontos cada uma.
  - Questões 04 e 05: **20** pontos cada uma.
- 3 - **NÃO escreva seu nome nem assine nas folhas deste Caderno de Prova.**
- 4 - Leia cuidadosamente cada questão proposta e escreva a solução, **A LÁPIS**, nos espaços correspondentes.  
**Só será corrigido o que estiver dentro desses espaços.**  
**NÃO** há, porém, obrigatoriedade de preenchimento **total** desses espaços.
- 5 - **NÃO serão consideradas respostas sem exposição de raciocínio.**
- 6 - Não escreva nos espaços reservados à correção.
- 7 - **Ao terminar a prova**, chame a atenção do Aplicador, **levantando o braço**. Ele, então, irá até você para **recolher** seu **CADERNO DE PROVA**.

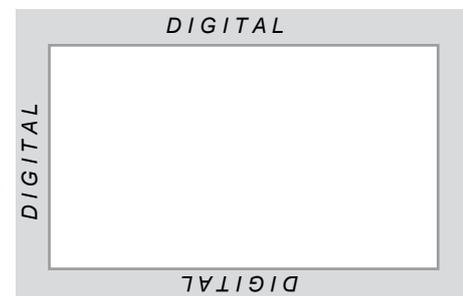
**ATENÇÃO:** Os Aplicadores **NÃO** estão autorizados a dar quaisquer explicações **sobre questões** de provas. **NÃO INSISTA**, pois, em pedir-lhes ajuda.

**FAÇA LETRA LEGÍVEL.**

**Duração desta prova: TRÊS HORAS.**

**ATENÇÃO:** Terminada a prova, recolha seus objetos, deixe a sala e, em seguida, o prédio. A partir do momento em que sair da sala e até estar fora do prédio, continuam válidas as proibições ao uso de aparelhos eletrônicos e celulares, bem como não lhe é mais permitido o uso dos sanitários.

Impressão digital do  
polegar direito



COLE AQUI A ETIQUETA



**QUESTÃO 01**

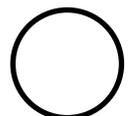
Considere a região  $R$  do plano cartesiano dada por

$$R = \left\{ (x, y) \mid 0 \leq \frac{1}{\sqrt{3}}x \leq y \leq \sqrt{5 - x^2} \right\}.$$

Considerando essas informações,

1. **DETERMINE** as coordenadas do ponto  $P \in R$  que possui a **maior** abscissa.

2. **CALCULE** a área da região  $R$ .



**QUESTÃO 02**

Inicialmente, isto é, quando  $t = 0$ , um corpo, à temperatura de  $T_0$  °C, é deixado para esfriar num ambiente cuja temperatura é mantida constante e igual a  $T_a$  °C.

Considere  $T_0 > T_a$ .

Suponha que, após  $t$  horas, a temperatura  $T$  do corpo satisfaz a esta Lei de Resfriamento de Newton:

$$T = T_a + c5^{-kt},$$

em que  $c$  e  $k$  e são constantes positivas.

Suponha, ainda, que:

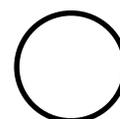
- a temperatura inicial é  $T_0 = 150$  °C ;
- a temperatura ambiente é  $T_a = 25$  °C ; e
- a temperatura do corpo após 1 hora é  $T_1 = 30$  °C .

Considerando essas informações,

1. **CALCULE** os valores das constantes  $c$  e  $k$ .

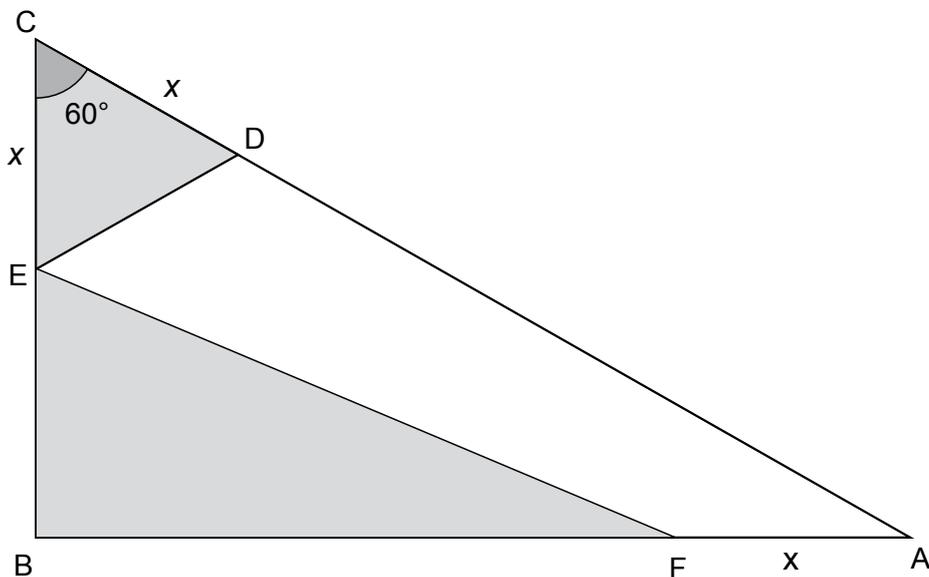
2. **DETERMINE** o instante em que a temperatura do corpo atinge  $26\text{ }^\circ\text{C}$ .

3. Utilizando a aproximação  $\log_{10} 2 \approx 0,3$ , **DETERMINE** o instante em que a temperatura do corpo atinge  $75\text{ }^\circ\text{C}$ .



## QUESTÃO 03

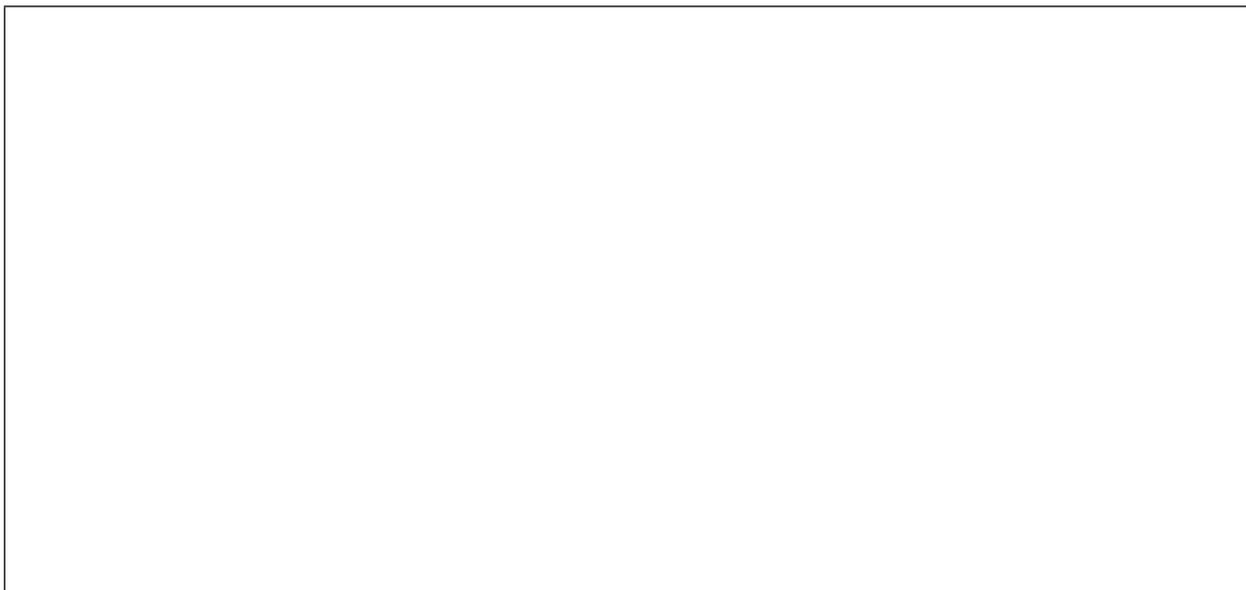
Nesta figura, o triângulo ABC é retângulo em B,  $\hat{C} = 60^\circ$ ,  $\overline{CE} = \overline{CD} = \overline{FA} = x$  e  $\overline{BC} = 1$  :



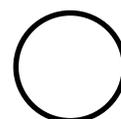
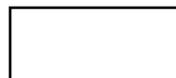
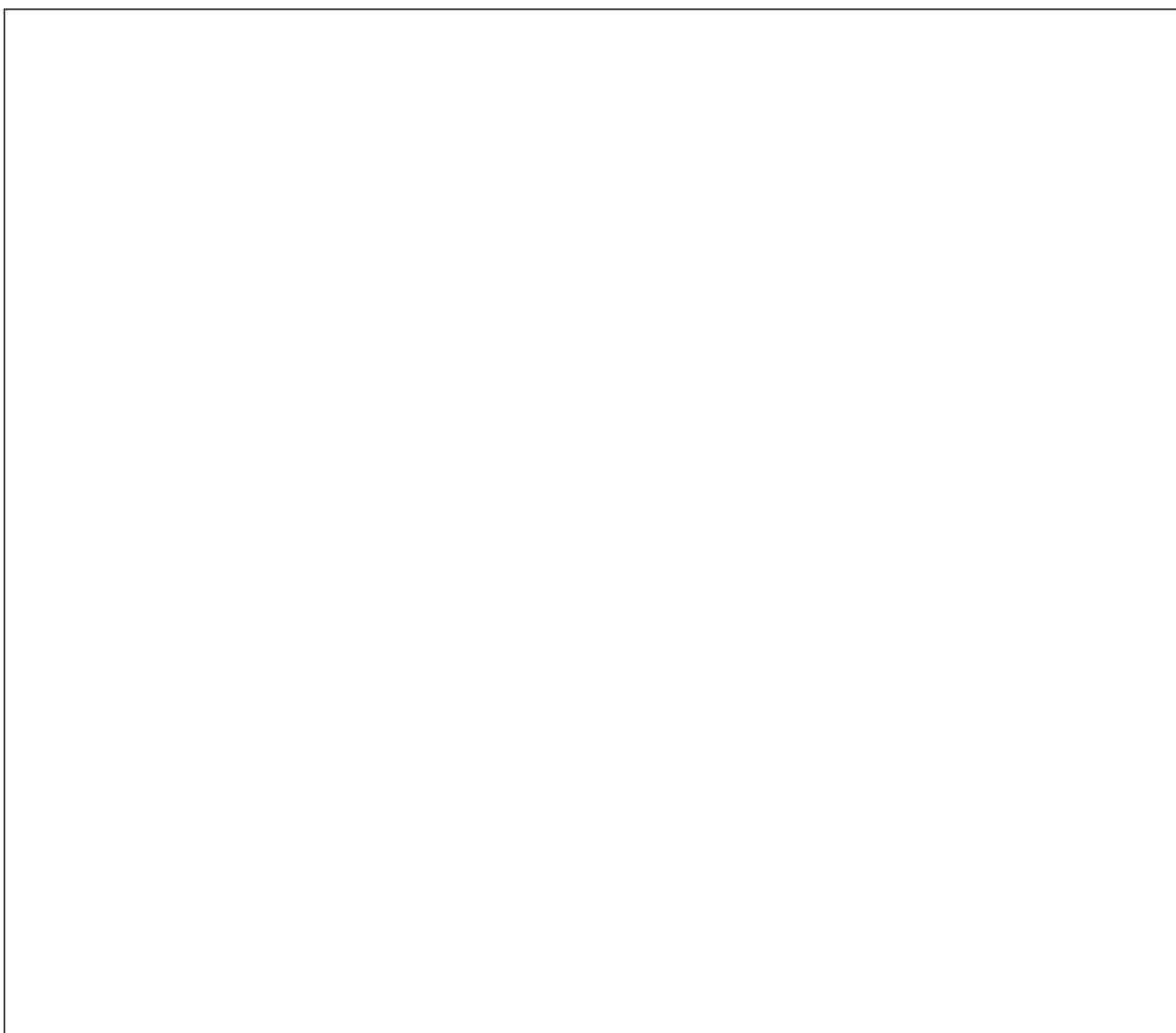
Considerando essas informações,

1. **EXPRESSE** a área do triângulo CED em função de  $x$ .

2. **EXPRESSE** a área do triângulo EBF em função de  $x$ .



3. **CALCULE** o valor de  $x$  tal que a soma das áreas dos triângulos CED e EBF seja igual à área do quadrilátero EFAD.

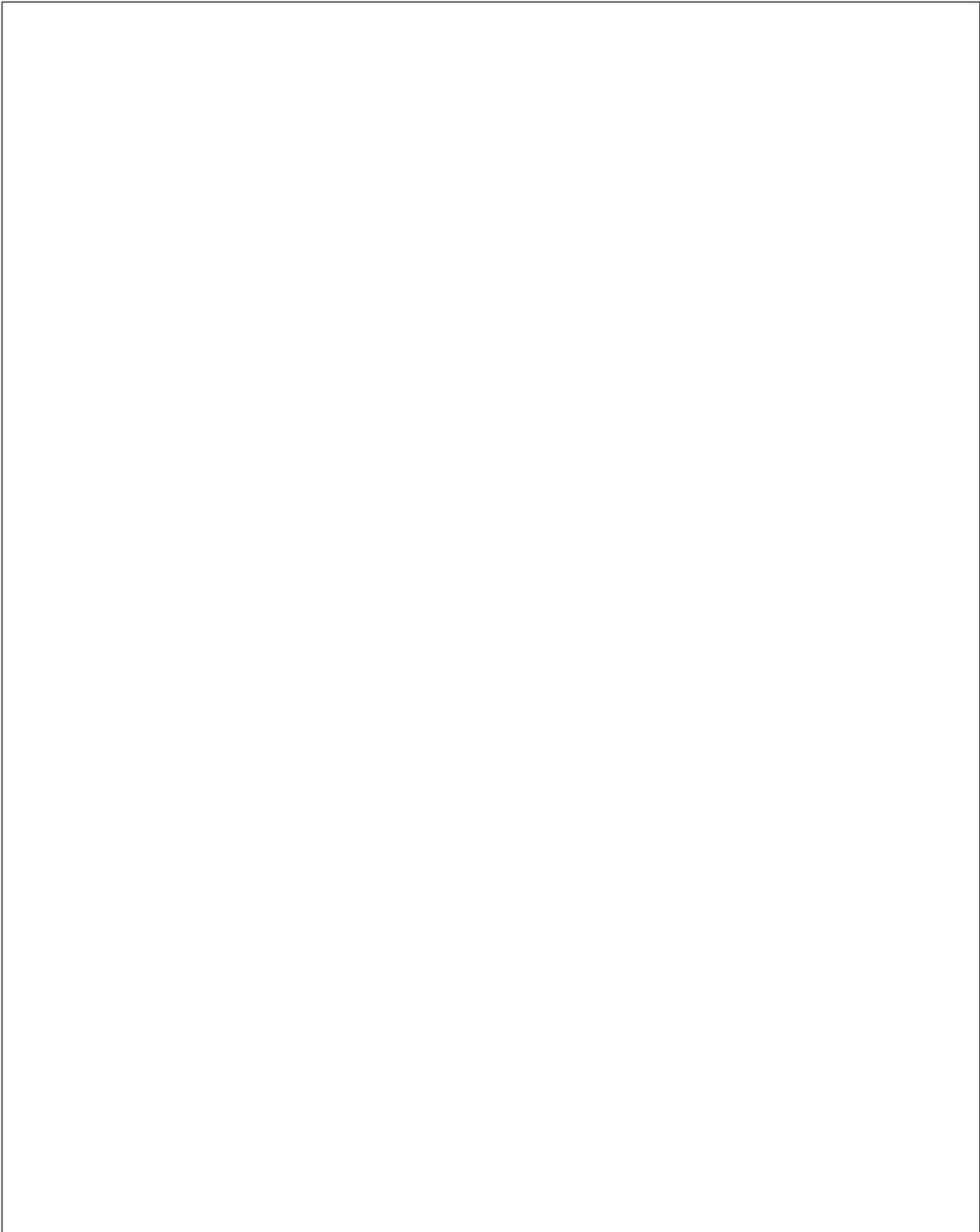


**QUESTÃO 04**

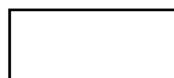
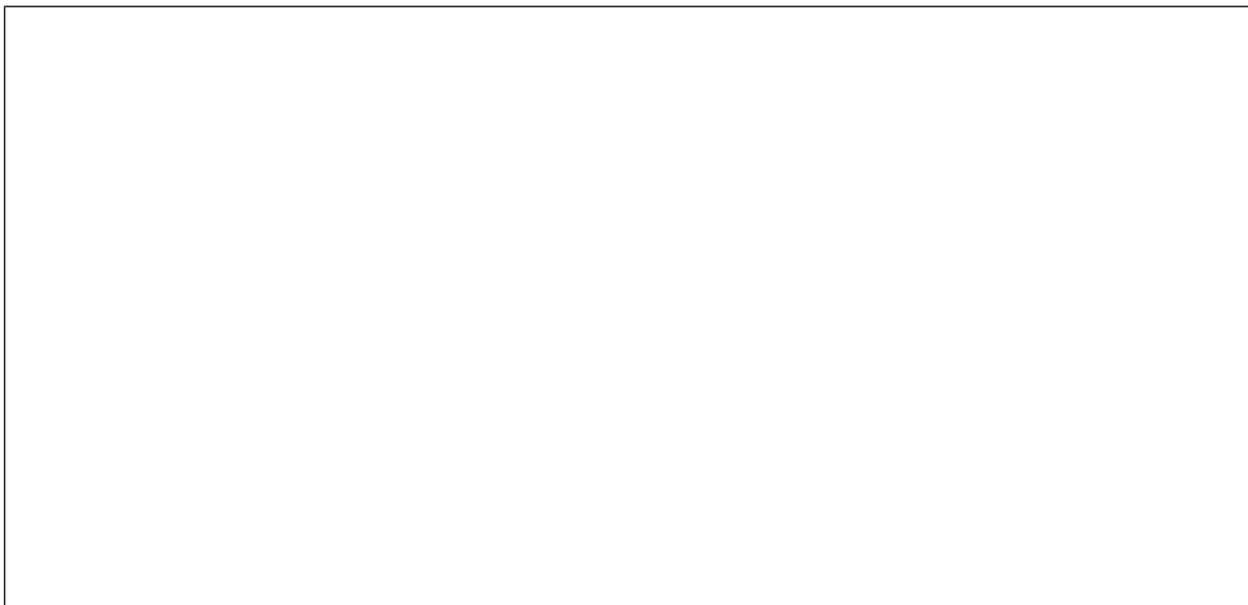
No plano cartesiano, o ponto  $A = (1, 11)$  é vértice do quadrado  $ABCD$ , cuja diagonal  $BD$  está sobre a reta de equação  $y = \frac{1}{2}x + 3$ .

Considerando essas informações,

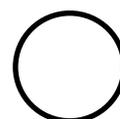
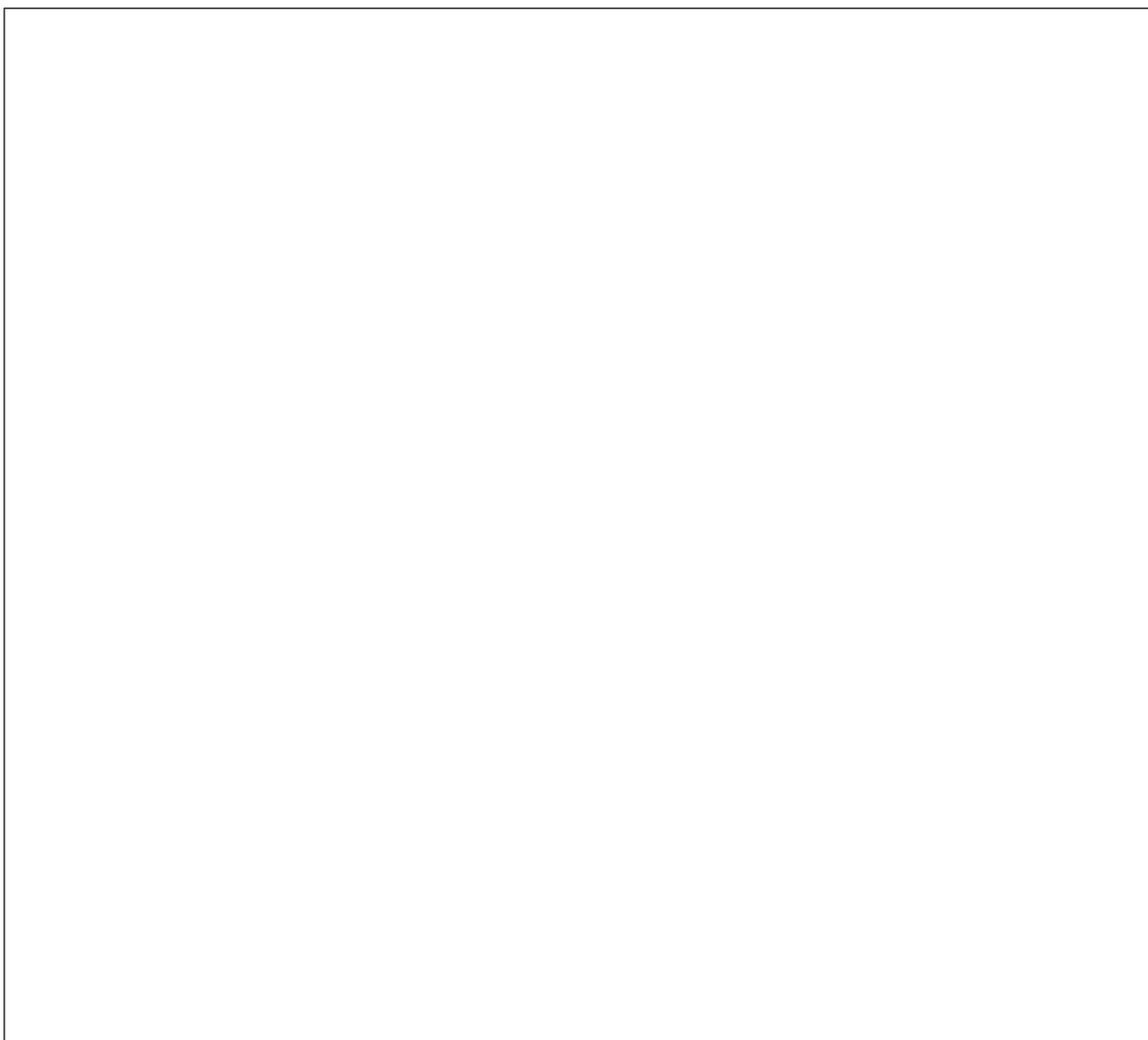
1. **DETERMINE** as coordenadas do centro  $M$  do quadrado  $ABCD$ .



2. **DETERMINE** as coordenadas do vértice C .



3. **DETERMINE** as coordenadas dos vértices B e D .



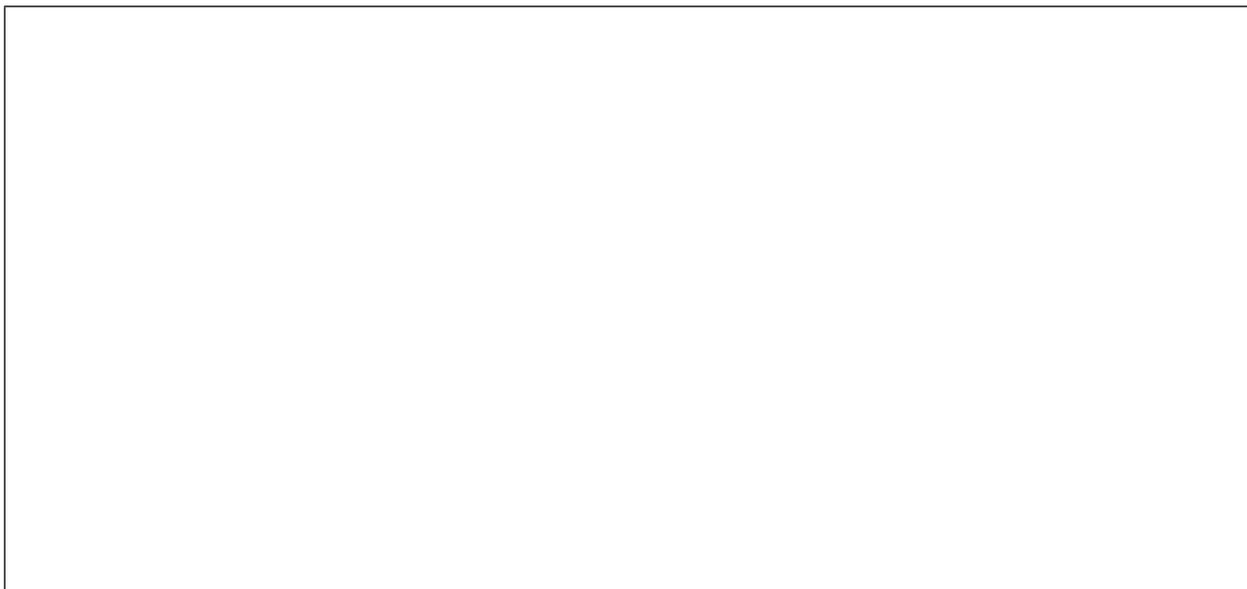
**QUESTÃO 05**

Um bloco de madeira retangular e sólido mede 30 *cm* de largura, 20 *cm* de comprimento e 10 *cm* de altura e o seu exterior foi colorido de azul.

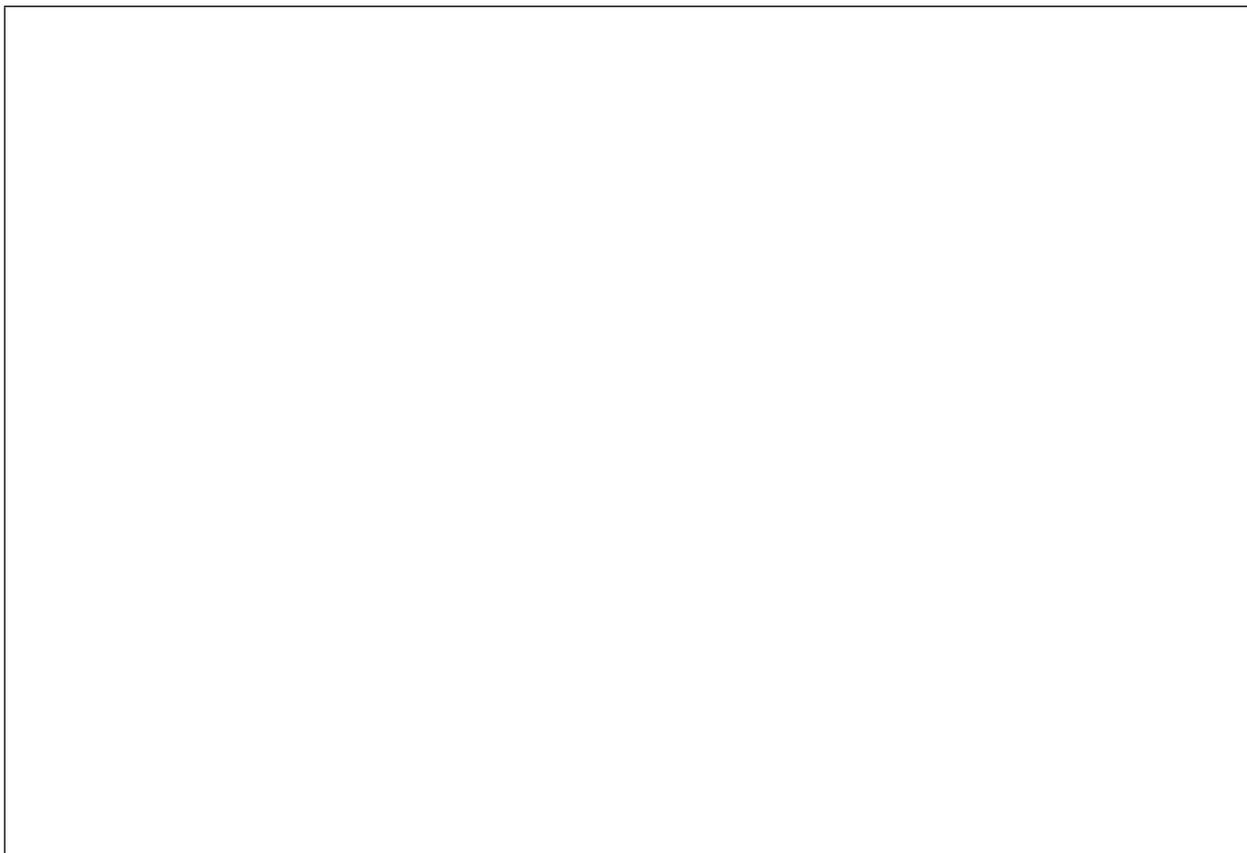
Por meio de cortes paralelos a cada uma de suas faces, esse bloco é inteiramente dividido em cubos de 1 *cm* de aresta, que são colocados dentro de uma urna.

Considerando essas informações,

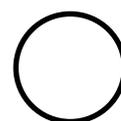
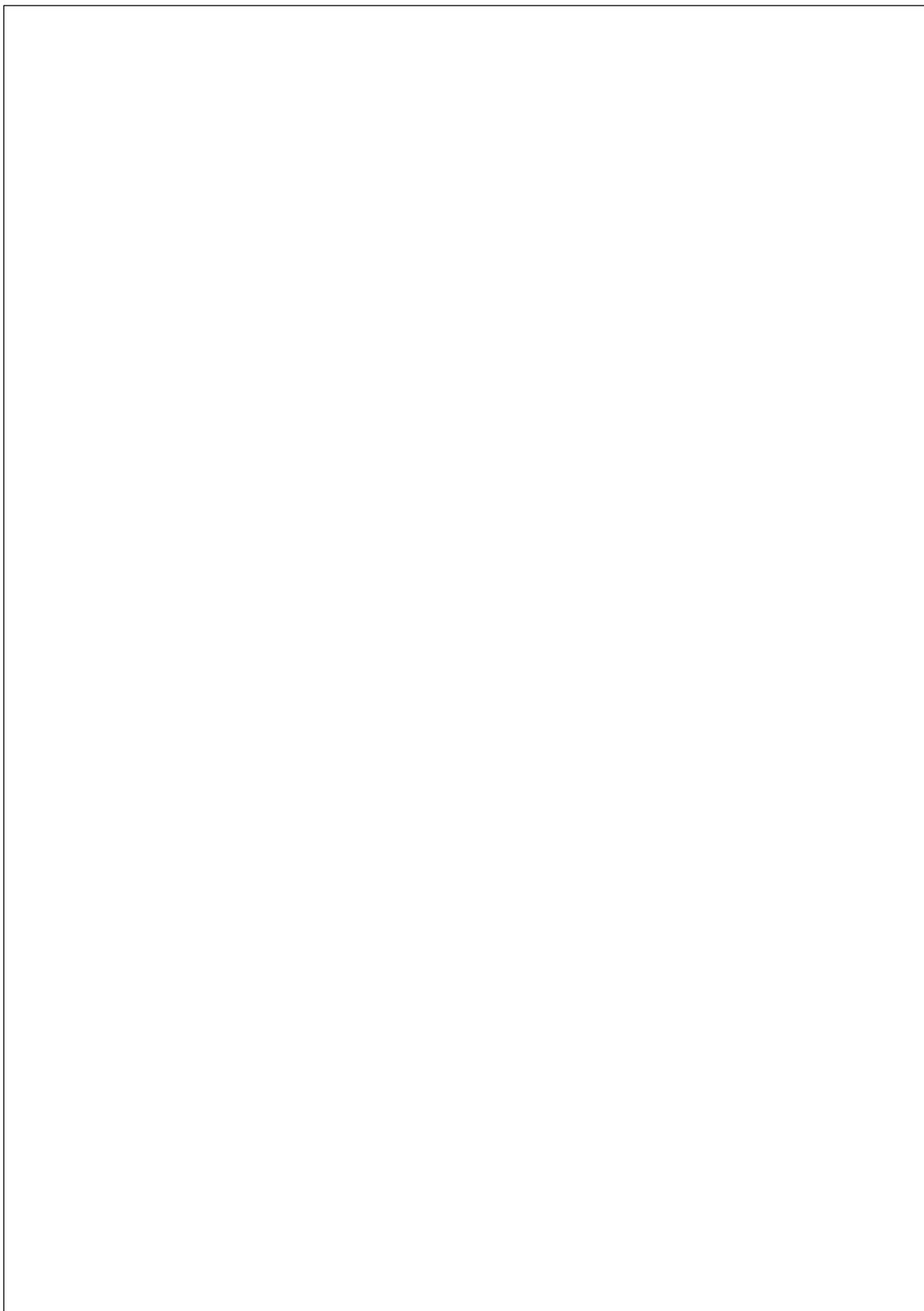
1. **DETERMINE** a quantidade de cubos que resultou da divisão desse bloco de madeira.



2. **CALCULE** a probabilidade de uma pessoa retirar da urna, que contém todos os cubos em que o bloco foi dividido, um cubo com, **exatamente, duas** faces azuis.



3. **CALCULE** a probabilidade de uma pessoa retirar um cubo da urna, que contém todos os cubos em que o bloco foi dividido, lançá-lo sobre uma mesa e obter a **face superior azul**.



### QUESTÃO 06

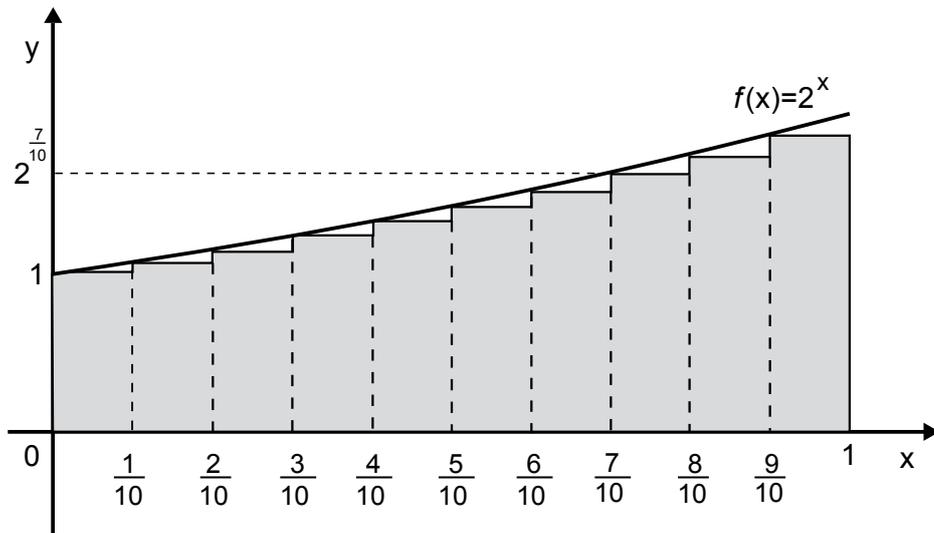
Considere uma função  $f(x)$  crescente, positiva e definida no intervalo  $[0,1]$ .

A soma parcial inferior de ordem  $n$  de  $f(x)$ , representada por  $S_n(f)$ , é definida por:

$$S_n(f) = \frac{1}{n} \left[ f(0) + f\left(\frac{1}{n}\right) + f\left(\frac{2}{n}\right) + f\left(\frac{3}{n}\right) + \dots + f\left(\frac{n-1}{n}\right) \right].$$

Essa soma é uma aproximação para o valor da área da região do plano cartesiano que se situa abaixo do gráfico da função  $f(x)$ , acima do eixo  $x$  e entre as retas de equações  $x = 0$  e  $x = 1$ .

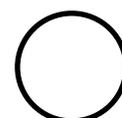
A interpretação geométrica de  $S_{10}(f)$  para a função  $f(x) = 2^x$  é a área da região sombreada representada nesta figura:



Considerando essas informações,

1. **DEMONSTRE** que a soma parcial inferior de ordem  $n$  da função  $f(x) = 2^x$  é expressa, também, por  $S_n(f) = \frac{1 + r + r^2 + r^3 + r^4 + \dots + r^{n-1}}{n}$  e **DETERMINE** o valor de  $r$ .

2. Utilizando a aproximação  $2 \approx (1,007)^{100}$ , **CALCULE** a soma parcial inferior de ordem 100 da função  $f(x) = 2^x$  e **ESCREVA** o resultado com aproximação de **duas** casas decimais.



EM BRANCO

EM BRANCO

**Vestibular**  
**UFMG** **2010** **no ritmo**  
**das suas**  
**ideias**

Questões desta prova podem ser reproduzidas para uso pedagógico, sem fins lucrativos, desde que seja mencionada a fonte: **Vestibular 2010 UFMG**. Reproduções de outra natureza devem ser previamente autorizadas pela Copeve/UFMG.