COMVEST
Comissão Permanente para os Vestibulares

2010
vestibular nacional UNICAMP

2ª Fase **Física**

INTRODUÇÃO

A prova Física da Unicamp manteve em 2010 sua tradicional proposta de avaliar, nos candidatos, os conhecimentos básicos do Ensino Médio, sempre utilizando situações reais e atuais. Busca-se com isso aproximar a Física do mundo do candidato, destacando-se assim a importância da ciência dentro da sociedade. Em termos de verificação de aprendizagem, espera-se avaliar se os candidatos são capazes de analisar as questões propostas à luz dos conceitos básicos do Ensino Médio, e se estão preparados para interpretar os textos, aplicar fórmulas fornecidas e analisar gráficos.

As questões de Física da segunda fase do vestibular 2010 estão contextualizadas nas mais variadas temáticas da atualidade: a regra do impedimento no futebol, aludindo à copa do mundo de 2010; a força de Casimir e as técnicas modernas para a sua detecção; os 40 anos da viagem do homem à Lua comemorados em 2009; as propriedades físicas do ar a grandes altitudes; a afinação das cordas da viola, com destaque para a canção "Minha Viola" do roqueiro Raul Seixas; o fenômeno da chuva de estrelas cadentes; o problema do lixo espacial em órbita em torno de Terra; inovações tecnológicas como as modernas telas sensíveis ao toque e o GPS; o fenômeno físico do efeito Hall; e, por fim, o uso da tecnologia de metamateriais na fabricação de lentes espaciais e na camuflagem de objetos.

Em termos de conteúdo, as 12 questões de Física buscam uma ampla cobertura do programa do Ensino Médio. O item **a** da questão 1, os dois itens das questões 2, 3, 4 e 8, o item **a** da questão 5 e o item **a** da questão 9 abordaram conceitos de Mecânica como cinemática e movimento circular, energia e força elástica, velocidade de escape e energia cinética, conservação do momento linear, força e pressão. A questão 12 versava sobre óptica. Conceitos sobre ondas na corda e batimento em ondas sonoras apareceram na questão 6, enquanto o conteúdo de termodinâmica foi cobrado no item **a** da questão 5. Nesse item, exigiu-se do candidato a leitura correta de dois gráficos. Eletricidade e magnetismo foram abordados no item **b** da questão 1, no item **b** da questão 9 e na questão 11. E, finalmente, a questão 10 tratava de Relatividade Geral. Apesar de Relatividade Geral ser um assunto de Física Moderna que não faz parte do programa do Ensino Médio, todos os conceitos necessários para a solução da questão foram fornecidos no enunciado.

Em várias questões, relações e/ou definições importantes foram fornecidas no enunciado em forma matemática explícita (questões 3, 4, 6, 10, 11 e 12) ou textualmente (questões 4, 8 e 12). No item **a** da questão 9, pedia-se para o candidato fazer uma estimativa da força aplicada por um dedo em uma tela ou teclado convencional, a partir de sua experiência cotidiana.

Vale destacar que o item **a** da questão 1 apresentou uma inovação em relação às provas anteriores. A questão se refere à importância do experimento no método científico e fornece dois instrumentos de medição, uma régua, para medida de distâncias, e um relógio, para medidas de tempo. No primeiro item, o candidato devia ser capaz de medir o raio do relógio com o auxílio da régua fornecida para calcular a velocidade da extremidade do ponteiro dos segundos do relógio. Esta foi a primeira vez que a prova de Física exigiu uma medida de uma grandeza física para a solução da questão.

No processo de elaboração da prova, um grande número de questões são propostas pela banca elaboradora, buscando-se uma cobertura ampla do programa do Ensino médio. Posteriormente, 12 questões são escolhidas tendo em vista um equilíbrio entre questões fáceis e difíceis. Após a seleção, as 12 questões passam por um trabalho de aprimoramento quanto à clareza do enunciado, à descrição da situação ou fenômeno físico apresentado e quanto à facilidade das contas e/ou escolha dos números.

Em seguida, as questões formuladas e aprimoradas são submetidas à avaliação de um professor revisor. O revisor analisa as questões quanto à adequação ao conteúdo, clareza de enunciado, tempo para resolvê-las, suas semelhanças com questões de anos anteriores e grau de dificuldade.

É importante salientar que a banca elaboradora não mantém banco de questões, tão pouco utiliza questões de livros ou qualquer compilação de problemas.

FÍSICA

Esta prova aborda fenômenos físicos em situações do cotidiano, em experimentos científicos e em avanços tecnológicos da humanidade. Em algumas questões, como as que tratam de Física Moderna, as fórmulas necessárias para a resolução da questão foram fornecidas no enunciado. Quando necessário use g = 10 m/s^2 para a aceleração da gravidade na superfície da Terra e $\pi = 3$.

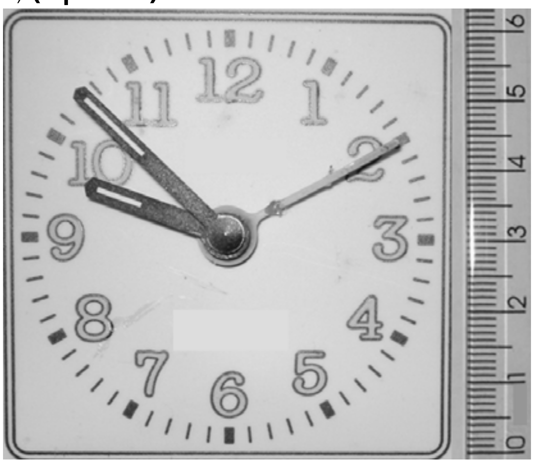
1. A experimentação é parte essencial do método científico, e muitas vezes podemos fazer medidas de grandezas físicas usando instrumentos extremamente simples.

a) Usando o relógio e a régua graduada em centímetros da figura no espaço de resposta, determine o módulo da velocidade que a extremidade do ponteiro dos segundos (o mais fino) possui no seu movimento circular uniforme.

b) Para o seu funcionamento, o relógio usa uma pilha que, quando nova, tem a capacidade de fornecer uma carga $q = 2{,}4\,Ah = 8{,}64\times10^3\,C$. Observa-se que o relógio funciona durante 400 dias até que a pilha fique completamente descarregada. Qual é a corrente elétrica média fornecida pela pilha?

Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**



Usando a régua da figura para medirmos o raio do movimento circular do ponteiro, temos:

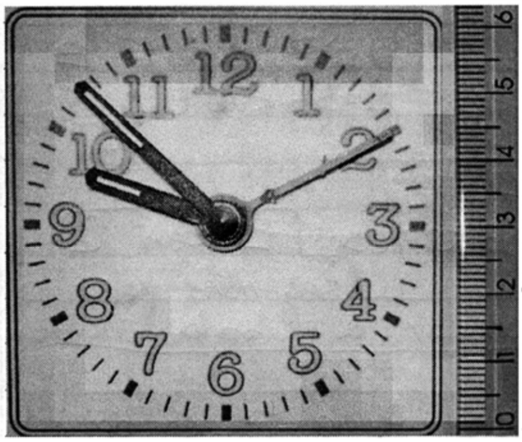
$$r = 2{,}8\,cm$$

$$v = \omega r = \frac{2\pi}{T}\, r = \frac{2\times3}{60\,s}\times 2{,}8\ cm = 2{,}8\ mm/s$$

b) **(2 pontos)**

$$i_{média} = \frac{q}{Dt} = \frac{2{,}4\,Ah}{400\times24h} = \frac{1}{4000}\ A = 2{,}5\times10^{-4}\ A = 0{,}25\,mA$$

Exemplo Acima da Média



a) Sendo o raio = 3 cm,
ΔS ponteiro = $2 \cdot \pi \cdot R = 18$ cm
Δt ponteiro = 60 s

$|\vec{V}| = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{18}{60} \therefore \boxed{V = 0{,}3 \text{ cm/s}}$

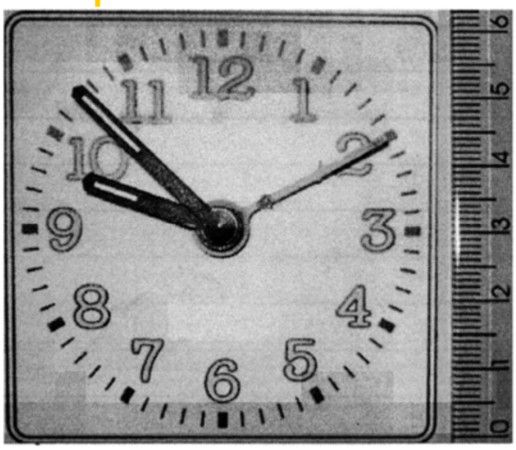
b) 1 dia — 24 h
400 dias — Δt
$\Delta t = 96 \cdot 10^2$ h

Usando análise dimensional no dado $q = 2{,}4$ A·h, tem-se:
$q = i_m \cdot \Delta t$, onde i_m: corrente elétrica média
$2{,}4 \text{ A} \cdot \text{h} = i_m \cdot 96 \cdot 10^2 \text{ h}$
$i_m = \frac{10^{-1}}{4 \cdot 10^{-2}} \therefore \boxed{i_m = 2{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ A}}$

No exemplo acima da média, o candidato realiza no item **a** uma medida direta do raio do círculo da circunferência do relógio. Essa medida, apesar de correta, fornece um valor menos preciso para o valor do raio do que a medida apresentada na resposta esperada, em que o ponto escolhido para a medida está mais próximo do seu instrumento de medida.

No item **b** o candidato usa corretamente a análise dimensional para encontrar a equação da corrente média e resolver a equação.

Exemplo Abaixo da Média



a) Para se deslocar do número 2 para o 3 (1,5 cm), o relógio demora 5 s
$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1{,}5 \text{ cm}}{5 \text{ s}}$
$v = 0{,}3$ cm/s

b) $i = q \cdot \Delta t$
$\Delta t = 400 \cdot 24 \cdot 60$ s
$8{,}64 \times 10^3$ C
$i = 497564 \cdot 10^4$ C

No exemplo abaixo da média, no item **a** o candidato encontra a resposta correta, mas na solução, confunde o comprimento do arco entre os pontos 2 e 3 com a distância vertical entre esses pontos. No item **b** ele usa uma fórmula equivocada para o cálculo da corrente média.

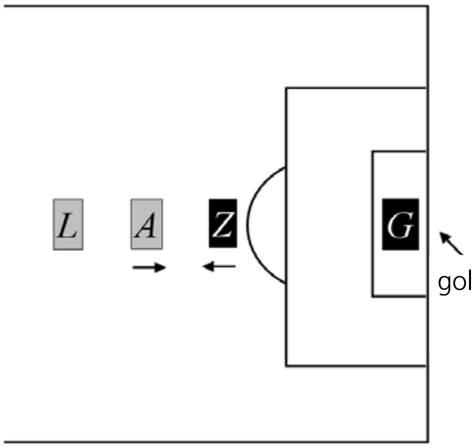
Comentários

Nessa primeira questão da prova de física são fornecidos dois instrumentos de medição: uma régua, para medida de distâncias, e um relógio, para medidas de tempo. No primeiro item, com o auxílio da régua fornecida, o candidato deve ser capaz de inferir a velocidade da extremidade do ponteiro do relógio, utilizando conceitos de movimento circular uniforme. No segundo item, o conceito de corrente como a variação de carga pelo intervalo de tempo marcado pelo relógio fornecido é necessário para calcular a corrente elétrica média da pilha que alimenta o relógio.

2. A Copa do Mundo é o segundo maior evento desportivo do mundo, ficando atrás apenas dos Jogos Olímpicos. Uma das regras do futebol que gera polêmica com certa frequência é a do impedimento. Para que o atacante *A* não esteja em impedimento, deve haver ao menos dois jogadores adversários a sua frente, *G* e *Z*, no exato instante em que o jogador *L* lança a bola para *A* (ver figura). Considere que somente os jogadores *G* e *Z* estejam à frente de *A* e que somente *A* e *Z* se deslocam nas situações descritas abaixo.

a) Suponha que a distância entre *A* e *Z* seja de 12 m. Se *A* parte do repouso em direção ao gol com aceleração de 3,0 m/s^2 e *Z* também parte do repouso com a mesma aceleração no sentido oposto, quanto tempo o jogador *L* tem para lançar a bola depois da partida de *A* antes que *A* encontre *Z*?

b) O árbitro demora 0,1 s entre o momento em que vê o lançamento de *L* e o momento em que determina as posições dos jogadores *A* e *Z*. Considere agora que *A* e *Z* movem-se a velocidades constantes de 6,0 m/s, como indica a figura. Qual é a distância mínima entre *A* e *Z* no momento do lançamento para que o árbitro decida de forma inequívoca que *A* não está impedido?



Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

Cada jogador se desloca 6 m até a posição do encontro. Assim,

$$x = 6{,}0\,\mathrm{m} = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(3{,}0\,\mathrm{m/s^2})t^2 \Rightarrow t = \sqrt{4{,}0}\,\mathrm{s} = 2{,}0\,\mathrm{s}$$

b) **(2 pontos)**

A distância mínima entre A e Z é dada por:

$$\Delta x = v_{rel}\,\Delta t = (12\,\mathrm{m/s}) \times 0{,}1\,s = 1{,}2\,\mathrm{m}$$

Exemplo Acima da Média

a) Como A e Z tem a mesma aceleração em módulo e ambos partem do repouso, eles se encontrarão na metade do caminho: S = 6. Portanto, temos que:

$$S = \cancel{S_0}^{0} + \cancel{v_0 t} + \frac{at^2}{2} \Rightarrow 6 = \frac{3}{2}t^2 \quad \therefore \quad \underline{\underline{t = 2 \text{ seg}}}$$

R: O jogador L tem 2 segundos para lançar a bola antes do encontro.

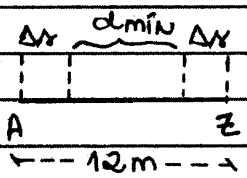
b) Como as velocidades são constantes, temos:

$$S = S_0 + vt$$

$$\Delta S = 6 \cdot 0,1 = 0,6 \text{ m}, \text{ para cada jogador}$$

Portanto a distância mínima será dada por:

$$d = 12 - 2 \cdot 0,6 \Rightarrow \underline{\underline{d_{mín} = 10,8 \text{ m}}}$$



No exemplo acima da média, o candidato resolve corretamente a questão, mas ao final do item **b** faz uso equivocado de um dado fornecido no item **a**, que tratava de uma outra situação.

Exemplo Abaixo da Média

a) $v^2 = \cancel{v_0^2}^{0} + 2a\Delta S$

$v^2 = 2 \cdot 3 \cdot 12$

$v = \sqrt{72}$

$v = 6\sqrt{2}$ m/s

a) $\Delta S = \cancel{v_0 t}^{0} \cdot \frac{at^2}{2}$

$12 = \frac{3t^2}{2}$

$\frac{24}{3} = t^2$

$\Rightarrow t = \sqrt{8}$

$\boxed{t = 2\sqrt{2} \text{ s}}$

b) $\Delta S = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$\Delta S = \frac{6}{0,1}$ ou $\Delta S = \frac{6}{1 \cdot 10^{-1}} \Rightarrow 6 \cdot 10^{1} \Rightarrow \boxed{\Delta S = 60 \text{ m}}$

No exemplo abaixo da média, o candidato erra os dois itens. No item **a**, o candidato usa erroneamente 12 m como distância percorrida por cada jogador, em vez de 6 m. Já no item **b**, confunde-se ao relacionar velocidade com a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la.

Comentários

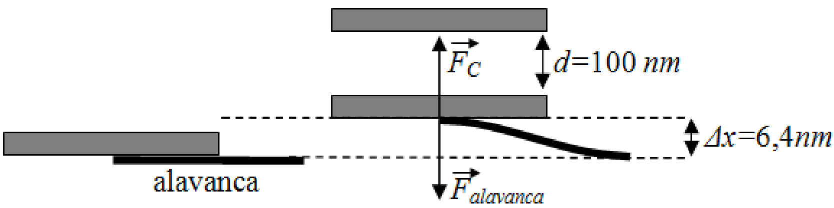
Na segunda questão, o conhecimento de movimento uniformemente acelerado é utilizado para interpretar uma infração das regras do futebol conhecida como impedimento. Esse é um interessante exemplo de como a correta aplicação de conceitos físicos é diretamente aplicada ao cotidiano. Enquanto no primeiro item se pede o tempo máximo para que não ocorra impedimento, no segundo item, o conceito de movimento uniforme é utilizado para relacionar o tempo de observação inequívoca do impedimento pelo juiz.

3. Em 1948 Casimir propôs que, quando duas placas metálicas, no vácuo, são colocadas muito próximas, surge uma força atrativa entre elas, de natureza eletromagnética, mesmo que as placas estejam descarregadas. Essa força é muitas vezes relevante no desenvolvimento de mecanismos nanométricos.

a) A força de Casimir é inversamente proporcional à quarta potência da distância entre as placas. Essa força pode ser medida utilizando-se microscopia de força atômica através da deflexão de uma alavanca, como mostra a figura no espaço de resposta. A força de deflexão da alavanca se comporta como a força elástica de uma mola. No experimento ilustrado na figura, o equilíbrio entre a força elástica e a força atrativa de Casimir ocorre quando a alavanca sofre uma deflexão de $\Delta x = 6,4\ nm$. Determine a constante elástica da alavanca, sabendo que neste caso o módulo da força de Casimir é dado por $F_C = \frac{b}{d^4}$, em que $b = 9,6 \times 10^{-39}\ Nm^4$ e d é a distância entre as placas. Despreze o peso da placa.

b) Um dos limites da medida da deflexão da alavanca decorre de sua vibração natural em razão da energia térmica fornecida pelo ambiente. Essa energia é dada por $E_T = k_B T$, em que $k_B = 1,4 \times 10^{-23}\ J/K$ e T é a temperatura do ambiente na escala Kelvin. Considerando que toda a energia E_T é convertida em energia elástica, determine a deflexão Δx produzida na alavanca a $T = 300\,K$ se a constante elástica vale $k_B = 0,21\ N/m$.

Resposta Esperada



a) **(2 pontos)**

$$F = \frac{9,6\times10^{-39}}{d^4} = k\Delta x$$

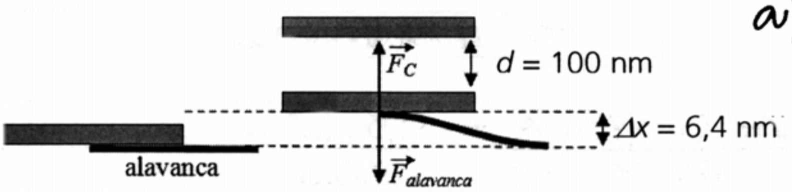
$$k = \frac{9,6\times10^{-39}}{d^4\Delta x} = \frac{9,6\times10^{-39}}{\left(10^{-7}\right)^4 6,4\times10^{-9}} = 0,015\ \text{N/m}$$

b) **(2 pontos)**

$$\frac{1}{2}kx^2 = 1,4\times10^{-23}T$$

$$x = \sqrt{\frac{2\times1,4\times10^{-23}T}{k}} = \sqrt{\frac{2\times1,4\times10^{-23}\times300}{2,1\times10^{-1}}} = 2\times10^{-10}m = 0,2\ \text{nm}$$

Exemplo Acima da Média



a) Como no equilíbrio:
$F_{alavanca} = F_C$,

$k.x = \frac{b}{d^4}$

$k.6{,}4.10^{-9} = \frac{9{,}6.10^{-39}}{100^4.10^{-36}}$

$k = \frac{9{,}6.10^{-39}}{6{,}4.10^{-37}} = 1{,}5.10^{-2}$ N,

b) $E_T = E_{elastica}$

$k_B.T = \frac{k.\Delta x^2}{2}$

$1{,}4.10^{-23}.300 = \frac{0{,}21.\Delta x^2}{2}$

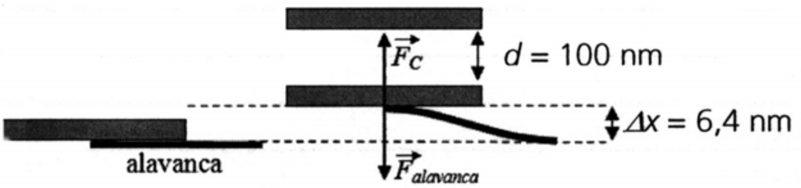
$\frac{2{,}8.10^{-21}.\cancel{3}}{\cancel{0{,}21}\ 0{,}07} = \Delta x^2$

$\Delta x^2 = 4.10^{-20}$

$\Delta x = 2.10^{-10}$ m $= 0{,}2$ nm

No exemplo acima da média, no item **a**, o candidato calcula a constante elástica igualando corretamente a força elástica e a força de Casimir; erra, no entanto, ao expressar a unidade da constante elástica em newtons. No item **b**, o candidato calcula corretamente a deflexão sofrida pela alavanca.

Exemplo Abaixo da Média



a) $F_C = F_{el}$

$\frac{b}{d^4} = kx^2 \rightarrow \frac{9{,}6.10^{-39}}{(10^2.10^{-9})^4} = k(6{,}4.10^{-9})^2$

$k = 1{,}5.10^{7}$ N/m

b) $E_t = 1{,}4.10^{-23}.3.10^2 = 4{,}2.10^{-21}$

$E_t = E_c$

$4{,}2.10^{-21} = 0{,}21.(\Delta x)^2$

$(\Delta x)^2 = 2.10^{-20}$

$\Delta x = \sqrt{2}.10^{-10}$

No exemplo abaixo da média, no item **a**, o candidato utiliza uma expressão equivocada para a força elástica, obtendo, portanto, um resultado inconsistente. No item **b**, o candidato também utiliza uma expressão errada para a energia elástica, além de expressar o resultado final sem unidades.

Comentários

A questão fornece a expressão e valores para a força de Casimir, para que no item **a** o candidato identifique o equilíbrio com a força elástica e obtenha o valor da constante elástica de uma alavanca. No segundo item, a limitação real imposta pela temperatura do ambiente nestes dispositivos de medição é utilizada para que o candidato, através do conceito de energia cinética, calcule a deflexão da alavanca a uma temperatura de 300 K.

4. Em 2009 foram comemorados os 40 anos da primeira missão tripulada à Lua, a Missão Apollo 11, comandada pelo astronauta norte-americano Neil Armstrong. Além de ser considerado um dos feitos mais importantes da história recente, esta viagem trouxe grande desenvolvimento tecnológico.

a) A Lua tem uma face oculta, erroneamente chamada de lado escuro, que nunca é vista da Terra. O período de rotação da Lua em torno de seu eixo é de cerca de 27 dias. Considere que a órbita da Lua em torno da Terra é circular, com raio igual a $r = 3{,}8 \times 10^{8}\,\mathrm{m}$. Lembrando que a Lua sempre apresenta a mesma face para um observador na Terra, calcule a sua velocidade orbital em torno da Terra.

b) Um dos grandes problemas para enviar um foguete à Lua é a quantidade de energia cinética necessária para transpor o campo gravitacional da Terra, sendo que essa energia depende da massa total do foguete. Por este motivo, somente é enviado no foguete o que é realmente essencial. Calcule qual é a energia necessária para enviar um tripulante de massa $m = 70\,\mathrm{kg}$ à Lua. Considere que a velocidade da massa no lançamento deve ser $\mathrm{v} = \sqrt{2\mathrm{gR_T}}$ para que ela chegue até a Lua, sendo g a aceleração da gravidade na superfície na Terra e $R_T = 6{,}4 \times 10^{6}\ m$ o raio da Terra.

Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

$$T_{\text{rotação}} = T_{\text{translação}}$$

$$T_{\text{translação}} = 27\ \text{dias} = 648\ \text{horas}$$

$$v_{orb} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{6 \times 380000\ \text{km}}{648\ \text{h}} = 3519\,\text{km/h}$$

b) **(2 pontos)**

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m(2gR) = mgR$$

$$E = 10 \times 6400000 \times 70 = 4{,}48 \times 10^{9}\,\mathrm{J}$$

Exemplo Acima da Média

a) Para apresentar a mesma face para um observador na Terra, o período orbital da Lua ao redor da Terra deve ser igual ao período rotacional do próprio satélite: $T = 27$ dias.

Em uma órbita circular, a $V_0 \rightarrow$ velocidade orbital é constante e descrita por: $V_0 = \frac{\Delta S}{\Delta t}$; $\Delta S = 2\pi r$; $r = 3{,}8 \cdot 10^8\ m$ e $\pi = 3$

$\Delta S = 2 \cdot 3 \cdot 3{,}8 \cdot 10^8 = 2{,}28 \cdot 10^9\ m$

$\Delta t = 27d \times 24h$

$\Delta t = 648h \times 60s$

$\Delta t = 38880s$

$V_0 = \frac{2{,}28 \cdot 10^9}{3{,}89 \cdot 10^4}$

$\therefore V_0 \cong 5{,}8 \cdot 10^4\ m/s$.

b) $m = 70kg$

$R_T = 6{,}4 \cdot 10^6\ m$

$g = 10m/s^2$

$Ec = \frac{m \cdot v^2}{2}$; $v = \sqrt{2gR_T}$

$Ec = \frac{m \cdot \cancel{2}gR_T}{\cancel{2}}$

$Ec = m \cdot g \cdot R_T$

$\therefore Ec = 70 \cdot 10 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6$

$Ec = 4{,}48 \cdot 10^9 J$

No exemplo acima da média, o candidato entende a igualdade entre os períodos de rotação da Lua em torno do seu próprio eixo e de translação da Lua em torno da Terra, na solução do item **a**. Entretanto, ele comete um erro de conversão de unidades ao calcular o período em segundos. No item **b**, ele usa corretamente o conceito de energia cinética e a expressão fornecida para a velocidade de escape para encontrar a resposta desejada.

Exemplo Abaixo da Média

4 a) $v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$

$r = 3{,}8 \cdot 10^8 m = 3{,}8 \cdot 10^5 km$

$\Delta t = 1$ dia $= 24$ horas

$v = \frac{2\pi \cdot r}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{2 \cdot 3 \cdot 3{,}8 \cdot 10^5}{24} \Rightarrow v = 9{,}5 \cdot 10^4\ km/h$

b) $Ec = m \cdot v$

$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6} \Rightarrow v = 8 \cdot 10^3 \sqrt{2}$

$Ec = 70 \cdot 8 \cdot 10^3 \sqrt{2}$

$Ec = 560 \cdot 10^3 \sqrt{2}$

$Ec = 5{,}6 \cdot 10^5 \sqrt{2}\ N$

A energia necessária para enviar um tripulante de massa $m = 70$ kg à Lua é de $5{,}6 \cdot 10^5 \sqrt{2}\ N$

No exemplo abaixo da média, o candidato utiliza o período de rotação da Terra para o cálculo da velocidade orbital da Lua no item **a**. Já no item **b**, ele aplica a fórmula do momento linear para calcular a energia cinética do tripulante, cometendo um erro conceitual grave ao confundir essas grandezas físicas diferentes.

Comentários

O aniversário de 40 anos da missão tripulada à Lua completados em 2009 serve de contexto para essa questão, que aborda os movimentos de translação e rotação da Lua e a energia necessária para enviar um corpo a Lua.

No item **a**, o candidato deveria entender que, para que Lua apresente sempre a mesma face para um observador na Terra, o período de translação da Lua em torno da Terra e o período de rotação da Lua em torno do seu eixo são iguais. Assim, usando os dados fornecidos e os conceitos de movimento circular, o candidato poderia encontrar a velocidade orbital da Lua em torno da Terra.

No item **b**, utilizando-se a expressão fornecida para a velocidade de escape da Terra e a definição de energia cinética, encontra-se a energia necessária para enviar um tripulante de m = 70 kg à Lua.

5. A Lua não tem atmosfera, diferentemente de corpos celestes de maior massa. Na Terra, as condições propícias para a vida ocorrem na troposfera, a camada atmosférica mais quente e densa que se estende da superfície até cerca de 12 km de altitude.

a) A pressão atmosférica na superfície terrestre é o resultado do peso exercido pela coluna de ar atmosférico por unidade de área, e ao nível do mar ela vale P_0 = 100 kPa. Na cidade de Campinas, que está a 700 m acima do nível do mar, a pressão atmosférica vale P_1 = 94 kPa. Encontre a densidade do ar entre o nível do mar e a altitude de Campinas, considerando-a uniforme entre essas altitudes.

b) Numa viagem intercontinental um avião a jato atinge uma altitude de cruzeiro de cerca de 10 km. Os gráficos no espaço de resposta mostram as curvas da pressão *(P)* e da temperatura *(T)* médias do ar atmosférico em função da altitude para as camadas inferiores da atmosfera. Usando os valores de pressão e temperatura desses gráficos e considerando que o ar atmosférico se comporta como um gás ideal, encontre o volume de um mol de ar a 10 km de altitude. A constante universal dos gases é $R = 8{,}3\,\dfrac{J}{molK}$.

Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

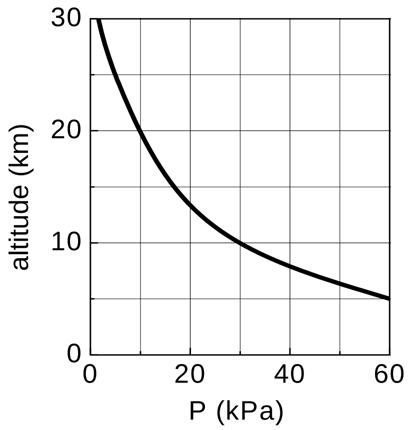
$PV = nRT \Rightarrow V = \dfrac{nRT}{P}$

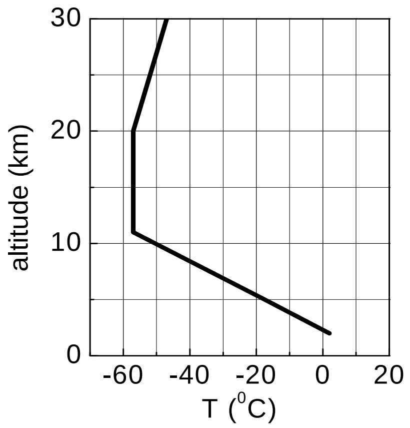
$n = 1$

$\theta = -50\ ^0C \ \Rightarrow T = 223\ K$

$P = 30\ kPa = 30\times10^3\ Pa$

$V = \dfrac{1\times 8{,}3\times 223}{30\times10^3} m^3 = \dfrac{1851}{30} l = 61{,}7\, l$





b) **(2 pontos)**

$P = P_0 - \rho g h \ \Rightarrow \rho = \dfrac{P_0 - P}{gh}$

$\rho = \dfrac{(100 - 94)\times10^3}{700\times10} kg/m^3 = \dfrac{6}{7}\ kg/m^3 = 0{,}86\ kg/m^3$

Exemplo Acima da Média

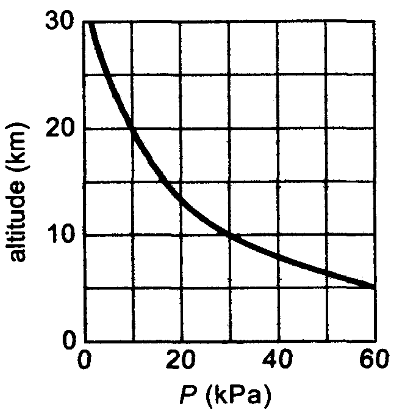
a) $p = \frac{P}{A} \rightarrow (100-94) \cdot 10^3 = \frac{m \cdot 10}{A} \rightarrow m = 0{,}6 \cdot A \times 10^3 \rightarrow m = 600A$

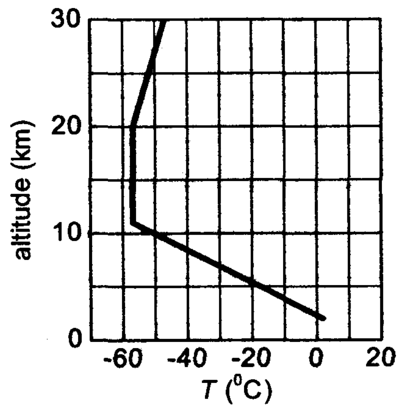
$d = \frac{m}{V} \rightarrow \cancel{d = \frac{0{,}6A}{Ah}} \rightarrow \cancel{d = \frac{0{,}6}{h}} \rightarrow \cancel{d = \frac{0{,}6}{700}} \rightarrow \cancel{d} \quad d = \frac{600\cancel{A}}{\cancel{A}h} \rightarrow d = \frac{60\cancel{0}}{70\cancel{0}}$

$\boxed{d = 0{,}95 \ kg/m^3}$

b) Dos gráficos a 10 km de altitude temos: $P = 30 kPa$ e $t = -50°C = 223 K$

Sabendo que $P \cdot V = n \cdot R \cdot t$, temos: $V = \frac{1 \cdot 8{,}3 \cdot 223}{30 \times 10^3} \rightarrow \boxed{V = 61{,}6 \times 10^{-3} \ m^3}$





No exemplo acima da média, o candidato resolve o item **a** calculando a diferença de pressão entre as duas altitudes através da ação do peso da coluna de ar dividido por uma dada área, e encontra a expressão correta para a densidade média do ar. No entanto, ele comete um erro na conta final do cálculo da densidade.

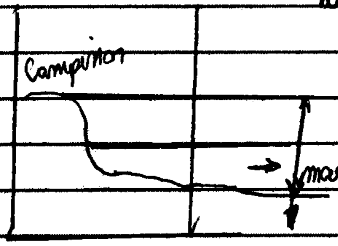
No item **b**, o candidato lê corretamente os dados dos gráficos e utiliza a Lei dos Gases ideais para encontrar a resposta correta.

Exemplo Abaixo da Média

5. a) $P_0 = 100\,kPa$ $d_{ar} = \frac{m}{V}$ (massa não especifica)

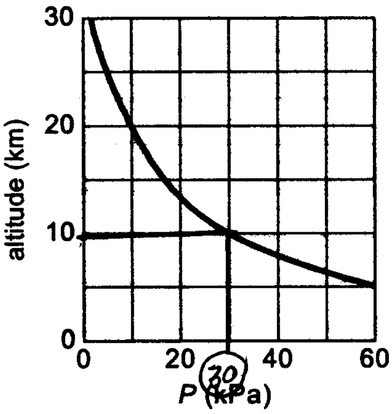
Camp: +700m $P_f = 94\,kPa$

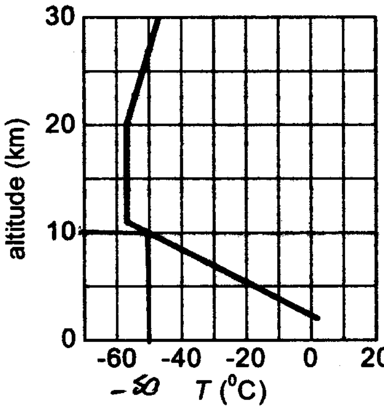
$P_0 - P_c = 100\,kPa - 94\,kPa =$ $\boxed{6\,kPa}$ é a pressão exercida por 700 m de camada de ar



$P = \frac{F}{A}$ $F = m.a$ $F = Peso$ $P_r = \frac{m.10\,(g)}{A}$

$6.10^3 \frac{N}{m^2} = \frac{m.10\,N}{m^2}$ $m = 6.10^2 \frac{Kg}{m^2}$





b) (1 mol = 22,4 L (gás ideal) em condições normais de P e T)

$PV = nRT$

$V\,30.10^3 = 1 . 8,3 . -50$

$V = \frac{83.(-5)}{30.10^3}$ $V = \frac{415}{30.10^3}$

$V = 13,83.10^{-3}\,L$

No exemplo abaixo da média, o candidato parte do cálculo do peso de uma coluna de ar existente entre as duas altitudes, mas não consegue encontrar o valor da densidade pedida no item **a**. No segundo item, o candidato utiliza a temperatura do ar a 10 km de altura em graus Celsius na Lei dos Gases ideais.

Comentários

Aludindo ao fato de a Lua não possuir atmosfera, essa questão se refere à variação da temperatura e da densidade do ar atmosférico em função da altitude. No item **a**, o candidato deve utilizar o conceito de pressão de uma coluna de ar para encontrar a densidade média do ar atmosférico entre o nível do mar e a cidade de Campinas.

A leitura correta dos gráficos fornecidos e a aplicação da Lei dos Gases ideais permitem a obtenção do volume de 1 mol de ar 10 km de altitude na solução do item **b**.

6. Em 2009 completaram-se vinte anos da morte de Raul Seixas. Na sua obra o roqueiro cita elementos regionais brasileiros, como na canção "Minha viola", na qual ele exalta esse instrumento emblemático da cultura regional.
A viola caipira possui cinco pares de cordas. Os dois pares mais agudos são afinados na mesma nota e frequência. Já os pares restantes são afinados na mesma nota, mas com diferença de altura de uma oitava, ou seja, a corda fina do par tem frequência igual ao dobro da frequência da corda grossa.

As frequências naturais da onda numa corda de comprimento L com as extremidades fixas são dadas por $f_N = N\left(\frac{V}{L}\right)$, sendo N o harmônico da onda e V a sua velocidade.

a) Na afinação Cebolão Ré Maior para a viola caipira, a corda mais fina do quinto par é afinada de forma que a frequência do harmônico fundamental é $f_1^{fina} = 220\,Hz$. A corda tem comprimento $L = 0{,}5\,m$ e densidade linear $\mu = 5\times10^{-3}\,kg/m$.

Encontre a tensão τ aplicada na corda, sabendo que a velocidade da onda é dada por $v = \sqrt{t/m}$.

b) Suponha que a corda mais fina do quinto par esteja afinada corretamente com $f_1^{fina} = 220\text{Hz}$ e que a corda mais grossa esteja ligeiramente desafinada, mais frouxa do que deveria estar. Neste caso, quando as cordas são tocadas simultaneamente, um batimento se origina da sobreposição das ondas sonoras do harmônico fundamental da corda fina de frequência f_1^{fina}, com o segundo harmônico da corda grossa, de frequência f_2^{grossa}. A frequência do batimento é igual à diferença entre essas duas frequências, ou seja, $f_{bat} = f_1^{fina} - f_2^{grossa}$. Sabendo que a frequência do batimento é $f_{bat} = 4\text{Hz}$, qual é a frequência do harmônico fundamental da corda grossa, f_1^{grossa}?

Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

A fórmula correta para as frequências naturais da corda é: $f_N = N\left(v/2L\right)$. Assim,

$$\tau = \mu v^2 = \mu\left(2L f_1^{fina}\right)^2 = 5\times10^{-3}\frac{\text{kg}}{\text{m}}\times\left(1{,}0\ \text{m}\times220\text{Hz}\right)^2$$

$$\tau = 5\times10^{-3}\times\left(220\right)^2\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 242\ \text{N}$$

Com a fórmula fornecida no enunciado, a solução seria:

$$\tau = \mu v^2 = \mu\left(L f_1^{fina}\right)^2 = 5\times10^{-3}\frac{\text{kg}}{\text{m}}\times\left(0{,}5\ \text{m}\times220\text{Hz}\right)^2$$

$$\tau = 5\times10^{-3}\times\left(110\right)^2\frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 60{,}5\ \text{N}$$

b) **(2 pontos)**

$$f_{bat} = f_1^{fina} - f_2^{grossa} \Rightarrow f_2^{grossa} = f_1^{fina} - f_{bat} = (220-4)\text{Hz} = 216\text{Hz}$$

$$f_1^{grossa} = \frac{1}{2}f_2^{grossa} = \frac{216}{2}\text{Hz} = 108\text{Hz}$$

Exemplo Acima da Média

a) Harmônico fund.:

L = 0,5m

$\lambda = 2L = 1m$

$V = \lambda f$

$V = 1 \cdot 220$

$V = 220 m/s$

$$V = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$$

$$220 = \sqrt{\frac{\tau}{5 \cdot 10^{-3}}}$$

$$220 \cdot 220 = \frac{\tau}{5 \cdot 10^{-3}}$$

$$\tau = 242N$$

→ essa tração foi calculada considerando que $\lambda = 2L$. Agora se for utilizada a fórmula do enunciado: $f_n = N(V/L) \rightarrow 220 = 1(V/0,5)$, a velocidade passa a ser 110 m/s, o que divide a tração por 4, resultando em $\boxed{\tau = 60,5N}$

b) $f_{bat} = f_1^{fina} - f_2^{grossa}$

$4 = 220 - f_2^{grossa}$

$f_2^{grossa} = 216 Hz$ → frequência do segundo harmônico

A frequência do segundo harmônico é o dobro da do primeiro, logo ~~freq. fund~~ $f_1^{grossa} = \frac{f_2^{grossa}}{2} = \frac{216}{2} = \boxed{108 Hz}$

No exemplo acima da média, o candidato desenha o modo fundamental da corda vibrante, encontra a fórmula apropriada para a frequência de vibração da corda e resolve corretamente o exercício. Em seguida, apresenta também a solução, utilizando a fórmula incorreta fornecida no enunciado.

Exemplo Abaixo da Média

a) $f_n = N\left(\frac{V}{L}\right) \therefore 220 = N\left(\frac{V}{0,5}\right) \quad 220 = \frac{V}{0,5}$

$V = 110 Hz \cdot m$

$V = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \therefore (110)^2 = \left(\sqrt{\frac{\tau}{5.10^{-3}}}\right)^2 \therefore 2200 = \frac{\tau}{5.10^{-3}}$

$\tau = 440.10^{-3}$ é a tensão aplicada na corda.

b) $f_{bat} = f_1^{fina} - f_2^{grossa}$

$4 Hz = 220 Hz - f_2^{grossa} \therefore f_2^{grossa} = 220 - 4$

$f_2^{grossa} = 216 Hz$

No exemplo abaixo da média, o candidato manipula corretamente as expressões fornecidas para o cálculo da tensão na corda no item **a**, mas comete um erro ao calcular o quadrado da velocidade da onda. No item **b**, o candidato utiliza corretamente a fórmula para a frequência do batimento, mas fornece como resposta a frequência do segundo harmônico da corda grossa, enquanto o item pedia a frequência do harmônico fundamental dessa corda.

Comentários

Fazendo referência à canção "Minha Viola" do músico Raul Seixas, essa questão aborda os modos estacionários de vibração e o fenômeno de batimento das ondas sonoras relacionados com a vibração das cordas da viola. No item **a**, o candidato deveria manipular as fórmulas fornecidas para as frequências de vibração da corda e para a velocidade da onda, para encontrar o valor da tensão sobre a corda mais fina do quinto par da viola, na afinação Cebolão Ré maior.

No item **b**, dado que a corda mais grossa do quinto par está desafinada, o fenômeno de batimento ocorre. Conhecendo-se a frequência do batimento e a frequência do primeiro harmônico da corda mais fina do par, o candidato deveria utilizar a fórmula fornecida para a frequência de batimento e encontrar a frequência do primeiro harmônico da corda grossa do par, lembrando-se de que é a superposição das ondas sonoras do segundo harmônico da corda grossa com o primeiro harmônico da corda fina que origina o batimento. O fenômeno de batimento pode ser utilizado na afinação de instrumentos de corda.

Obs: Houve um erro de impressão no item **a** dessa questão, que apresentou a fórmula incorreta $f_N = N\left(v/L\right)$ quando a correta é $f_N = N\left(v/2L\right)$ As soluções apresentadas utilizando qualquer uma das dessas duas fórmulas foram consideradas corretas pela banca de correção.

7. Em determinados meses do ano observa-se significativo aumento do número de estrelas cadentes em certas regiões do céu, número que chega a ser da ordem de uma centena de estrelas cadentes por hora. Esse fenômeno é chamado de chuva de meteoros ou chuva de estrelas cadentes, e as mais importantes são as chuvas de Perseidas e de Leônidas. Isso ocorre quando a Terra cruza a órbita de algum cometa que deixou uma nuvem de partículas no seu caminho. Na sua maioria, essas partículas são pequenas como grãos de poeira, e, ao penetrarem na atmosfera da Terra, são aquecidas pelo atrito com o ar e produzem os rastros de luz observados.

a) Uma partícula entra na atmosfera terrestre e é completamente freada pela força de atrito com o ar após se deslocar por uma distância de $1{,}5\,\text{km}$. Se sua energia cinética inicial é igual a $E_c = 4{,}5 \times 10^4\ \text{J}$, qual é o módulo da força de atrito média? Despreze o trabalho do peso nesse deslocamento.

b) Considere que uma partícula de massa $m = 0{,}1\,\text{g}$ sofre um aumento de temperatura de $\Delta\theta = 2400\,^0\text{C}$ após entrar na atmosfera. Calcule a quantidade de calor necessária para produzir essa elevação de temperatura se o calor específico do material que compõe a partícula é $c = 0{,}90\ \dfrac{\text{J}}{\text{g}^0\text{C}}$.

Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

$$\left|\tau_{\text{atrito}}\right| = E_C$$

$$\left|\tau_{\text{atrito}}\right| = \bar{F}_{\text{atrito}}\, d = \bar{F}_{\text{atrito}} \times 1{,}5 \times 10^3\ \text{m} \Rightarrow \bar{F}_{\text{atrito}} = \frac{4{,}5 \times 10^4\ \text{J}}{1{,}5 \times 10^3\ \text{m}} = 30\text{N}$$

b) **(2 pontos)**

$$Q = mc\,\Delta\theta = 0{,}1\text{g} \times 0{,}9 \frac{\text{J}}{\text{g}\,^o\text{C}} \times 2400\,^o\text{C} = 216\ \text{J}$$

Exemplo Acima da Média

a) $Ec = \mu . d$ $Ec = 4,5 . 10^4$ $d = 1,5 Km \rightarrow 1500 m$

$4,5 . 10^4 = \mu . 1500$

$\mu = \frac{4,5 . 10^4}{1500}$ $\mu = \frac{45 . 10^3}{15 . 10^2}$ $\mu = 3 . 10$ $\boxed{\mu = 30}$

b) $m = 0,1 g$ $\Delta\theta = 2400°C$ $c = 0,90 \ J/g°C$

$Q = ?$

$Q = m . c . \Delta\theta$

$Q = 0,1 . 0,90 . 2400$

$Q = 0,09 . 2400$

$Q = 216$

0,09
2400
0 3600
0 1 8 +
0 21600

A quantidade de calor necessária é de 216

No exemplo acima da média, o candidato resolve corretamente os dois itens, mas apresenta as duas repostas finais sem as unidades.

Exemplo Abaixo da Média

a-) $Ec = \frac{mv^2}{2}$ $\therefore$ $mv^2 = 2 Ec$

$Fat = Fcet$

$Fat = \frac{mv^2}{R}$ $\rightarrow$ $Fat = \frac{2 Ec}{R}$ $\rightarrow$ $Fat = \frac{2 . 4,5 . 10^4}{1500}$ $\rightarrow$ $\boxed{Fat = 60N}$

b) $Q = m . c . \Delta\theta$

$Q = 0,1 . 0,90 . 2400$

$\boxed{Q = 21,6 J}$

No exemplo abaixo da média, o candidato comete o erro conceitual de usar a força de atrito como a resultante centrípeta na solução do item **a**. Além disso, no item **b**, ele comete um erro de cálculo na conta final da quantidade de calor.

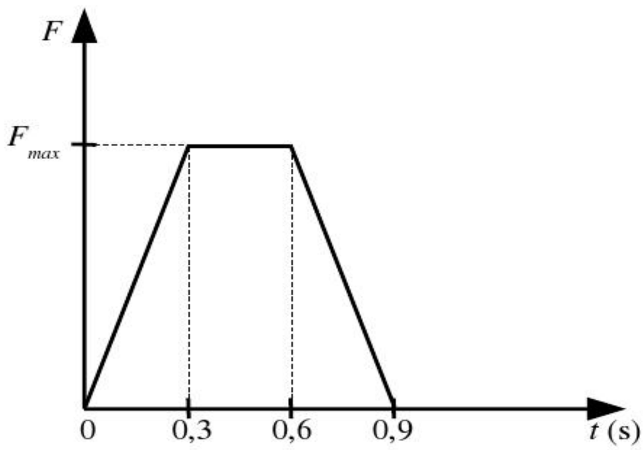
Comentários

Essa questão aborda o conceito de conservação de energia aplicado ao fenômeno da entrada de pequenas partículas de poeira na atmosfera da Terra com altas velocidades, o que resulta no belo fenômeno conhecido como estrelas cadentes. No item **a**, pergunta-se qual deve ser a força de atrito com a atmosfera para que a partícula perca sua energia cinética. No item **b**, pergunta-se qual deve ser o calor transferido para a partícula para que sua temperatura se eleve $2400\ ^{0}C$.

8. O lixo espacial é composto por partes de naves espaciais e satélites fora de operação abandonados em órbita ao redor da Terra. Esses objetos podem colidir com satélites, além de pôr em risco astronautas em atividades extraveiculares.
Considere que durante um reparo na estação espacial, um astronauta substitui um painel solar, de massa $m_p = 80\,kg$, cuja estrutura foi danificada. O astronauta estava inicialmente em repouso em relação à estação e ao abandonar o painel no espaço, lança-o com uma velocidade $v_p = 0{,}15\,m/s$.

a) Sabendo que a massa do astronauta é $m_a = 60\,kg$, calcule sua velocidade de recuo.

b) O gráfico no espaço de resposta mostra, de forma simplificada, o módulo da força aplicada pelo astronauta sobre o painel em função do tempo durante o lançamento. Sabendo que a variação de momento linear é igual ao impulso, cujo módulo pode ser obtido pela área do gráfico, calcule a força máxima F_{max}.

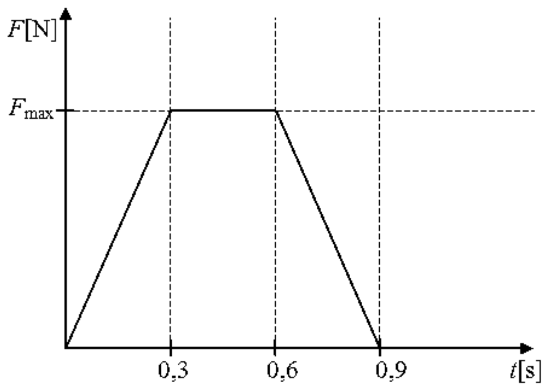


Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

$$m_a v_a + m_p v_p = 0$$

$$v_a = -\frac{m_p}{m_a} v_p = -\frac{80}{60} 0{,}15 = -0{,}2 \text{ m/s}$$



b) **(2 pontos)**

$|Q_P| = m_P v_P = 80 \times 0,15 = 12$ kgm/s

$|I| = área(F \times t) \;=\; F_{max} \times 0,6 = 12$

$F_{max} = 20$ N

Exemplo Acima da Média

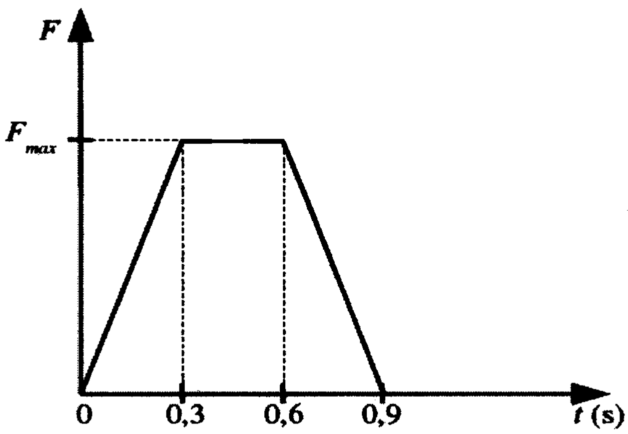
(a) $F_1 = m.a$ $\quad a = \frac{0,15}{\Delta t}$ $\quad F_1 = F_2$

$F_1 = 80.\frac{0,15}{\Delta t}$ $\quad \frac{60.V}{\cancel{\Delta t}} = \frac{80.0,15}{\cancel{\Delta t}}$

$V = \frac{12}{60}$

$V = 0,2\ m/s.$

a velocidade de recuo é de 0,2 m/s.



(b) $i = \frac{(0,9+0,3)}{2}F$

$i = \frac{1,2F}{2}$ $\quad Q = m.V$

$i = 0,6F$ $\quad Q = 60.0,2$

$12 = 0,6F$ $\quad Q = 12J$

$F = 20N$ $\quad \Delta Q = 12 - 0$

$\Delta Q = 12J$

A força máxima F_{max} é de 20N.

No exemplo acima da média, tanto o item **a** quanto o item **b** foram resolvidos corretamente. Deve-se observar, entretanto, que no item **a** o candidato não faz uso direto da conservação da quantidade de movimento, aplica a Lei de ação e reação e considera a força entre o painel e o astronauta constante. Embora o gráfico do item **a** mostre que a força varia com o tempo, a hipótese adotada pelo candidato no item **a** não compromete o resultado.

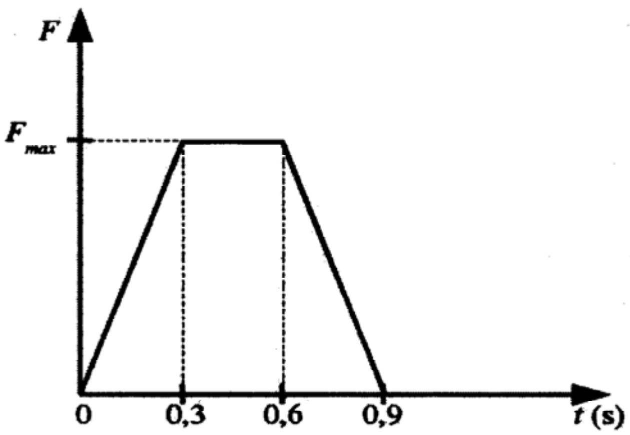
Exemplo Abaixo da Média

a) $E_{cin}^{i} = E_{cin}^{f}$

$$\frac{m_f v_f^2}{2} = \frac{m_a v_a^2}{2} \Rightarrow \frac{80 \cdot (0{,}15)^2}{2} = \frac{60 \cdot v^2}{2} \qquad v^2 \cong \sqrt{3} \cdot 10^{-1}\ m/s$$

b) ~~$I = m \cdot \Delta t$~~ $I = F \cdot \Delta t$ $\Rightarrow I = 80 \cdot 0{,}15$

$I = m \cdot \frac{v}{\Delta t} \cdot \Delta t$ $\quad I = 120\ N/s$



$I \cong$ Área do gráfico e $F_{máx} = h$

$$120 = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

$$120 = \frac{(0{,}9+0{,}3) \cdot F_{máx}}{2}$$

$F_{máx} = 200N$

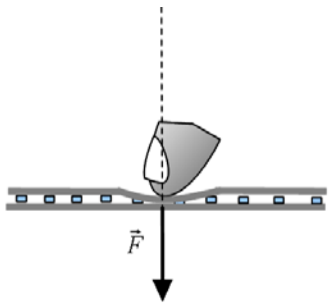
No item **a** do exemplo abaixo da média, o candidato considera erroneamente que a energia se conserva. Já no item **b**, embora ele considere uma força média constante, chega à relação correta entre impulso e quantidade de movimento mas, no final, comete um erro de conta e não chega à resposta correta.

Comentários

A questão aborda o conceito de conservação de momento linear em uma situação realista e em um ambiente ideal para a sua aplicação: naves espaciais. No item **a**, a conservação de momento linear é usada para calcular a velocidade de recuo do astronauta depois de empurrar um determinado objeto. No item **b**, é ensinada a relação entre impulso e momento linear e como o último pode ser calculado a partir da área no gráfico da força usada para empurrar o painel em função do tempo.

9. Telas de visualização sensíveis ao toque são muito práticas e cada vez mais utilizadas em aparelhos celulares, computadores e caixas eletrônicos. Uma tecnologia frequentemente usada é a das telas resistivas, em que duas camadas condutoras transparentes são separadas por pontos isolantes que impedem o contato elétrico.

a) O contato elétrico entre as camadas é estabelecido quando o dedo exerce uma força $\vec{F}$ sobre a tela, conforme mostra a figura ao lado. A área de contato da ponta de um dedo é igual a $A = 0{,}25\ cm^2$. Baseado na sua experiência cotidiana, estime o módulo da força exercida por um dedo em uma tela ou teclado convencional, e em seguida calcule a pressão exercida pelo dedo. Caso julgue necessário, use o peso de objetos conhecidos como guia para a sua estimativa.



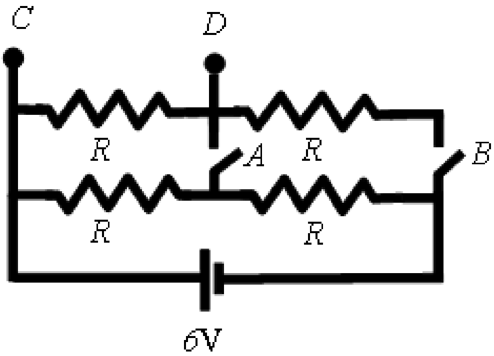
b) O circuito simplificado da figura no espaço de resposta ilustra como é feita a detecção da posição do toque em telas resistivas. Uma bateria fornece uma diferença de potencial $U = 6\ \text{V}$ ao circuito de resistores idênticos de $R = 2\ \text{k}\Omega$. Se o contato elétrico for estabelecido apenas na posição representada pela chave *A*, calcule a diferença de potencial entre *C* e *D* do circuito.

Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

Estimando uma força exercida pelo dedo de 0,5 N, temos:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{0{,}5}{0{,}25 \times 10^{-4}} = 2{,}0 \times 10^{4}\ \text{N/m}^2$$



b) **(2 pontos)**

$$R_T = 3\ \text{k}\Omega, I = \frac{6}{3} \times 10^{-3} = 2 \times 10^{-3}\text{A}$$

$$V_{CD} = 1\text{k}\Omega \times 2 \times 10^{-3} = 2\ \text{V}$$

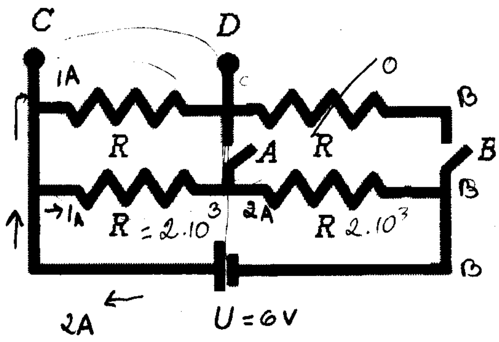
Exemplo Acima da Média

a) Estimando a força como sendo 5N

Temos a pressão $P = \frac{F}{A}$ $P = \frac{5}{0,25} = 20\ N/cm^2$

pressão igual a $20\ N/cm^2$

b) $R_{eq} = \frac{2}{2} = 1 + 2 = 3\ K\Omega$



∴ A ddp em C e D é 2KV

$U = R.i$

$\frac{6}{3} = i$ $i = 2kA$

como o circuito esta em paralelo, e os resistores são iguais a corrente é 1A

$U_{CD} = R.i$

$U_{CD} = 2.1 = 2KV$

No exemplo acima da média, o candidato, no item **a**, estima corretamente a força exercida por um dedo, obtendo um valor condizente para a pressão exercida sobre a área de contato. No item **b**, o candidato associa corretamente os resistores ao fechar o contato representado pela chave A, e utiliza corretamente a lei de Ohm para o cálculo da diferença de potencial. No entanto, o candidato erra na ordem de grandeza em seu resultado final.

Exemplo Abaixo da Média

a) Estipulando-se que um dedo possua aproximadamente 3g, a força exercida por ele será de $(F = m \cdot g)$ $3 \cdot 10^{-2}$ N.

Com isso, pode-se calcular a pressão.

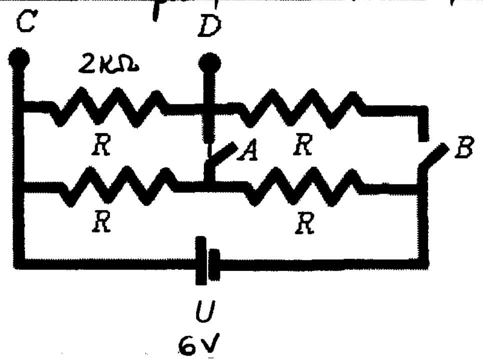
$P = \frac{F}{A} \rightarrow P = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{25 \cdot 10^{-2}} \rightarrow P = 0{,}12\ N/cm^2$

O módulo da força exercida pelo dedo é de $3 \cdot 10^{-2}$ N e a pressão $0{,}12\ N/cm^2$.

b) Pelo circuito ao fechar-se A, a resistência equivalente será de 1000 Ω, e se fechar A e B, ~~Req~~ = $i_A = 0$ e $R_{eq} = 2000\ \Omega$

Pela equação $U = R \cdot i$, tem-se: $\cancel{6}\,3 = \cancel{2}000 \cdot i$

$i = 3\ mA$



A corrente de 3mA é dividida, passando 1,5 mA em cada resistor. Assim:

$U = R \cdot i \rightarrow U = \cancel{2}000 \cdot 1{,}\cancel{5} \cdot 10^{-3}$

$U = 3V$

A diferença de potencial entre C e D vale 3V.

No exemplo abaixo da média, o candidato, no item **a**, estima o peso do dedo muito abaixo do aceitável, obtendo, portanto, um valor de pressão irreal. Já no item **b**, o candidato erra na associação dos resistores, obtendo um resultado final equivocado para a diferença de potencial entre os pontos C e D.

Comentários

A questão usa o exemplo das telas sensíveis ao toque para tratar de conceitos de pressão e eletricidade. O item **a** pede para que seja estimada a força que é aplicada às telas quando um dedo a aciona. Considerando então certa área de toque, o candidato precisa calcular a pressão sobre a tela.

O segundo item mostra um circuito simplificado de como telas resistivas monitoram a posição do toque. A pergunta leva o aluno a usar a lei de Ohm para determinar qual deve ser a tensão entre dois terminais quando a chave de uma posição específica é ligada.

10. O GPS (*Global Positioning System*) consiste em um conjunto de satélites que orbitam a Terra, cada um deles carregando a bordo um relógio atômico. A Teoria da Relatividade Geral prevê que, por conta da gravidade, os relógios atômicos do GPS adiantam com relação a relógios similares na Terra. Enquanto na Terra transcorre o tempo de um dia ($t_{Terra} = 1{,}0\ \text{dia} = 86400\ \text{s}$), no satélite o tempo transcorrido é $t_{satélite} = t_{Terra} + \Delta t$, maior que um dia, e a diferença de tempo Δt tem que ser corrigida. A diferença de tempo causada pela gravidade é dada por $(\Delta t / t_{Terra}) = (\Delta U / mc^2)$, sendo ΔU a diferença de energia potencial gravitacional de uma massa m entre a altitude considerada e a superfície da Terra, e $c = 3{,}0 \times 10^8\ m/s$, a velocidade da luz no vácuo.

a) Para o satélite podemos escrever $\Delta U = mgR_T(1 - R_T/r)$, sendo $r \approx 4R_T$ o raio da órbita, $R_T = 6{,}4 \times 10^6\ m$ o raio da Terra e g a aceleração da gravidade na superfície terrestre. Quanto tempo o relógio do satélite adianta em $t_{Terra} = 1{,}0\ \text{dia}$ em razão do efeito gravitacional?

b) Relógios atômicos em fase de desenvolvimento serão capazes de medir o tempo com precisão maior que uma parte em 10^{16}, ou seja, terão erro menor que 10^{-16} s a cada segundo. Qual é a altura h que produziria uma diferença de tempo $\Delta t = 10^{-16}\ s$ a cada $t_{Terra} = 1,0\ s$? Essa altura é a menor diferença de altitude que poderia ser percebida comparando medidas de tempo desses relógios. Use, nesse caso, a energia potencial gravitacional de um corpo na vizinhança da superfície terrestre.

Resposta Esperada

a) **(2 pontos)**

$$\frac{\Delta t}{t_{Terra}} = \frac{\Delta U}{mc^2} = \frac{mgR_T\left(1 - R_T/r\right)}{mc^2}$$

$$\Delta t = t_{Terra}\frac{gR_T\left(1 - R_T/r\right)}{c^2} = 86400\frac{10\times 6,4\times 10^6\times\left(1-\frac{1}{4}\right)}{9\times 10^{16}}$$

$$\Delta t = 46080\text{ns}$$

b) **(2 pontos)**

$$\frac{\Delta t}{t_{Terra}} = 10^{-16} = \frac{\Delta U}{mc^2} = \frac{mgh}{mc^2}$$

$$h = \frac{10^{-16}c^2}{g} = \frac{10^{-16}\times 9\times 10^{16}}{10} = 0,9\text{m}$$

Exemplo Acima da Média

a) $\Delta U = m.10.6,4.10^6.\left(1 - \frac{R_T}{4R_T}\right)$

$\Delta U = m.10.6,4.10^6.\frac{3}{4} = 4,8.10^7 m$

$\frac{\Delta t}{86.400} = \frac{4,8.10^7 m}{m.9.10^{16}} \longrightarrow \Delta t \cong 4,5.10^{-9}s$

b) $\frac{\Delta t}{t_{TERRA}} = \frac{mgh}{mc^2}$

$\frac{10^{-16}}{1} = \frac{10.h}{9.10^{16}} \longrightarrow h = 0,9 m$

No exemplo acima da média, no item **a**, o candidato substitui corretamente os valores dos raios na expressão fornecida, mas erra na potência do resultado final. No item **b**, o candidato utiliza a relação correta para a energia potencial gravitacional e obtém corretamente o valor da altura *h*.

Exemplo Abaixo da Média

a) PELO ENUNCIADO TEMOS QUE $\Delta U = \cancel{m} \cdot 10 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{R_T}{4R_T}\right) \Leftrightarrow \Delta U = m \cdot 6{,}4 \cdot 10^7 \cdot \frac{3}{4}$

PORTANTO TEMOS QUE Δt É IGUAL A: $\frac{\Delta t}{86400} = \frac{\cancel{m} \cdot 4{,}8 \cdot 10^7}{\cancel{m} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}$

$\Leftrightarrow \Delta t = \frac{4{,}8 \cdot 10^7 \cdot \cancel{86400}^{96}}{\cancel{9} \cdot 10^{16}} \Leftrightarrow \Delta t \approx 461 \cdot 10^{-7}$

b) DO ENUNCIADO, TEMOS: $\frac{10^{-16}}{1} = \frac{\cancel{m} \cdot 6{,}4 \cdot 10^7 \left(1 - \frac{R_T}{d}\right)}{\cancel{m} \cdot 9 \cdot 10^{16}} \Leftrightarrow R_T^2 - 10dR_T + 9d = 0$

PORTANTO A DISTÂNCIA d É APROXIMADAMENTE $6{,}4 \cdot 10^3$ m

No exemplo abaixo da média, no item **a**, o candidato, apesar de utilizar corretamente as fórmulas fornecidas, comete um erro de cálculo, além de expressar o resultado final sem unidades. Já no item **b**, o candidato, ao calcular a energia potencial gravitacional, substitui erroneamente o raio da terra, quando deveria ter utilizado a altura *h* a partir de sua superfície, obtendo, portanto, um resultado irreal.

Comentários

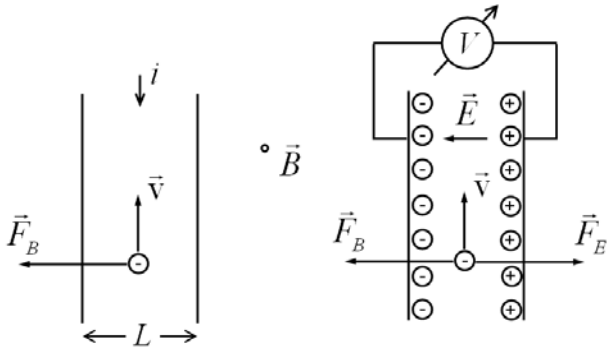
A Questão 10 versa sobre um assunto de Física Moderna, a Teoria da Relatividade Geral, que não faz parte do currículo do Ensino Médio. A questão aborda a influência da gravidade na medida do tempo, assunto que está na fronteira do conhecimento por conta do desenvolvimento de relógios atômicos de alta precisão, capazes de detectar os efeitos da gravidade para diferenças de altitudes da ordem do metro. Assim sendo, a questão é apresentada com o devido encaminhamento da resolução, fornecendo inclusive as expressões necessárias. A questão envolve o conceito de energia potencial gravitacional, este sim pertencente ao conteúdo do Ensino Médio, sendo que a expressão geral é fornecida no item **a**, enquanto o item **b** pede que o candidato use a expressão simplificada para um corpo na superfície da Terra. Deve-se observar, entretanto, que a resposta correta ao item **b** é obtida caso o candidato use a expressão geral fornecida, apesar de ele ter que realizar um cálculo um pouco mais extenso.

11. O Efeito Hall consiste no acúmulo de cargas dos lados de um fio condutor de corrente quando esse fio está sujeito a um campo magnético perpendicular à corrente. Pode-se ver na figura *(i)* no espaço de resposta uma fita metálica imersa num campo magnético $\vec{B}$, perpendicular ao plano da fita, saindo do papel. Uma corrente elétrica atravessa a fita, como resultado do movimento dos elétrons que têm velocidade $\vec{v}$, de baixo para cima até entrar na região de campo magnético. Na presença do campo magnético, os elétrons sofrem a ação da força magnética, $\vec{F}_B$, deslocando-se para um dos lados da fita. O acúmulo de cargas com sinais opostos nos lados da fita dá origem a um campo elétrico no plano da fita, perpendicular à corrente. Esse campo produz uma força elétrica $\vec{F}_E$, contrária à força magnética, e os elétrons param de ser desviados quando os módulos dessas forças se igualam, conforme ilustra a figura *(ii)* no espaço de resposta. Considere que o módulo do campo elétrico nessa situação é $E = 1{,}0 \times 10^{-4}\ V/m$.

a) A fita tem largura $L = 2{,}0\,\text{cm}$. Qual é a diferença de potencial medida pelo voltímetro *V* na situação da figura *(ii)*?

b) Os módulos da força magnética e da força elétrica da figura *(ii)* são dados pelas expressões $F_B = qvB$ e $F_E = qE$, respectivamente, *q* sendo a carga elementar. Qual é a velocidade dos elétrons? O módulo do campo magnético é $B = 0{,}2\ T$.

Resposta Esperada



(i) (ii)

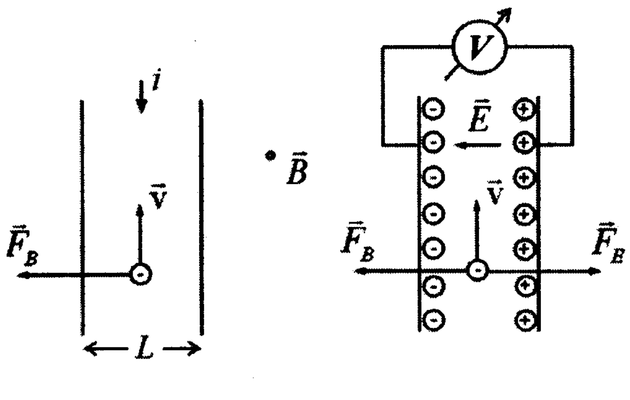
a) **(2 pontos)**

$$\Delta V = EL = 1{,}0\times10^{-4}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}\times2{,}0\times10^{-2}\,\mathrm{m} = 2{,}0\times10^{-6}\,\mathrm{V}$$

b) **(2 pontos)**

$$qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{1{,}0\times10^{-4}}{0{,}2} = 5{,}0\times10^{-4}\ \mathrm{m/s}$$

Exemplo Acima da Média



(i) (ii)

a) Sabe-se que o trabalho da força elétrica é dado por $\tau = Eq.L$ e que o trabalho pode ser também $\tau = q(U_A - U_B)$ onde $(U_A - U_B)$ é a diferença de potencial, Logo:

$Eq.L = q\,(U_A - U_B)$

$1.10^{-4}.\,2.10^{-2} = (U_A - U_B)$

$(U_A - U_B) = 2.10^{-6}$ V $\quad (U_A - U_B) = 2\,\mu$V

A diferença de potencial medida pelo Voltímetro é de 2.10^{-6}V, ou seja, é de 2μV.

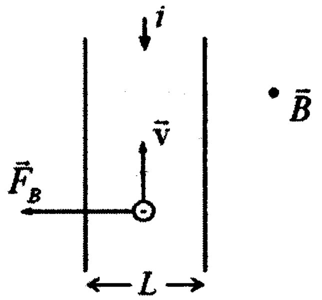
b) No equilíbrio, sabe-se que $F_B = qvB$ e $F_E = qE$ tem o mesmo módulo e direção, porém, sentidos distintos, portanto, se anulam, deste modo:

$F_B = F_E \quad q.v.B = q.E \quad v = E/B \quad v = 1.10^{-4}/0{,}2 \quad v = 5.10^{-4}$ m/s.

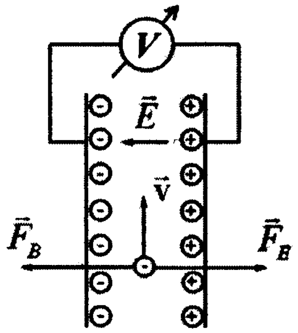
A velocidade dos elétrons é de $(v=)\ 5.10^{-4}$ m/s.

No exemplo acima da média, o candidato resolve corretamente a questão, sendo que no item **a** faz uso das relações entre trabalho, força e deslocamento, e entre trabalho, carga e diferença de potencial elétrico para encontrar esta última. Ou seja, embora o candidato não tenha partido diretamente da equação U = E.d, chegou a esta relação durante a resolução da questão.

Exemplo Abaixo da Média



(*i*)



(*ii*)

b) $C = 1,6 \times 10^{-19}$ C

$F_B = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot V \cdot 0,2$

$F_B = 0,32 \cdot 10^{-19}\ V$

$F_E = 1,6 \times 10^{-19} \cdot 10^{-4}$

$F_E = 1,6 \times 10^{-23}$

$F_B = F_E$

$0,32 \cdot 10^{-19}\ V = 1,6 \cdot 10^{-23}$

$V = \frac{1,6 \cdot 10^{-23} \cdot 10^{19}}{0,32}$

$V = \frac{1,6 \cdot 10^{4} \times 10}{3,2} = \frac{\cancel{1,6} \cdot 10^{5}}{\cancel{3,2}}$

$V = 0,5 \cdot 10^{5} = 5 \times 10^{4}$

$V = 5 \times 10^{4}$ m/s

R: A velocidade dos e^- é de 5×10^{4} m/s.

No exemplo abaixo da média, o candidato resolve apenas o item **b**. Ao resolvê-lo, em vez de simplificar as expressões antes de substituir os valores numéricos, calcula separadamente as forças elétricas e magnéticas, usando a carga do elétron que não foi fornecida no enunciado. Diante do grande número de ondas necessárias para resolver a questão pelo caminho adotado, o candidato acabou errando uma passagem, chegando a uma resposta completamente diferente da correta.

Comentários

A Questão 11 aborda eletricidade e magnetismo, e descreve o clássico experimento do efeito Hall, usado, entre outras finalidades, para evidenciar o sinal da carga dos portadores num determinado material. Para resolver o item **a**, o candidato deve conhecer a relação entre diferença de potencial e campo elétrico, no caso de campo elétrico uniforme. Esta relação pode ser lembrada observando-se a unidade de campo elétrico fornecida no enunciado, que está em V/m. No item **b**, o candidato deve saber que, no equilíbrio, a força resultante, dada pela soma das forças elétrica e magnética, é nula. As expressões para as referidas forças são fornecidas, e o candidato deve, em seguida, substituir os valores dados para encontrar a velocidade dos elétrons.

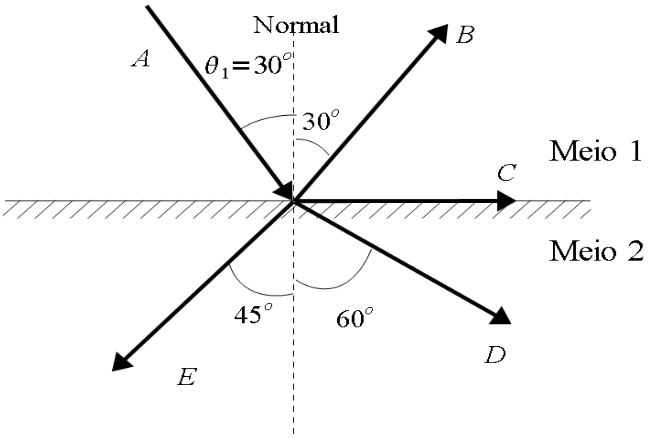
12. Há atualmente um grande interesse no desenvolvimento de materiais artificiais, conhecidos como metamateriais, que têm propriedades físicas não convencionais. Este é o caso de metamateriais que apresentam índice de refração negativo, em contraste com materiais convencionais que têm índice de refração positivo. Essa propriedade não usual pode ser aplicada na camuflagem de objetos e no desenvolvimento de lentes especiais.

a) Na figura no espaço de resposta é representado um raio de luz *A* que se propaga em um material convencional (Meio 1) com índice de refração $n_1 = 1,8$ e incide no Meio 2 formando um ângulo $\theta_1 = 30°$ com a normal. Um dos raios *B, C, D* ou *E* apresenta uma trajetória que não seria possível em um material convencional e que ocorre quando o Meio 2 é um metamaterial com índice de refração negativo.

Identifique este raio e calcule o módulo do índice de refração do Meio 2, n_2, neste caso, utilizando a lei de Snell na forma: $|n_1|sen\theta_1 = |n_2|sen\theta_2$. Se necessário use $\sqrt{2} = 1{,}4$ e $\sqrt{3} = 1{,}7$.

b) O índice de refração de um meio material, n, é definido pela razão entre as velocidades da luz no vácuo e no meio. A velocidade da luz em um material é dada por $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$, em que ε é a permissividade elétrica e μ é a permeabilidade magnética do material. Calcule o índice de refração de um material que tenha $\varepsilon = 2{,}0\times10^{-11}\frac{C^2}{Nm^2}$ e $\mu = 1{,}25\times10^{-6}\frac{Ns^2}{C^2}$. A velocidade da luz no vácuo é $c = 3{,}0\times10^8$ m/s.

Resposta Esperada



a) **(2 pontos)**
O raio E representa a trajetória do raio de luz quando o meio 2 é um metamaterial.

$$|n_1|sen\theta_1 = |n_2|sen\theta_2$$

$$1{,}8\times\frac{1}{2} = |n_2|\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

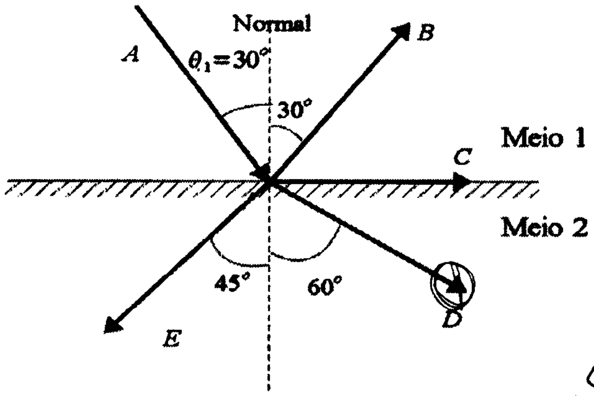
$$|n_2| = \frac{1{,}8}{1{,}4} \approx 1{,}28$$

b) **(2 pontos)**

$$v = \frac{1}{\sqrt{2{,}0\times10^{-11}\times1{,}25\times10^{-6}}} = 2{,}0\times10^8 \text{ m/s}$$

$$n = \frac{c}{v} = 1{,}5$$

Exemplo Acima da Média



a) Raio D.

$1{,}8 \cdot \text{sen}\,30° = n_2 \cdot \text{sen}\,60°$

$1{,}8 \cdot 0{,}5 = n_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$n_2 = 1{,}02$

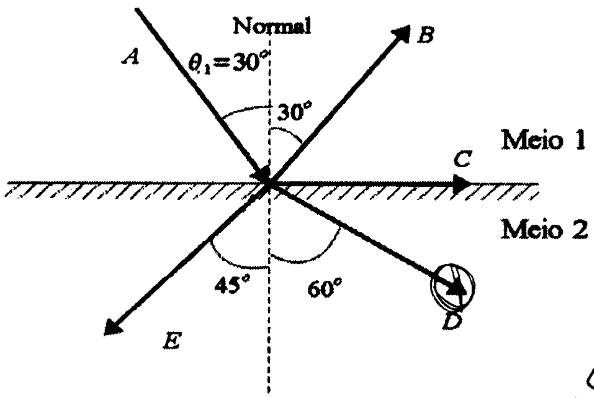
b) $3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 10^{11} \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-6}}} = n$

$\Leftrightarrow n = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-16}}}$

$\Leftrightarrow n = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{5 \cdot 10^{-8}} \Leftrightarrow n = 0{,}6$

No exemplo acima da média, no item **a**, o candidato identifica corretamente o raio refratado pelo material com índice de refração negativo e calcula seu valor através da lei de Snell. Já no item **b**, ele substitui corretamente os valores fornecidos nas expressões também fornecidas, obtendo o resultado correto.

Exemplo Abaixo da Média



a) Raio D.

$1{,}8 \cdot \text{sen}\,30° = n_2 \cdot \text{sen}\,60°$

$1{,}8 \cdot 0{,}5 = n_2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$n_2 = 1{,}02$

b) $3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 10^{11} \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-6}}} = n$

$\Leftrightarrow n = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{\sqrt{25 \cdot 10^{-16}}}$

$\Leftrightarrow n = 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{5 \cdot 10^{-8}} \Leftrightarrow n = 0{,}6$

No exemplo abaixo da média, o candidato identifica erroneamente no item **a** o raio do material não convencional. No segundo item, o candidato comete um erro de cálculo ao substituir os valores fornecidos e, portanto, obtém um resultado inconsistente.

Comentários

A Questão 12 versa sobre óptica geométrica e cobra do candidato o conhecimento sobre o comportamento geral de um raio luminoso frente à reflexão e à refração. A motivação da questão repousa no fato de que metamateriais vêm sendo desenvolvidos atualmente e apresentam propriedades ópticas não convencionais, impossíveis de serem observadas em um material usual. No item **a**, um raio incidente numa superfície que separa dois meios é dado, e o candidato deve conhecer todas as possíveis trajetórias através das leis de reflexão e refração. Com isto, ele será capaz de descartar aquela trajetória que não seria possível num material convencional, e em seguida aplicar a Lei de Snell, devidamente modificada e fornecida no enunciado, para encontrar o módulo do índice de refração do metamaterial. O item **b** cobra a relação entre índice de refração e velocidade da luz num meio material, sendo que esta mesma relação é fornecida na forma de uma definição de índice de refração, cabendo ao candidato apenas a interpretação do texto. Em seguida, o candidato deve substituir os valores da permissividade elétrica e da permeabilidade magnética do meio considerado, para encontrar o índice de refração.